

Guía práctica para la enseñanza de aritmética y álgebra con material concreto

Freddy Patricio Guachún Lucero
Raúl Gabriel Torres Durán
Tatiana Gabriela Quezada Matute
Marco Alejandro Rojas Rojas
Juan Diego Coello Apolo



Guía práctica para la enseñanza de aritmética y álgebra con material concreto

Freddy Patricio Guachún Lucero
Raúl Gabriel Torres Durán
Tatiana Gabriela Quezada Matute
Marco Alejandro Rojas Rojas
Juan Diego Coello Apolo

Guía práctica para la enseñanza de aritmética y álgebra con material concreto

@Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Autores: Freddy Patricio Guachún Lucero, Raúl Gabriel Torres Durán, Tatiana Gabriela Quezada Matute, Marco Alejandro Rojas Rojas, Juan Diego Coello Apolo.

María Augusta Hermida Palacios

Rectora

Juan Leonardo Espinoza Abad

Vicerrector académico

Elena Monserrath Jerves Hermida

Vicerrectora de Investigación e Innovación

Fernando Herminio Ortiz Vizuite

Decano de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de Educación

César Augusto Trelles Zambrano

Director de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Centro Editorial UCuenca Press

Dirección (e): Ángeles Martínez Donoso. **Corrección de estilo:** Mihaela Ionela Badin. **Diseño:** Geovanny Cavilanes Pando, John Macas Aguilar y Juan José Loja. **Preprensa:** Juan Tigre Amón.

Ciudadela Universitaria

Av. Doce de Abril y calle Agustín Cueva

+593 (07) 413 4520

Casilla postal

editorial.ucuenca.edu.ec

Primera edición digital

ISBN: 978-9978-14-657-6

Derechos de autor: CUE-006340

El presente libro ha sido arbitrado por pares externos bajo el sistema doble ciego. Fieles al espíritu de la universidad pública, los libros de nuestra editorial son de acceso abierto y descarga libre para democratizar el conocimiento. Queda prohibida su venta. La reproducción de este material para grupos o fines específicos, que no son personales, deben contar con la autorización de la Universidad de Cuenca.

Cuenca-Ecuador

diciembre, 2025-febrero, 2026

Índice

Prólogo	5
Marco teórico	7
Descripción de la guía	9
Aritmética	11
Suma y resta de números enteros	12
Multiplicación de números enteros	19
Fracción de un número	24
Mínimo común múltiplo	31
Máximo común divisor	36
Suma de fracciones con regletas Cuisenaire	42
Resta de fracciones con regletas Cuisenaire	48
Suma y resta de fracciones con círculo fraccionario	54
Números irracionales	60
Propiedades de los números reales	67
Álgebra	75
Suma y resta de polinomios	76
Multiplicación de expresiones algebraicas	83
Multiplicación de 3 expresiones algebraicas	89
División de polinomios	96
Suma y resta de polinomios 2	101
Multiplicación de expresiones algebraicas 2	108
Suma y resta de polinomios fraccionarios	114
Valor numérico de una expresión algebraica	122
Cuadrado de la resta de dos términos	127
Cuadrado de la suma de dos términos	132
Cuadrado de un trinomio	137

Producto de la suma por la diferencia de dos términos (binomios conjugados).....	146
Producto de dos binomios que tienen un término común	152
Cubo de la suma de dos cantidades	158
Cubo de la diferencia de dos cantidades	162
Factor común	167
Trinomio cuadrado perfecto	172
Diferencia de cuadrados	177
Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$	183
Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$	188
Descripción de materiales para su construcción	193
Referencias.....	203

Prólogo

La enseñanza de la matemática en todos los niveles educativos constituye un desafío constante. De manera continua, los docentes buscan estrategias y recursos innovadores que faciliten el aprendizaje y la adquisición de conocimientos de forma accesible. La presente obra, titulada *Guía Práctica para la Enseñanza de Aritmética y Álgebra con Material Concreto*, nace en la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca con el objetivo de proporcionar a los docentes de educación básica y media un recurso valioso. Este instrumento busca hacer sus clases más dinámicas e innovadoras mediante el uso de material concreto sencillo, que puede ser fabricado por el docente o, en su defecto, por carpinteros, según la calidad de los materiales requeridos.

Este libro ofrece 30 prácticas diseñadas con diversas actividades que facilitan la enseñanza de los conceptos básicos de aritmética y álgebra. En cada práctica, se utiliza una variedad de materiales concretos de bajo costo, tales como fichas de colores, regletas, tableros didácticos y círculos fraccionarios. Dichos materiales pueden ser elaborados con recursos accesibles, permitiendo la creación de un laboratorio de matemáticas dentro del aula, lo cual es especialmente valioso en contextos educativos donde las limitaciones presupuestarias dificultan el acceso a un laboratorio tradicional.

Cabe señalar que en este trabajo no se incluyen estrategias y técnicas didácticas específicas, sino que se ofrece una guía clara sobre cómo utilizar cada material para enseñar conceptos matemáticos clave. Cada docente, según su experiencia pedagógica, podrá integrar, mejorar y complementar esta guía con estrategias adaptadas a su contexto, aplicándolas en cualquier momento de la clase.

Este libro constituye el primer volumen de una serie dedicada a mejorar la enseñanza de las matemáticas en las instituciones educativas. Su enfoque promueve el aprendizaje activo y significativo a través de la manipulación y la experimentación. Confiamos en que esta obra contribuirá al fortalecimiento de la formación matemática en las aulas, despertando el interés de los estudiantes y motivando a los docentes a innovar en su práctica.

A todos los docentes de matemáticas que buscan constantemente mejorar su práctica educativa, les invitamos a explorar y valorar el potencial de esta guía para transformar su enseñanza, incentivando la motivación de los estudiantes.

Marco teórico

A lo largo de la historia, el aprendizaje de las matemáticas ha representado un desafío significativo para los estudiantes, principalmente debido a la naturaleza abstracta de sus conceptos y a la utilización prevalente de métodos tradicionales de enseñanza por parte de los docentes (Revelo y Yáñez, 2023). En este contexto, el uso de materiales concretos que los estudiantes puedan manipular físicamente y que proporcionen representaciones visuales de los conceptos matemáticos se presenta como una estrategia innovadora que favorece y potencia el proceso de enseñanza-aprendizaje (Pacheco y Arroyo, 2022).

Diversos estudios en el ámbito educativo han evidenciado que el material concreto no solo facilita la comprensión de nociones matemáticas complejas, sino que también permite que los estudiantes experimenten, razonen y construyan sus propios conocimientos (Recalde et al., 2025). Estos resultados respaldan la perspectiva constructivista, que sostiene que los estudiantes construyen el conocimiento a partir de la interacción activa con su entorno. En el caso de las matemáticas, esta interacción se puede dar mediante el uso de materiales manipulativos, los cuales sirven como mediadores entre la experiencia concreta y la abstracción formal (Postijo, 2017).

El material concreto se define como un recurso educativo que el docente utiliza en el aula con el objetivo de transmitir o generar contenidos a través de la manipulación y la experimentación (Quiroz y Gejaño, 2022; Caraguay et al., 2023). Además, se considera una herramienta inclusiva, ya que facilita el aprendizaje de los estudiantes con diversos estilos cognitivos y necesidades educativas. En la enseñanza de la aritmética y el álgebra, recursos manipulativos como las regletas Cuisenaire, las fichas de colores y los tableros didácticos permiten visualizar operaciones abstractas como la suma de enteros, el mínimo común múltiplo y la multiplicación de polinomios, estableciendo conexiones claras entre la experiencia concreta y los algoritmos formales.

De esta forma, el uso de materiales concretos no solo facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos, sino que también fomenta el

aprendizaje activo, en el cual los estudiantes dejan de ser receptores pasivos para convertirse en constructores activos de su propio conocimiento (Recalde et al., 2025; Godino et al., 2004). Este enfoque promueve un entorno de aprendizaje más dinámico y participativo, en el que el estudiante se convierte en un agente clave de su proceso de aprendizaje.

Descripción de la guía

La guía se organiza de la siguiente manera: en primer lugar, se presenta el tema de cada práctica de manera clara, facilitando su reconocimiento y clasificación. A continuación, se expone el objetivo que se busca alcanzar, seguido de una lista detallada de los materiales necesarios para la práctica. La construcción de dichos materiales se describe en la sección correspondiente, “Descripción de los materiales”.

En la sección de procedimiento, se ejemplifica cómo utilizar los materiales mediante un caso específico relacionado con el tema. Para facilitar la comprensión de las instrucciones, se incluyen gráficos y fotografías. Posteriormente, se proponen ejercicios o casos similares que los docentes deben realizar siguiendo el proceso indicado, con el fin de asegurar la comprensión y aplicación de los conceptos.

Finalmente, se incluyen preguntas de reflexión y preguntas de evaluación final, cuyo objetivo es guiar a los docentes en la obtención de las conclusiones esperadas al realizar la práctica, así como fomentar la reflexión sobre lo aprendido. Es importante destacar que la guía no reemplaza la labor del docente, sino que tiene como propósito ser una herramienta de apoyo para orientar el uso de materiales concretos en la enseñanza de conceptos específicos de aritmética y álgebra. El docente, según su criterio y necesidades, podrá adaptar y diseñar la clase utilizando estos materiales de manera flexible.

La guía se divide en dos partes: las primeras 10 prácticas están dirigidas a la enseñanza de la aritmética, mientras que las 20 prácticas restantes se centran en el álgebra.

Aritmética

Suma y resta de números enteros

Objetivo

El objetivo de esta práctica es sumar y restar números enteros utilizando material concreto, con el fin de afianzar la comprensión de que la cantidad predominante de fichas positivas o negativas determina el signo del resultado.

Materiales: 50 fichas circulares rojas y 50 fichas circulares verdes.

Procedimiento

- a) Asigne a las fichas de color verde los números enteros positivos y a las fichas de color rojo los números enteros negativos, tal como se muestra en la Figura 1.

Figura 1
Fichas de colores



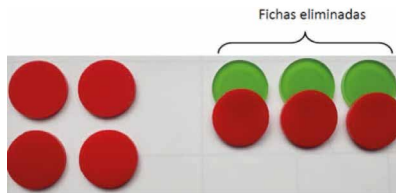
- b) Según la operación que se deba realizar, coloque el número correspondiente de fichas positivas o negativas. Por ejemplo, para la operación $-7 + 3$, deberá colocar 7 fichas rojas y 3 fichas verdes, tal como se ilustra en la Figura 2.

Figura 2
Fichas negativas y fichas positivas



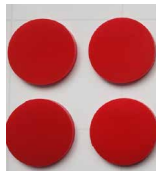
- c) Para realizar la operación, elimine las fichas de cada color de manera mutua, es decir, una ficha verde elimina una ficha roja. Continúe este proceso hasta que quede solo un color de fichas, tal como se muestra en la Figura 3.

Figura 3
Eliminación de fichas



- d) Cuente las fichas restantes. Estas representarán el resultado de la operación. En este caso, si quedan 4 fichas rojas, el resultado será -4 .

Figura 4
Resultado de la operación



- e) Analice el caso en el que todas las fichas sean del mismo color, como por ejemplo en $3 + 4$. ¿Se eliminan las fichas? ¿Qué considera que debe hacerse en este caso para obtener el resultado?

- f) Realice el procedimiento descrito anteriormente para llevar a cabo las operaciones sugeridas en la Tabla 1. Después, coloque una fotografía que muestre el procedimiento realizado para obtener el resultado.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Suma y resta de números enteros

Operación	Fotografía del procedimiento	Resultado en fichas	Resultado con signo
$10 + 4$			
$25 - 14$			

$-18 + 16$			
$-30 + 45$			
$-16 - 17$			
$25 + 12$			

$8 - 19$			
$-12 - 19$			
$-21 + 16$			
$6 - 21$			

$(8 - 15) + 12$ ¿Qué cree que se deberá realizar primero en esta operación?			
$8 + (-15 + 12)$ ¿Qué cree que se deberá realizar primero en esta operación?			

- g) Socialice los resultados con sus compañeros y/o su docente, analícenlos en conjunto para identificar aciertos y errores.

Reflexiones

¿Qué determina el signo del resultado en la suma y resta de números enteros?

¿Qué ocurre cuando se realizan operaciones con números del mismo signo?

En operaciones combinadas, como las que contienen paréntesis, ¿cómo se obtiene el resultado?

Evaluación final

¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

¿Qué le sorprendió o le resultó interesante

¿Por qué es importante aprender este tema y cómo podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Multiplicación de números enteros

Objetivo

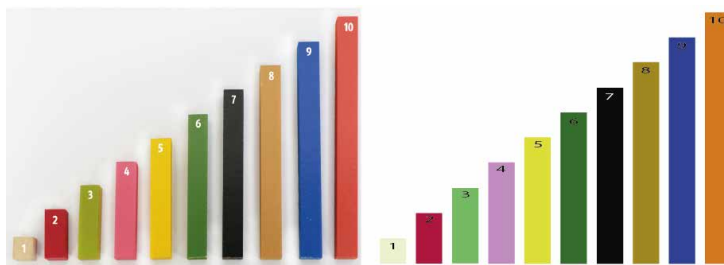
Realizar la multiplicación como la suma repetida del primer número cuantas veces indique el segundo número.

Materiales: regletas Cuisenaire.

Procedimiento

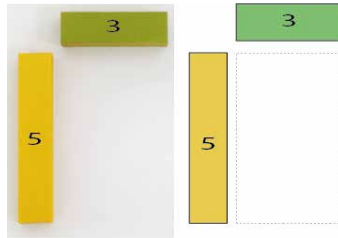
- a) Utilice las regletas Cuisenaire para realizar la multiplicación de los números enteros, debe tener 10 tipos de regletas, como las de la Figura 1.

Figura 1
Regletas Cuisenaire de diferentes tamaños



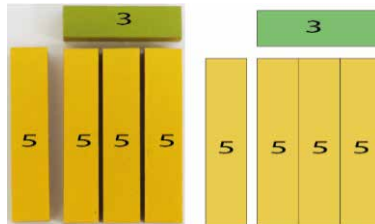
- b) De acuerdo con la operación que deba realizar, por ejemplo, 5×3 , coloque la regleta que representa el primer número de forma vertical y a continuación coloque la regleta que representa el segundo número de forma horizontal, de modo que entre las dos regletas formen dos lados de un rectángulo, tal como se muestra en la Figura 2.

Figura 2
Colocación de regletas



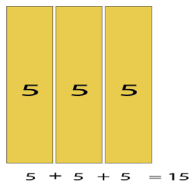
- c) Complete el rectángulo que se forma entre las dos regletas de tal manera que la primera regleta se repita tantas veces como el valor de la segunda regleta.

Figura 3
Complete el rectángulo



- d) El resultado es la suma de las regletas que conforman el rectángulo, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4
Resultado de la multiplicación



En este caso el resultado de 5×3 es 15.

- e) Analice cómo cambiará el proceso si en la multiplicación el número 5 es negativo, ¿se podrán asumir que las regletas son negativas? ¿Se podrán sumar los números negativos para obtener el resultado? ¿Cómo será el resultado? (Este procedimiento solo es posible cuando uno de los números es negativo, si los dos son negativos debe aplicar la ley de signos).
- f) Realice el procedimiento descrito anteriormente para realizar las operaciones sugeridas en la Tabla 1 y coloque una fotografía del procedimiento realizado con las regletas.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Multiplicación de números enteros

Operación	Fotografía del procedimiento	Resultado como suma y total
5×4		
10×3		
8×6		
6×8		

-9×5		
6×8		
Razone cómo podría obtener 12 y 13 con las regletas.		

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. Luego de observar lo que sucedió con las regletas que representan el primer número al completar el rectángulo explique que es una multiplicación.

2. Cómo se puede multiplicar números negativos.

Evaluación final

1. Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y cómo podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Fracción de un número

Objetivo

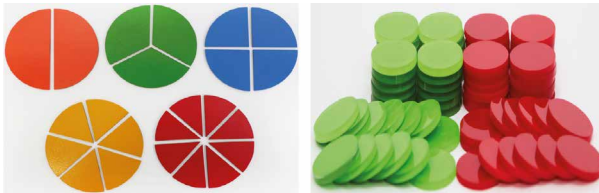
Comparar el resultado de la fracción de una cantidad mediante el proceso matemático y el uso de material concreto.

Materiales: fichas circulares de color verde o rojo y fracciones de círculos.

Procedimiento

a) Los materiales para representar las fracciones y las cantidades se muestran en la Figura 1.

Figura 1
Fracciones de círculos y fichas de colores

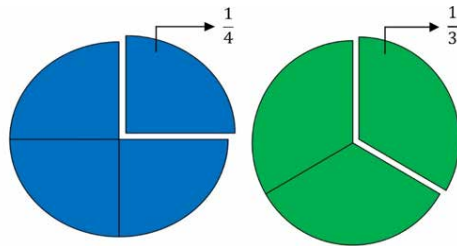


b) Aplicando algoritmos matemáticos determine las fracciones de los números indicados en la Tabla 1.

c) Complete la Tabla 2, obteniendo las fracciones de las cantidades con el material concreto. Para ello realice el siguiente proceso; use las fracciones de círculos de acuerdo al denominador de la fracción; por ejemplo, si el denominador es 4 debe usar el círculo azul, si el denominador es 3 debe usar el círculo verde, etc. Tal como se muestra en la Figura 2.

Figura 2

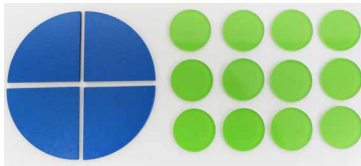
Fracciones de círculos a utilizar



d) Por ejemplo, si se pide determinar $\frac{3}{4}$ de 12. Se usa el círculo de fracción azul $\frac{1}{4}$, el número 12 se representa con 12 fichas verdes, tal como se muestra en la figura 3.

Figura 3

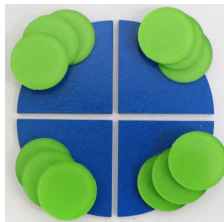
Ejemplo práctico



e) Reparta equitativamente las 12 fichas en las fracciones del círculo, una por una en cada fracción hasta colocarlas todas, tal como se muestra en la Figura 4.

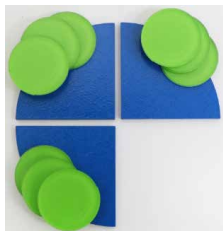
Figura 4

Ejemplo de repartición de fichas



En este caso es $\frac{3}{4}$ por lo que se selecciona 3 de las 4 fracciones.

Fracción resultante



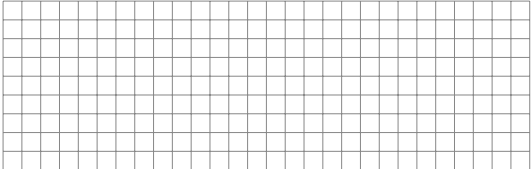
9, por lo tanto, el resultado de obtener la fracción $\frac{3}{4}$ de 12 es 9.

h) Realice el procedimiento descrito anteriormente con los ejercicios sugeridos en la Tabla 2.

i) Compare los resultados de la Tabla 1 con la Tabla 2 y escriba sus conclusiones.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Fracción de una cantidad con procedimiento matemático

Fracción de una cantidad	Procedimiento y resultado
$\frac{1}{2}$ de 26	

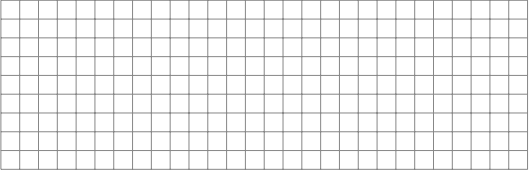
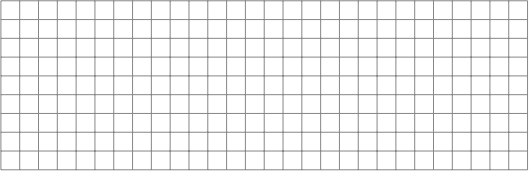
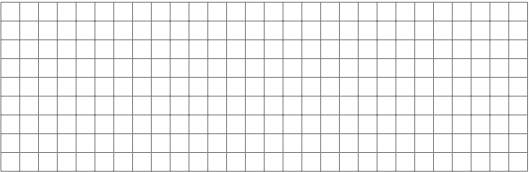
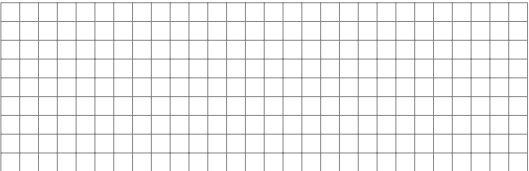
$\frac{2}{3}$ de 42	
$\frac{3}{4}$ de 28	
$\frac{2}{6}$ de 36	
$\frac{6}{8}$ de 40	

Tabla 2
Fracción de una cantidad con material concreto

	Fotografía y resultado
$\frac{1}{2}$ de 26	Resultado
$\frac{2}{3}$ de 42	Resultado
$\frac{3}{4}$ de 28	Resultado
$\frac{2}{6}$ de 36	Resultado
$\frac{6}{8}$ de 40	Resultado

j) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. ¿Concuerda el proceso matemático con lo realizado con el material concreto?

2. Explique cómo se realiza el proceso matemático para determinar la fracción de una cantidad.

3. ¿Cuáles son las diferencias entre el proceso matemático y el uso de material concreto para determinar la fracción de una cantidad?

4. ¿Cómo se relaciona el proceso matemático con el uso de material concreto para determinar la fracción de una cantidad?

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y cómo podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Mínimo común múltiplo

Objetivo

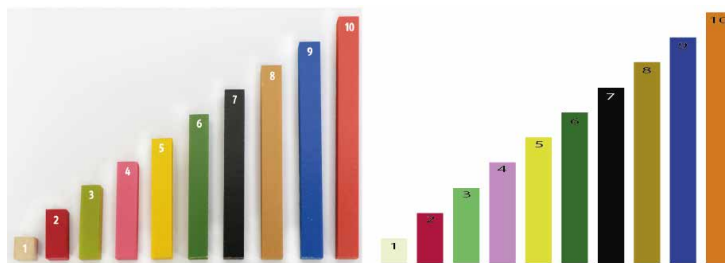
Determinar el mínimo común múltiplo de diferentes números mediante el uso de material concreto.

Materiales: regletas Cuisenaire.

Procedimiento

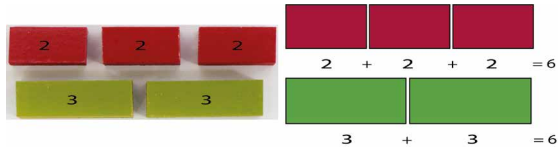
a) Use las regletas para representar el valor de los números de los que se determinará el mínimo común múltiplo, tal como se muestra en la Figura 1.

Figura 1
Regletas Cuisenaire



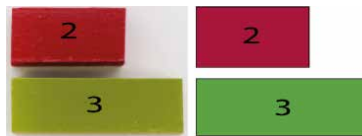
b) Para obtener el mínimo común múltiplo coloque las regletas que representan los números, una encima de otra, por ejemplo, si se pide obtener mínimo común múltiplo de 2 y 3, se debe colocar las dos regletas como se muestra en la Figura 2.

Figura 2
Colocación de regletas



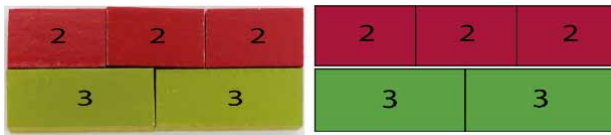
c) Adicione regletas del mismo valor tanto en la parte superior como en la parte inferior hasta que coincidan ambas filas de regletas (este proceso es el más importante de la práctica), tal como se muestra en la Figura 3.

Figura 3
Completar hasta que coincidan



c) Sume el valor las regletas de cualquiera de las filas, este resultado representa el mínimo común múltiplo entre los dos números.

Figura 4
Suma de cada fila de regletas



En este caso el m.c.m. de 2 y 3 es 6.

d) Razone cómo sería el proceso si ahora debe obtener el m.c.m. de tres números, por ejemplo, de 2, 3 y 4.

¿se podrá aplicar el proceso indicado en los literales anteriores?

e) Realice el procedimiento descrito anteriormente para obtener el m.c.m. de los ejercicios sugeridos en la Tabla 1 y agregue una fotografía del procedimiento realizado.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Mínimo común múltiplo de números

Mínimo común múltiplo	Fotografía del procedimiento	Resultado como suma y total
m.c.m. (2, 6)		m.c.m. (2, 6) =
m.c.m. (4, 10)		m.c.m. (4, 10) =
m.c.m. (5, 7)		m.c.m. (5, 7) =
m.c.m. (12, 8) Razone cómo podría obtener el número 12 con las regletas.		m.c.m. (12, 8) =
m.c.m. (3, 15)		m.c.m. (3, 15) =

m.c.m. (4, 2, 5)		m.c.m. (4, 2, 5) =
m.c.m. (12, 8)		m.c.m. (12, 8) =
m.c.m. (15, 20)		m.c.m. (15, 20) =
m.c.m. (6, 5, 3)		m.c.m. (6, 5, 3) =
m.c.m. (30, 50, 60)		m.c.m. (30, 50, 60) =
Usar cada regleta considerado que está multiplicada por 10.		

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. Explique qué es el mínimo común múltiplo tomando en cuenta la práctica realizada con el uso de las regletas.

2. ¿Por qué al intentar obtener el m.c.m. es necesario hacer que coincidan las regletas? ¿Cuál es la relación con los múltiplos de un número?

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Máximo común divisor

Objetivo

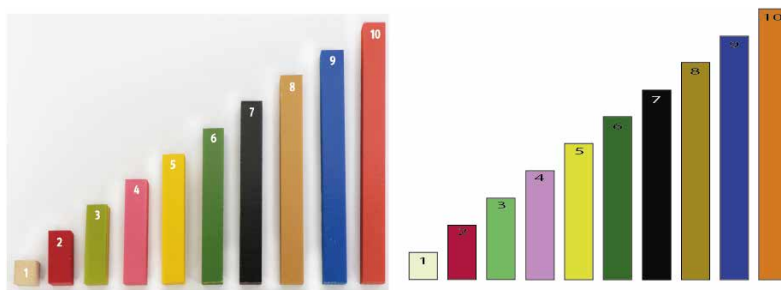
Determinar el máximo común divisor de diferentes números utilizando material concreto.

Materiales: regletas Cuisenaire.

Procedimiento

a) Use el valor de las Regletas Cuisenaire para representar los números de los que se determinará el máximo común divisor.

Figura 1
Regletas Cuisenaire



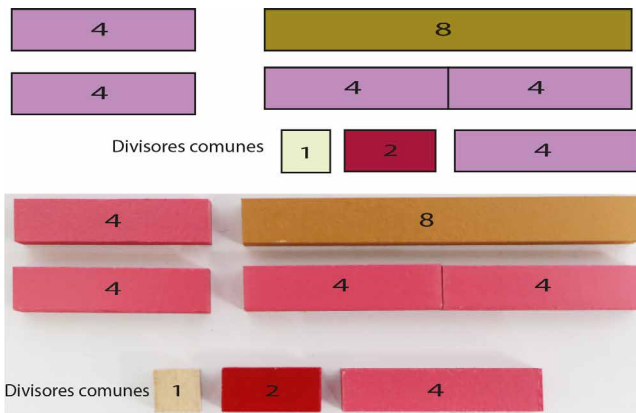
b) Para obtener el máximo común divisor coloque las regletas, que representan los números, una a continuación de otra de forma horizontal, no necesariamente juntas. Tal como se muestra en la Figura 2.

Figura 2
Colocación de regletas



c) Coloque debajo de cada regleta, otras, por ejemplo, regletas número 2 y verifique si ambos números se dividen exactamente en regletas número 2. Si esto sucede, ambos números tienen el número 2 como divisor común (Esta operación no se inicia con la regleta número 1 dado que todo número tiene como divisor el número 1). Tal como se muestra en la Figura 3.

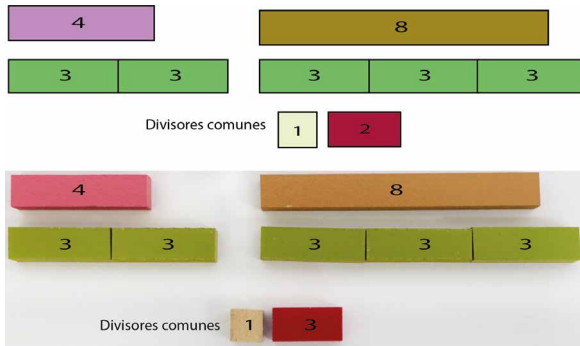
Figura 3
Comprobación si es divisor común



Como se observa en la Figura 3 ambas regletas 4 y 8 se dividen exactamente en regletas número 2 (coinciden las regletas), por lo tanto, el número 2 es un divisor común, además del 1. Se agrega en la lista de divisores comunes al número 2.

d) Continúe el proceso con todos los números de regletas hasta alcanzar la regleta del menor de los números, en este caso como es 4 y 8, se debe colocar hasta la regleta 4. Una vez se hayan determinado todas las regletas que son divisores comunes, se elige la de mayor valor, la cual será el máximo común divisor.

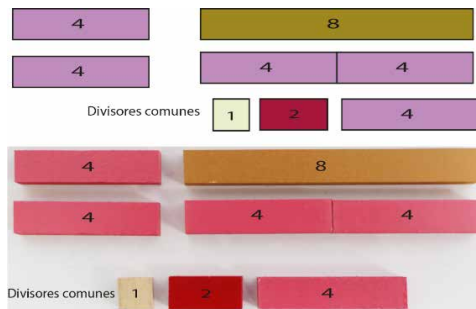
Figura 4
Comprobación si es divisor común



En la Figura 4 se observa que las regletas 4 y 8, no se dividen exactamente en regletas número 3 (No coinciden las regletas), por lo tanto, el número 3 no es un divisor común y no se lo agrega en la lista de divisores comunes.

e) Luego de colocar la regleta número 4, se observa que tanto las regletas 4 y 8 se dividen exactamente en regletas número 4 (Coinciden las regletas), por lo tanto 4 es divisor común y se agrega a la lista de divisores comunes.

Figura 5
Comprobación si es divisor común



e) El último paso es seleccionar de la lista de divisores comunes el que tiene mayor valor.

Figura 6
Números que son divisores comunes



La regleta de mayor valor es la regleta 4, entonces, el m. c. d. $(4, 8) = 4$

f) Realizando el proceso descrito anterior complete la Tabla 1 obteniendo el máximo común divisor de los números sugeridos, agregue una fotografía del procedimiento realizado.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Máximo común divisor de números

Máximo común divisor	Fotografía del procedimiento	Resultado como suma y total
m. c. d. $(2, 4)$		m. c. d. $(2, 4) =$
m. c. d. $(6, 9)$		m. c. d. $(6, 9) =$
m. c. d. $(10, 5)$		m. c. d. $(10, 5) =$
m. c. d. $(10, 15)$		m. c. d. $(10, 15) =$

m. c. d. (8, 12)		m. c. d. (8, 12) =
m. c. d. (2, 6, 4)		m. c. d. (2, 6, 4) =
m. c. d. (12, 18, 4)		m. c. d. (12, 18, 4) =
m. c. d. (16, 24)		m. c. d. (16, 24) =
m. c. d. (40, 32)		m. c. d. (40, 32) =
m. c. d. (6, 9, 3)		m. c. d. (6, 9, 3) =
m.c.m. (60, 90, 30) (Usar cada regleta considerando que está multiplicada por 10)		m. c. d. (60, 90, 30) =

g) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. Explique que es el máximo común divisor tomando en cuenta la práctica realizada con el uso de las regletas.

2. ¿Por qué al intentar obtener el m. c. d. es necesario que las regletas dividan a ambos números a la misma vez?

3. ¿Por qué el m. c. d. no puede ser una regleta mayor que el menor de los números de los que se está calculando el m. c. d.

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Suma de fracciones con regletas Cuisenaire

Objetivo

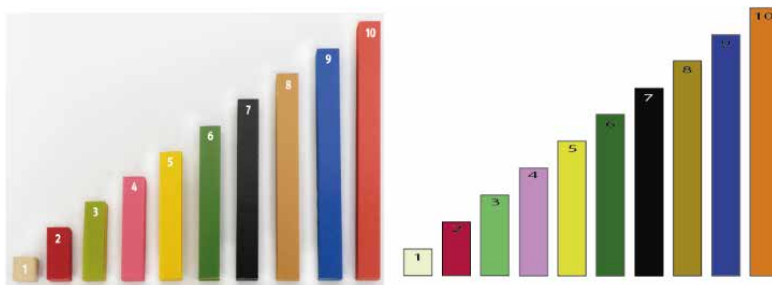
Aplicar el concepto de suma de fracciones utilizando material didáctico.

Materiales: regletas Cuisenaire.

Procedimiento

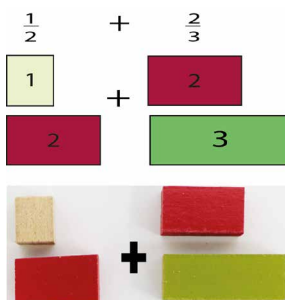
a) Use las regletas para representar los valores de los numeradores y denominadores de las fracciones.

Figura 1
Regletas y círculos fraccionarios.



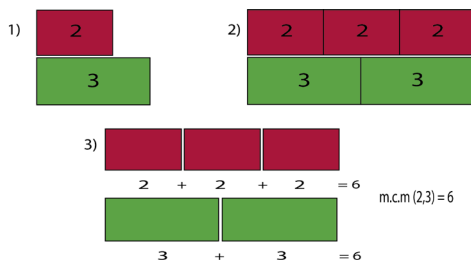
b) Para comenzar, coloque la regleta del valor del numerador sobre la regleta del valor del denominador. Se lo hace para cada fracción, por ejemplo, si se desea sumar las fracciones $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$, se coloca como la Figura 2.

Figura 2
Colocación de regletas



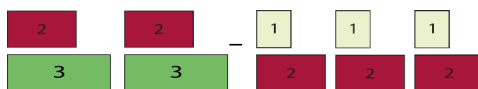
c) Se obtiene el mínimo común múltiplo m.c.m. de los denominadores (Como se indicó en la práctica 3), en la Figura 3 se presenta el proceso para obtener el m.c.m. de los números 2 y 3, los mismos que son los denominadores de las fracciones.

Figura 3
Determinación del m.c.m.



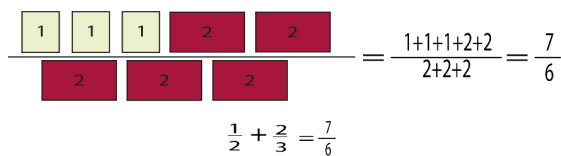
d) Una vez que se obtiene el m.c.m., se procede a completar las fracciones originales de la siguiente manera; si para obtener el m.c.m. una de las regletas del denominador se repitió n-veces, se debe completar la fracción original con n-fracciones. En el caso del ejemplo, el m.c.m. de 2 y 3 es 6, para obtener 6 la regleta 2 se repitió 3 veces por lo que indica que hay que repetir 3 veces la fracción, de la misma manera para obtener 6 la regleta 3 se repitió 2 veces lo que indica que hay que repetir 2 veces la fracción, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4
Repetición de fracciones



e) Finalmente, para realizar la suma de las fracciones, se unen las regletas de numeradores de las dos fracciones sobre las regletas del denominador común o m.c.m. Puede utilizar las regletas de la izquierda o de la derecha, en este caso se utilizó las regletas de la izquierda, es por ello que hay 3 regletas número 2, tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5
Suma de numeradores



Para escribir el resultado se suman los valores de las regletas del numerador y luego en el denominador se coloca el valor de las regletas del m.c.m. En este caso, el resultado de sumar $1/2 + 2/3$ es $7/6$.

f) Razone, ¿cómo sería el proceso si se deben sumar más de dos fracciones? ¿el proceso sería el mismo? ¿qué cambiaría?

g) Realizando un proceso similar descrito anteriormente realice las sumas de fracciones sugeridas en la Tabla 1.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Suma de fracciones

Suma	Fotografía del procedimiento	Resultado
$\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$		
$\frac{5}{2} + \frac{4}{3}$		
$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$		
$\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$		
$\frac{7}{6} + \frac{2}{4}$		

$\frac{5}{12} + \frac{1}{4}$		
$\frac{3}{12} + \frac{10}{8}$		
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{4}$ Generalice el proceso de 2 fracciones para 3 fracciones.		

h) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. Explique cómo se relaciona el proceso realizado con las regletas con el proceso matemático para sumar fracciones.

2. ¿Por qué es necesario, luego de sacar el mínimo común múltiplo, que la fracción original se repita n-veces?

3. Recuerde y escriba con sus palabras que son fracciones equivalentes y como se obtienen.

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Resta de fracciones con regletas Cuisenaire

Objetivo

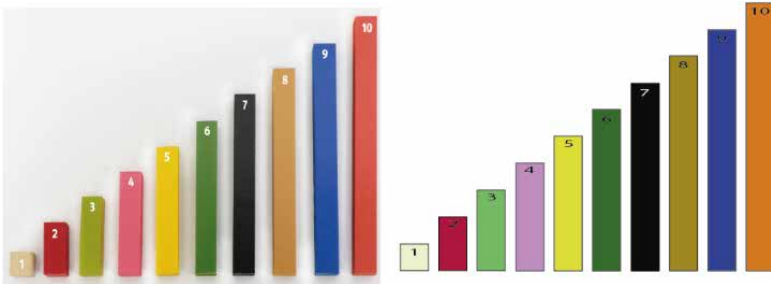
Aplicar el concepto de resta de fracciones utilizando material concreto.

Materiales: regletas Cuisenaire.

Procedimiento

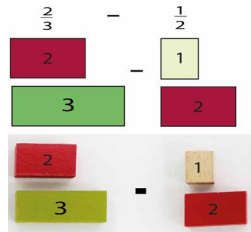
a) Use las regletas para representar los valores de los numeradores y denominadores de las fracciones.

Figura 1
Regletas Cuisenaire



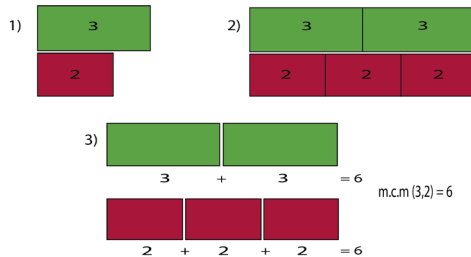
b) Para comenzar, coloque la regleta del valor del numerador sobre la regleta del valor del denominador. Se lo hace para cada fracción, por ejemplo, si se desea restar las fracciones $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$, se coloca como la Figura 2.

Figura 2
Colocación de regletas



c) Se obtiene el mínimo común múltiplo m.c.m. de los denominadores (Como se indicó en la práctica 3), en la Figura 3 se presenta el proceso para obtener el m.c.m. de los números 3 y 2, los mismos que son los denominadores de las fracciones.

Figura 3
Determinación del m.c.m.



d) Una vez que se obtiene el m.c.m., se procede a completar las fracciones originales de la siguiente manera; si para obtener el m.c.m. una de las regletas del denominador se repitió n-veces, se debe completar la fracción original con n-fracciones, se lo realiza con ambas fracciones. En el caso del ejemplo, el m.c.m. de 3 y 2 es 6, para obtener 6 la regleta 3 se repitió 2 veces por lo que indica que hay que repetir 2 veces la fracción, para obtener 6 la regleta 2 se repitió 3 veces lo que indica que hay que repetir 3 veces la fracción, tal como se muestra en la Figura 4.

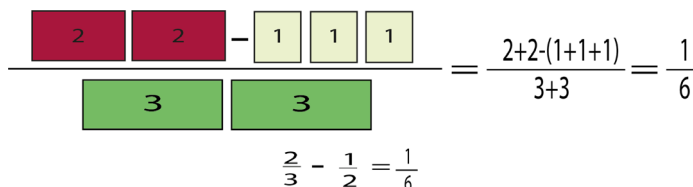
Figura 4
Repetición de fracciones



e) Finalmente, para realizar la resta de las fracciones, se unen las regletas de numeradores de las dos fracciones sobre las regletas del denominador común o m.c.m. Puede utilizar las regletas de la izquierda o de la derecha, en este caso se utilizó las regletas de la derecha, es por ello que hay 3 regletas número 2. Para escribir el resultado se restan los valores de las regletas del

numerador y luego en el denominador se coloca el valor de las regletas del m.c.m., tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5
Resta de numeradores



En este caso, el resultado de restar las fracciones $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ es $\frac{1}{6}$.

f) Razone, ¿cómo sería el proceso si se deben restar más de dos fracciones? ¿el proceso sería el mismo? ¿qué cambiaría?

g) Realizando un proceso similar al descrito anteriormente realice las restas de fracciones sugeridas en la Tabla 1.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Resta de fracciones

Resta	Fotografía del procedimiento	Resultado
$\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$		
$\frac{4}{3} - \frac{5}{2}$		
$\frac{2}{5} - \frac{1}{3}$		
$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$		
$\frac{7}{6} - \frac{2}{4}$		

$\frac{5}{12} - \frac{1}{4}$		
$\frac{3}{12} - \frac{10}{8}$		
$\frac{3}{11} - \frac{1}{2}$		
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{4}$ Generalice el proceso de 2 fracciones para 3 fracciones.		

h) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. Explique cómo se relaciona el proceso realizado con las regletas con el proceso matemático para restar fracciones.

2. ¿Por qué es necesario, luego de sacar el mínimo común múltiplo, que la fracción original se repita n-veces?

3. ¿Qué determina que una operación con fracciones sea una suma o sea una resta?

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Suma y resta de fracciones con círculo fraccionario

Objetivo

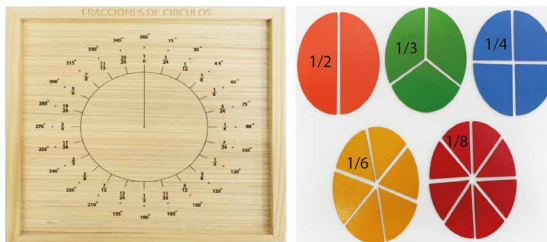
Realizar la suma y resta de fracciones utilizando el círculo fraccionario o las fracciones de círculo.

Materiales: círculos fraccionarios y círculo con divisiones.

Procedimiento

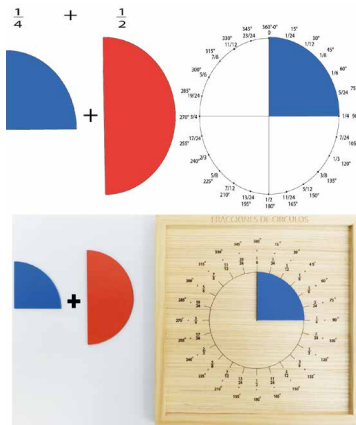
a) Utilice los círculos fraccionarios y el círculo con divisiones, los mismos que se muestran en la Figura 1. Observe el valor de cada una de las piezas de fracciones y también los valores que se encuentran en cada una de las divisiones del círculo ya que serán importantes para obtener el resultado de las operaciones (El círculo está dividido en 24 secciones de igual tamaño, es decir la primera sección vale $1/24$, la segunda sección $2/24$ que simplificando es $1/12$, la tercera $3/24$ que simplificando es $1/8$ y así sucesivamente).

Figura 1
Círculo con divisiones y círculos fraccionarios



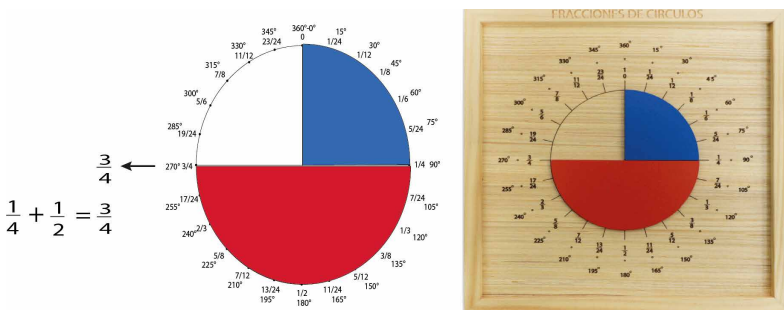
b) Primero se debe seleccionar el círculo de fracciones de acuerdo a la fracción solicitada, por ejemplo, si se debe sumar $1/4 + 1/2$ se seleccionan los círculos azul y naranja. Luego, se coloca la primera fracción o pieza, de tal manera que uno de sus lados rectos coincida con la línea que indica 0° en el círculo, en el caso del ejemplo se coloca la pieza $1/4$ en la línea 0° , tal como se muestra en la Figura 2.

Figura 2
Colocación de fracciones en el círculo



c) Se coloca continuamente la siguiente fracción o pieza de tal manera que el área del círculo se vaya llenando en sentido horario (El círculo siempre se debe llenar en este sentido). Se continúa con este proceso hasta colocar todas las fracciones que se estén sumando. En el caso del ejemplo, la pieza 1/2 se coloca a continuación en sentido horario. Tal como se muestra en la Figura 3.

Figura 3
Colocación de fracciones



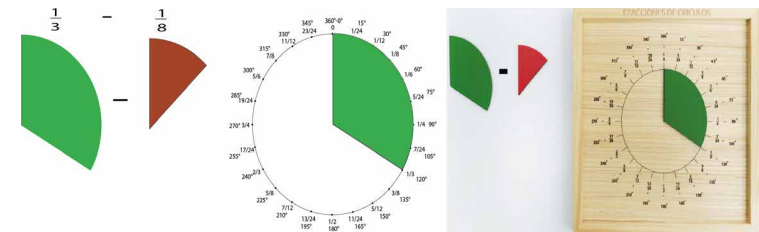
d) El valor que indique el último borde de la última fracción colocada es el resultado de la operación (es importante aclarar que si luego de colocar las

piezas de fracciones el borde final da n-vueltas al círculo, se debe agregar n-unidades al resultado). En el ejemplo, luego de colocar las piezas de fracciones se observa que el borde final indica 3/4 por lo que el resultado de esta operación es ese.

Resta de fracciones

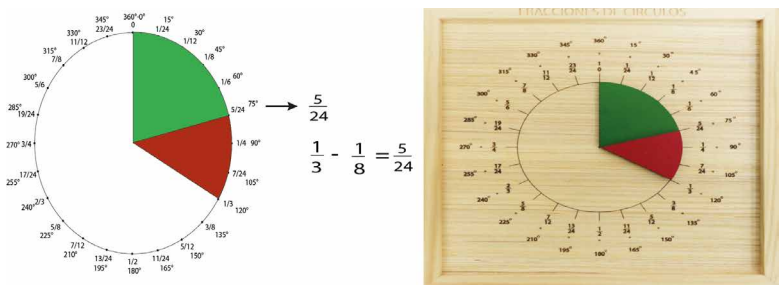
e) El procedimiento es similar al de la suma, luego de seleccionar los círculos de fracciones correspondientes se coloca la fracción o pieza de tal manera que uno de sus lados rectos coincida con la línea que indica 0° en el círculo. Por ejemplo, en el caso de que se deba restar 1/3 y 1/8, se seleccionan los círculos verde y rojo y se coloca la pieza 1/3 en la línea 0°, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4
Colocación de las fracciones



f) Luego, se coloca la siguiente fracción o pieza que está restando encima de la primera pieza, de tal manera coincidan sus bordes, tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5
Colocación fracciones



g) El valor que indique el borde inicial de la última fracción o pieza colocada es el resultado de la operación (es importante considerar que si luego de colocar las piezas el borde de la última pieza pasa la línea del 0° en el círculo el resultado será negativo. Por ejemplo, en este caso luego de colocar las piezas de fracciones se observa en la Figura 5 que el borde de la pieza final indica 5/24 por lo que el resultado de esta operación es ese.

h) Razone cómo será el proceso si se deben restar más de dos fracciones, explique cómo aplicaría el proceso descrito anteriormente.

i) Realizando un proceso similar al descrito anteriormente realice las sumas y restas de fracciones sugeridas en la Tabla 1.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Suma y restas de fracciones

Sumas y restas	Fotografía del procedimiento	Resultado
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$		
$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{6}$		
$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$		
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$		

$\frac{2}{16} + \frac{2}{6} + \frac{3}{12} + \frac{4}{32}$		
$\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$		
$\frac{1}{3} - \frac{1}{8} - \frac{1}{6}$		
$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{3}$		
$\frac{3}{9} - \frac{5}{40}$ Recuerde simplificar las fracciones para obtener fracciones acorde al material didáctico.		
$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$		

j) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. Explique que es una suma y resta de fracciones considerando lo realizado en esta práctica con el círculo fraccionario.

2. ¿Por qué el proceso de sumar fracciones es diferente al proceso de restar fracciones?

3. ¿Cuáles son las restricciones que presenta el círculo fraccionario para enseñar la suma y resta de fracciones?

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Por qué es importante aprender este tema?

3. ¿Cómo se podría relacionar este tema con la vida cotidiana?

Números irracionales

Objetivo

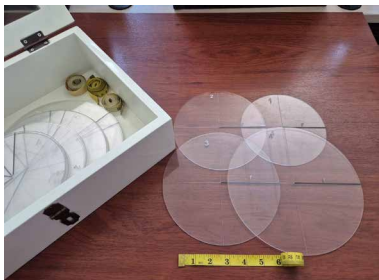
Descubrir y reconocer números irracionales presentes en contextos matemáticos y situaciones de la vida cotidiana.

Materiales: circunferencias de diferente tamaño, cinta métrica y calculadora.

Procedimiento

a) Con la cinta métrica mida el perímetro y el diámetro de cada una de las circunferencias desde la más pequeña hasta las más grande. Complete con las medidas obtenidas la Tabla 1.

Figura 1
Materiales



- b) Divida los perímetros para sus correspondientes diámetros y complete la tercera columna de la Tabla 1. Use todos los decimales posibles.
- c) Determine el promedio de los resultados obtenidos en la columna 3 de la Tabla 1. Use todos los decimales posibles.
- d) Investigue y asígnele al promedio obtenido su correspondiente nombre y símbolo en la Tabla 2. Luego, complete la información de la Tabla 3 sobre el perímetro de un círculo.

Desarrollo de la práctica

Primera parte

Tabla 1
Relación Perímetro-Diámetro

Perímetro (P)	Diámetro (D)	P/D
cm	cm	

Promedio de los resultados de la columna (P/D): _____

Tabla 2
Información del número _____

Nombre	Símbolo			

Tabla 3
Perímetro de un círculo

Perímetro (P) de un círculo dividido para su diámetro (D).	$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diámetro}} = \frac{P}{D} =$
Despeje el Perímetro y se obtiene la "fórmula" del Perímetro de un círculo.	$P =$
Escriba la "fórmula" en función del radio del círculo.	$P =$

Segunda parte

e) Para la segunda parte de la práctica tome las medidas del rostro y cuerpo de dos integrantes de su grupo de trabajo y realice los cálculos solicitados. Con esta información complete las Tablas 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

f) Investigue y asígnele al promedio final su correspondiente nombre y símbolo en la Tabla 10.

C1 = Compañero 1=

C2 = Compañero 2=

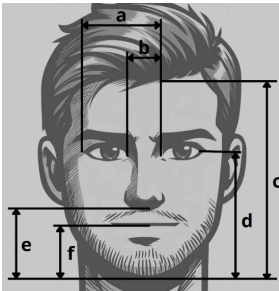


Tabla 4
Medidas del rostro

Literal	C1	C2
	cm	cm
a		
b		
c		
d		
e		
f		

Tabla 5
Operaciones con medidas del rostro

Cálculo a realizar	Resultados para C1	Resultados para C2
$\frac{a}{b}$		
$\frac{c}{d}$		
$\frac{c}{d}$		

Tabla 6
Medidas C1

Medida	Valor
	cm
Altura	
Obligo a cabeza	
Ombilgo a suelo	
Codo a punta del dedo	
Codo a muñeca	
Muñeca a punta del dedo	

Promedio de los 6 resultados de C1 y C2: _____

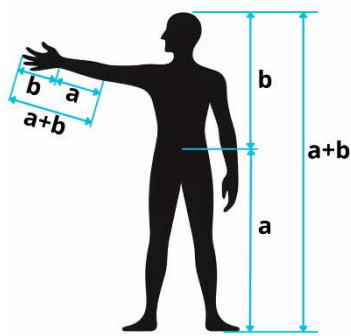


Tabla 7
Medidas C2

Medida	Valor
	cm
Altura	
Obligo a cabeza	
Omblogo a suelo	
Codo a punta del dedo	
Codo a muñeca	
Muñeca a punta del dedo	

Tabla 8
Operaciones con medidas de cuerpo y omblogo

Cálculo a realizar	Resultados para C1	Resultados para C2
$\frac{a+b}{a}$		
$\frac{a}{b}$		

Tabla 9
Operaciones con medidas de codo y mano

Cálculo a realizar	Resultados para C1	Resultados para C2
$\frac{a+b}{a}$		
$\frac{a}{b}$		

Promedio de los 8 resultados de C1 y C2: _____

Promedio final de los resultados de (i) y (ii): _____

Tabla 10
Información del número _____

Nombre	Símbolo	Tipo de número	Valor obtenido en la práctica	Valor real

g) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- ¿Cuáles son los números irracionales estudiados en esta práctica y cuál es su valor

2- ¿Cuáles son las características de los números irracionales?

3- Investiga otro número irracional que tenga una aplicación en un contexto matemático o en una situación real.

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Propiedades de los números reales

Objetivo

Demostrar las propiedades de los números reales usando material concreto.

Materiales: regletas Cuisenaire, círculo fraccionario y círculo con divisiones.

Procedimiento

Para demostrar las propiedades de la adición y multiplicación de los números reales se usan los siguientes materiales.

Figura 1
Material a utilizar



a) Las propiedades de los números reales se resumen en la siguiente Tabla 1.

Tabla 1
Propiedades de los números reales

Para todo número real a , b y c se satisface:		
Propiedad	Suma	Multiplicación
Cerradura	$a + b \in \mathbb{R}$	$a \times b \in \mathbb{R}$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

Elemento neutro	$a + 0 = a$	$a \times 1 = a$
Inverso	$a + (-a) = 0$	$\left(\frac{1}{a}\right) \times a = 1$
Distributiva	$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$	

b) Para demostrar las propiedades use cualquiera de los materiales. Recuerde que los números naturales, enteros, racionales e irracionales son parte de los números reales, por tanto, la demostración se puede realizar usando cualquiera de estos números. Es importante revisar las prácticas anteriores de esta guía para conocer cómo se realizan algunas operaciones con los materiales concretos.

c) Como ejemplo se demuestra la propiedad conmutativa de la suma usando el círculo fraccionario.

En este caso se pretende demostrar que $a + b = b + a$, para ello demos valores a (a) y a (b).

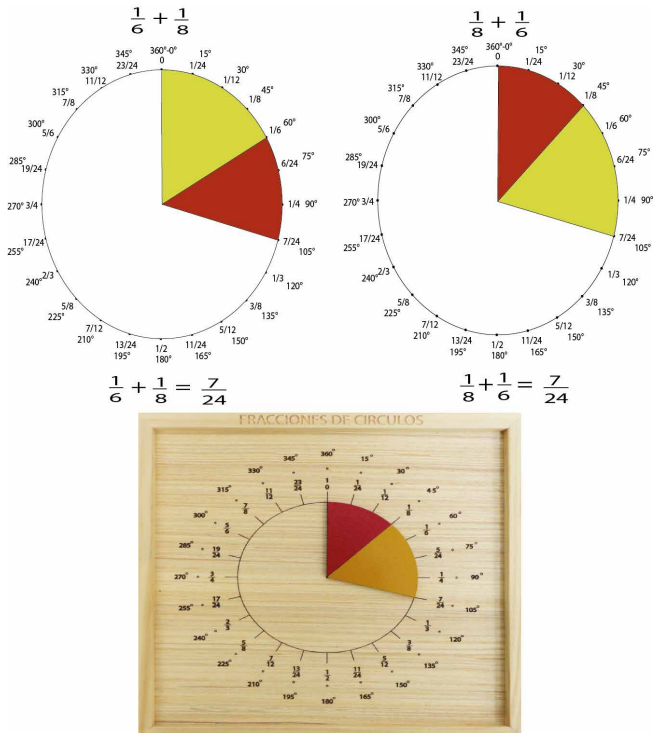
$$a = \frac{1}{6} \quad b = \frac{1}{8}$$

Por lo que de acuerdo a la propiedad conmutativa debe ser

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$$

Realizando el proceso de suma de fracciones indicado en la práctica 7, se tiene que

Figura 2
Propiedad conmutativa



Se demuestra que:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$$

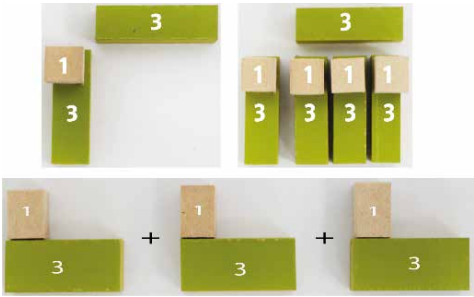
Es decir, $a + b = b + a$

d) Adicionalmente, se realizará como ejemplo la propiedad del inverso de la multiplicación.

$$\left(\frac{1}{a}\right) \times a = 1$$

Supongamos que $a = 3$ por lo que su inverso es $1/3$, en este caso se aplica el proceso de multiplicación descrito en la práctica 2. Se coloca el $1/3$ con las regletas de forma vertical y la regleta 3 de forma horizontal, de forma que se forme un rectángulo, se completa el rectángulo con las regletas $1/3$ y se suman las regletas (Como se hizo en la práctica 6), tal como se muestra en la Figura 3.

Figura 3
Multiplicación de fracciones



Luego de realizar la suma de fracciones se obtiene 1, es decir se demuestra la propiedad.

e) Complete la Tabla 2 con fotografías de las demostraciones usando material concreto y una breve explicación de la demostración (Aplicando procedimientos de las prácticas anteriores). Considere que, si aceptamos que las regletas Cuisenaire y las fracciones de círculos son números reales todas las operaciones que se realicen darán como resultado un número real, puesto que se obtienen como resultado números que se representan con regletas y fracciones de círculos.

Desarrollo de la práctica

Tabla 2

Demostración de propiedades de los números reales con material concreto

Propiedad	Fotografías de demostración
Cerradura de la suma $a + b \in \mathbb{R}$ Considere que las regletas y fracciones representan números reales y al sumarlos obtenemos otro número que se representa con una regleta o fracción, lo que indica que es un número real.	Explicación
Cerradura de la multiplicación $a \times b \in \mathbb{R}$	Explicación
Conmutativa de la multiplicación $a \times b = b \times a$	Explicación

Asociativa de la suma $a + (b + c) = (a + b) + c$	Explicación
Asociativa de la multiplicación $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	Explicación
Elemento neutro de la suma $a + 0 = a$	Explicación
Elemento neutro de la multiplicación $a \times 1 = a$	Explicación

Inverso de la suma $a + (-a) = 0$ Puede considerar que una de las regletas es negativa, como se hizo en la práctica 1.	Explicación
Inverso de la multiplicación $\left(\frac{1}{a}\right) \times a = 1$	Explicación
Distributiva $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ Es una combinación de los procesos de suma y multiplicación realizadas en las prácticas anteriores.	Explicación

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. ¿Cuáles son las propiedades de los números reales?

2. ¿Por qué se puede demostrar las propiedades de los números reales usando material concreto?

3. ¿Cuál cree es la propiedad o cuales son las propiedades más difíciles de demostrar usando material concreto? ¿por qué?

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Álgebra

Suma y resta de polinomios

Objetivo

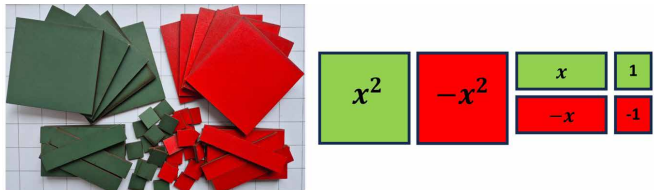
Expresar polinomios con material concreto.
Resolver sumas y restas de polinomios usando material concreto y relacionarlo con el procedimiento matemático.

Materiales: fichas didácticas que representan $\pm x^2 \pm xy \pm 1$.

Procedimiento

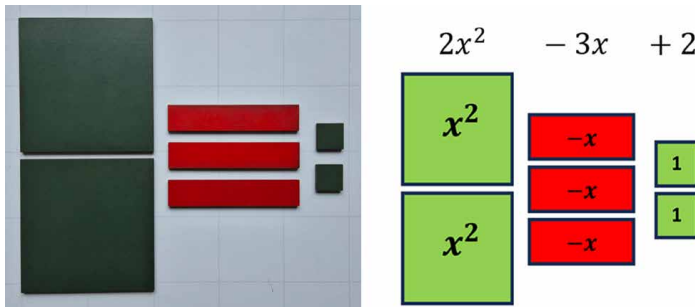
a) Utilice las fichas didácticas que se muestran en la Figura 1 para expresar polinomios y resolver sumas y restas de polinomios. Las fichas verdes son las positivas y las fichas rojas las negativas.

Figura 1
Fichas didácticas



b) Comience por representar el término que tiene x^2 , por ejemplo, si el polinomio a expresar es $2x^2 - 3x + 2$, debe colocar primero 2 fichas cuadradas grandes verdes que representan $2x^2$. Luego, se representa el término que tiene x , en este caso es $-3x$, por tanto, se colocan tres fichas rectangulares rojas. Finalmente, se representa el término numérico, en este caso se colocan dos cuadrados verdes pequeños que representan $+2$. Observe la Figura 2 en la que representa con las fichas didácticas el polinomio $2x^2 - 3x + 2$.

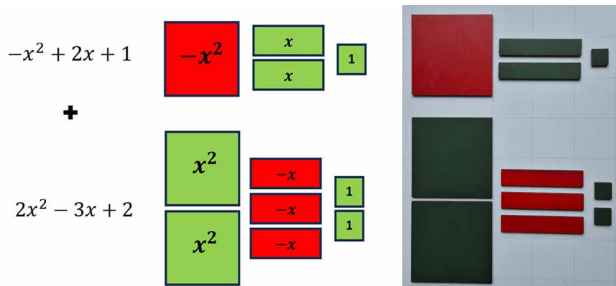
Figura 2
Representación de un polinomio



c) Siguiendo el proceso descrito anteriormente complete la Tabla 1 representando los polinomios con las fichas didácticas y coloque una fotografía del resultado.

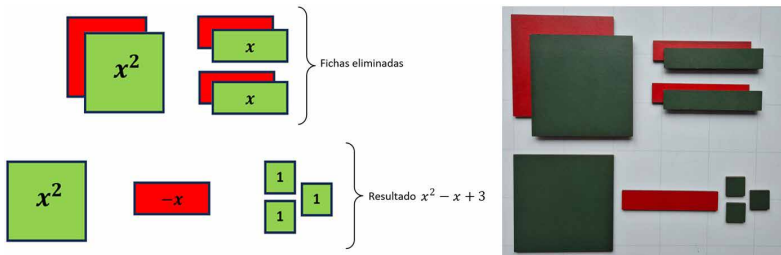
d) Para realizar la suma de polinomios primero se deben representar ambos polinomios con las fichas didácticas. Por ejemplo, para sumar los polinomios $(-x^2 + 2x + 1) + (2x^2 - 3x + 2)$, se los representa como se observa en la Figura 3.

Figura 3
Representación de los polinomios



e) Similarmente como se hizo en la práctica 1, elimine las fichas mutuamente de cada color, es decir, una ficha verde elimina a una ficha roja de su mismo valor, hasta que, para cada tipo de ficha, queden fichas de un solo color. Este procedimiento se puede observar en la Figura 4.

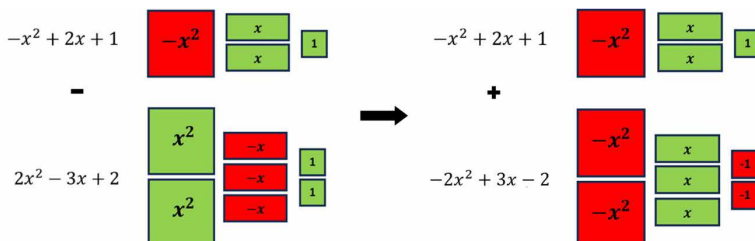
Figura 4
Eliminación de fichas y resultado



f) Cuento las fichas que quedan, estas representan el resultado final. En este caso quedó un cuadrado grande verde, un rectángulo rojo y tres cuadrados pequeños verdes por lo que el resultado es $x^2 - x + 3$, tal como se observa en la Figura 4.

g) Para realizar la resta de polinomios se deben representar los polinomios con las fichas didácticas, tal y como se hizo en la suma, sin embargo, el polinomio que representa el sustraendo de la resta debe cambiar de signo (cambiar de color) todas sus fichas, como se observa en la Figura 5. Por ejemplo, si se realiza la operación $(-x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 3x + 2)$, para resolver se cambia el color de las fichas del sustraendo. Luego, se continúa con el procedimiento como si fuera la suma de polinomios.

Figura 5
Cambio de color de fichas del sustraendo



h) Similarmente a lo indicado en los literales anteriores realice las operaciones

sugeridas en la Tabla 2. Además, escriba el resultado y agregue una fotografía del resultado con las fichas didácticas.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Representación de polinomios con fichas didácticas

Polinomio	Fotografía de representación
$2x^2 - 4x + 5$	
$-2x^2 + 3x - 2$	
$-4x^2 + 10x - 6$	

Tabla 2
Sumas y restas con polinomios

Suma y resta	Fotografía de representación
$(x^2 + 3x + 1) + (3x^2 - 2x - 3)$ Resultado	

$(-x^2 + x + 6) + (4x^4 + x - 4)$ Resultado	
$(4x^2 - 8x + 4) + (x^2 + 5x - 3)$ Resultado	
$(4x^2 + 3x - 7) + (-3x^2 - 5x - 6)$ Resultado	
$(x^2 + 4x + 2) + (-10x^2 - 3x)$ Resultado	
$(-x^2 + 3x + 1) - (2x^2 + x - 5)$ Resultado	
$(-2x^2 + x + 8) - (-2x^2 + 6x - 6)$ Resultado	

$(4x^2 - 3x - 1) - (-x^2 - 4x - 2)$ Resultado	
$(5x^2 + 6x - 3) - (4x^2 - 5x + 2)$ Resultado	
$(-3x^2 + 2x) - (x^2 + 7x - 3)$ Resultado	

i) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1. ¿Cómo se realiza la suma y resta de polinomios usando fichas didácticas?

2. ¿Cómo se relaciona la suma y resta de polinomios con fichas didácticas con el procedimiento matemático?

3. ¿Cuándo dos monomios son semejantes?

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4. ¿Cuál es o cuales son las restricciones que tienen las fichas didácticas con respecto a la suma y resta de polinomios?

Multiplicación de expresiones algebraicas

Objetivo

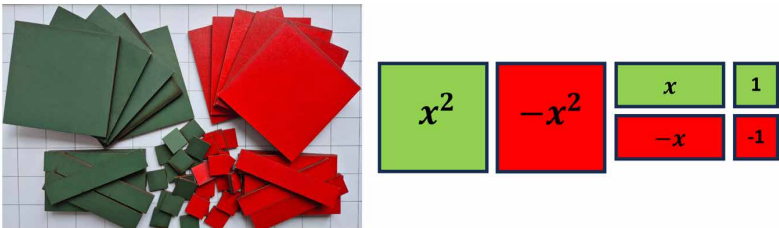
Resolver la multiplicación de dos expresiones algebraicas usando material concreto mediante la aplicación de áreas.

Materiales: Fichas didácticas que representan $\pm x^2 \pm xy \pm 1$

Procedimiento

a) Utilice las fichas didácticas que se muestran en la Figura 1 para multiplicar expresiones algebraicas.

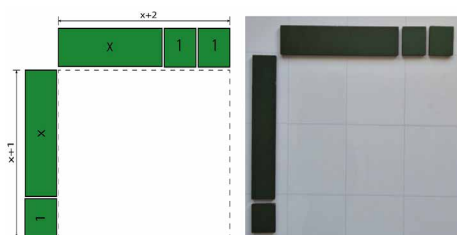
Figura 1
Fichas didácticas



b) Para realizar la multiplicación de expresiones algebraicas se debe colocar las fichas que representan cada factor de tal manera que formen los lados contiguos de un rectángulo o un cuadrado, tal como se lo hizo en la práctica 2. Por ejemplo, si se multiplica $(x + 2)(x + 1)$, se deben colocar las fichas como se observa en la Figura 2. Se forma un rectángulo en el que un lado vale $(x + 2)$ y el otro lado vale $(x + 1)$.

Figura 2

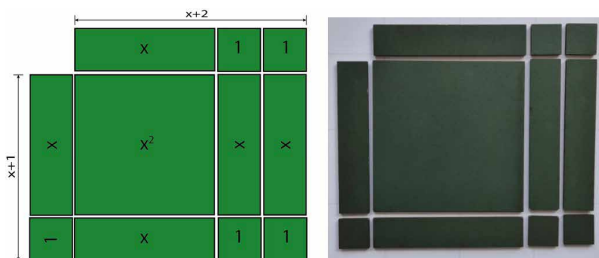
Factores de la multiplicación que forman los lados de un rectángulo



c) Luego, se completa el cuadrado o rectángulo formado, en este caso se debe completar el rectángulo, se colocan las piezas de manera que todo el espacio quede completamente lleno (Es muy importante cuidar que cada lado de las fichas coincida con el valor que representa, es decir el lado x solo puede estar junto al lado x de otra ficha, un lado x no puede estar junto con un lado que valga 1).

Figura 3

Se completa el rectángulo formado

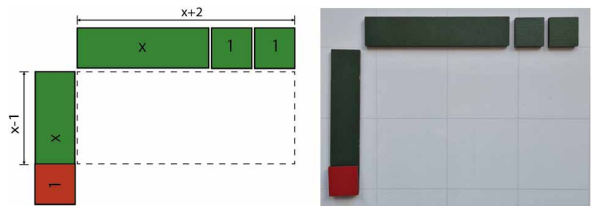


d) En la figura anterior se observa cómo se completó en rectángulo con las fichas x^2 , 3 fichas x y dos fichas 1, se observa también que cada lado de las fichas coincide con los lados de las otras fichas que tienen la misma dimensión. El resultado de la operación de multiplicar los dos factores son las fichas que conforman el área del rectángulo formado.

En este caso, al multiplicar $(x+2)(x+1)$, las fichas que conforman el área son $x^2 + 3x + 2$, es decir $(x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$.

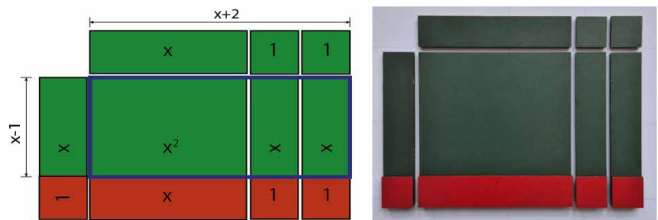
e) Como otro ejemplo consideremos factores con números negativos, $(x + 2)(x - 1)$, de la misma manera que en el caso anterior se colocan las fichas de tal manera que formen los lados de un cuadrado, en este caso tenemos $x - 1$, por lo que la ficha x hay que restarle el valor de 1, para ello se coloca la ficha negativa encima de la ficha positiva, tal como se observa en la Figura 4.

Figura 4
Factores de la multiplicación que forman los lados de un rectángulo



f) Igual que en el caso anterior se completa el rectángulo formado con las fichas que se tienen, si no coinciden exactamente puede superponer las fichas de manera que coincida exactamente el rectángulo, tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5
Se completa el rectángulo formado



e) En la figura anterior se observa que para completar el rectángulo se utilizaron; una ficha x^2 , dos fichas x , una ficha $-x$ y dos fichas -1 , por lo que resultado es el área enmarcada la misma que se obtiene sumando y restando las áreas de las fichas que se utilizaron para formarla, en este caso tenemos $x^2 + 2x - x - 1 - 1$, por lo que el resultado del área es $x^2 + x - 2$ Es decir, $(x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2$

f) Con lo indicado anteriormente realice las operaciones sugeridas en la Tabla 1, escriba el resultado y coloque una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Multiplicación de expresiones algebraicas

Multiplicación	Fotografía de procedimiento
$(2x + 3)(2x)$ Debe colocar las fichas de tal manera que los lados del rectángulo o cuadrado tengan las dimensiones de los factores de la multiplicación. Resultado	
$(x + 1)(5)$ Resultado	
$(-3x + 2)(x + 3)$ Se puede utilizar las fichas rojas considerando que tienen área negativa y al superponer las fichas positivas, se puede formar un rectángulo final que tenga un área negativa, eso debe considerar a la hora de obtener el resultado. Resultado	

$(x + 4)(-x - 1)$ Se puede trabajar con áreas negativas. Resultado	
$(4x - 3)(-2x)$ Resultado	
$(x + 1)(x - 2)$ Resultado	

g) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- ¿Cómo se realiza la multiplicación de expresiones algebraicas usando fichas didácticas?

2- ¿Cómo se relaciona la multiplicación de expresiones algebraicas usando fichas didácticas con el procedimiento matemático?

3- ¿Cuál es la relación entre la multiplicación con fichas didácticas y la geometría?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- ¿Cuál es o cuales son las restricciones que tienen las fichas didácticas con respecto a la multiplicación de expresiones algebraicas?

Multiplicación de 3 expresiones algebraicas

Objetivo

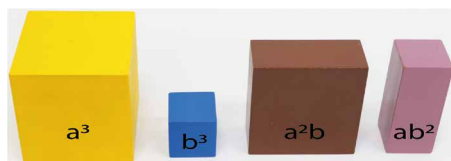
Demostrar la multiplicación de 3 expresiones algebraicas utilizando material concreto mediante la aplicación de volúmenes.

Materiales: 2 cubos grandes de 7 cm de lado (cada lado tiene dimensión a), 2 cubos pequeños de 3 cm de lado (cada lado tiene dimensión b), 6 prismas de medidas 3 cm x 7 cm x 7 cm (lado tiene dimensión b , los otros dos lados a), 6 prismas de medidas: 3 cm x 3 cm x 7 cm. (dos lados tienen dimensión b , el otro lado a).

Procedimiento

a) Use los sólidos para realizar la multiplicación de 3 expresiones algebraicas. Considerando las dimensiones de a y b , cada uno de los sólidos tiene un volumen que se obtienen multiplicando sus lados, tal como se muestra en la Figura 1

Figura 1
Volumen de cada cubo y prisma utilizados en la práctica

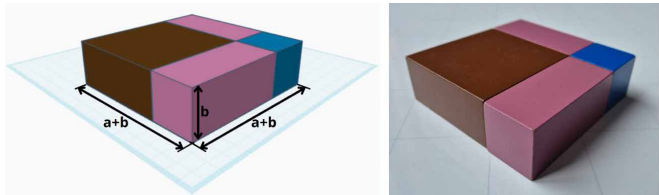


b) Multiplique las expresiones algebraicas de la Tabla 1. En esta tabla debe constar todo el procedimiento algebraico que ha realizado para obtener el resultado de la multiplicación.

c) En la práctica anterior había que formar cuadrados o rectángulos, en cambio en este caso se deben formar cubos o paralelepípedos, para ello se debe colocar los lados del paralelepípedo de acuerdo a los factores que se vayan a multiplicar. Por ejemplo, para multiplicar las expresiones algebraicas

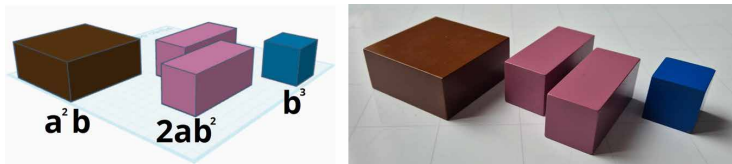
$(a + b)(a + b)b$, con los materiales debe formarse un paralelepípedo de lados $(a + b)(a + b)b$ (Cuidando que cada lado coincida con el lado de igual dimensión) tal como se muestra en la Figura 2.

Figura 2
Paralelepípedo de lados $(a+b)$, $(a+b)$ y b



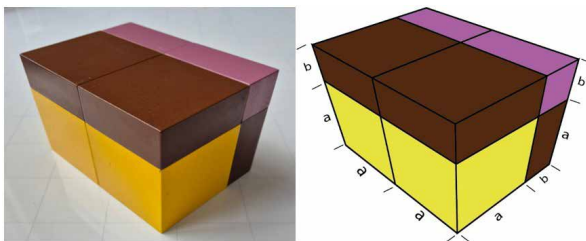
d) En este caso no hizo falta completar el paralelepípedo (Si no está completo se debe colocar los prismas hasta tener un paralelepípedo perfecto), para determinar el resultado de la multiplicación se suman los volúmenes de cada prisma que forma el paralelepípedo. En este caso para formarlo se utilizarón los siguientes prismas; un prisma de volumen a^2b , dos prismas de volumen ab^2 y un cubo pequeño de volumen b^3 , por lo que el volumen total es la suma de ellos, es decir, $a^2b + 2ab^2 + b^3$, tal como se observa en la Figura 3.

Figura 3
Prismas y cubo que conforman el paralelepípedo



e) Otro ejemplo a realizar sería el caso de multiplicar las expresiones $(2a)(a + b)(a + b)$, similar al proceso anterior se forma un paralelepípedo que tenga lados iguales a las expresiones algebraicas. En este caos si hace falta agregar más prismas para tener un paralelepípedo perfecto, como el de la Figura 4.

Figura 4
Paralelepípedo completo



Como se observa en la figura anterior, lado inferior izquierdo mide $2a$, el lado inferior derecho $a+b$ y el lado vertical $a+b$, se colocan los prismas necesarios para tener un paralelepípedo perfecto. Las piezas que se usaron para formar se detallan en la Figura 5.

Figura 5
Cubos y prismas que conforman el paralelepípedo



En la figura anterior se observa que para completar el paralelepípedo se ocupó dos cubos a^3 , 4 prismas a^2b y 2 prismas ab^2 , por lo que el resultado será la suma de los volúmenes de estos prismas, es decir.

$$(2a)(a+b)(a+b) = 2a^3 + 4a^2b + 2ab^2$$

De manera similar a lo indicado anteriormente realice las multiplicaciones sugeridas en la Tabla 2 y agregue fotografías.

f) Finalmente, compare los resultados obtenidos en la Tabla 1 con los resultados obtenidos en la Tabla 2 y escriba sus conclusiones.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1

Multiplicación matemática de 3 expresiones algebraicas

Multiplicación	Procedimiento y resultado
$(a + b)(a + b)(a)$	
$(2a + b)(a + b)(a)$	
$(a + b)(a + b)(2a + b)$	
$(a + b)(a + b)(a + 2b)$	
$(a + b)(a + b)(a + b)$	

Tabla 2

Multiplicación con sólidos de 3 expresiones algebraicas

Multiplicación	Fotografía
$(a + b)(a + b)(a)$	
$(2a + b)(a + b)(a)$	

$(a + b)(a + b)(2a + b)$	
$(a + b)(a + b)(a + 2b)$	
$(a + b)(a + b)(a + b)$	

g) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- ¿Se verifica la teoría con la práctica?

2- ¿Cómo se realiza la multiplicación de expresiones algebraicas usando fichas didácticas?

3- ¿Cómo se relaciona la multiplicación de expresiones algebraicas usando sólidos con el procedimiento matemático?

4- ¿Cuál es la relación entre la multiplicación con sólidos y la geometría?

5- ¿Por qué es necesario formar paralelepípedos para obtener el resultado y no otros sólidos?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- ¿Cuál es o cuales son las restricciones que tienen los sólidos utilizados con respecto a la multiplicación de 3 expresiones algebraicas?

División de polinomios

Objetivo

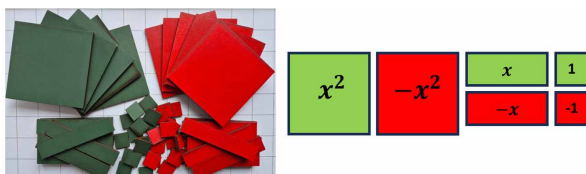
Resolver la división de polinomios usando material concreto y relacionarlo con el procedimiento matemático.

Materiales: Fichas didácticas que representan $\pm x^2 \pm xy \pm 1$

Procedimiento

a) Utilice las fichas didácticas que se muestran en la Figura 1 para dividir polinomios.

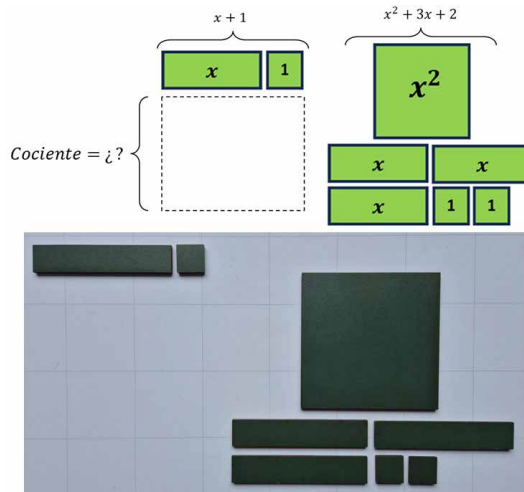
Figura 1
Fichas didácticas



b) Es importante relacionar la división de expresiones algebraicas con la multiplicación de expresiones algebraicas (Es decir, se realiza un proceso inverso al indicado en la práctica 12). Por ejemplo, para realizar la división: $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 1)$ se debe considerar el dividendo $x^2 + 3x + 2$ como el rectángulo que resultaba de la multiplicación, mientras que el divisor $x + 1$ se considera como uno de los lados del rectángulo, el cociente será el otro lado del rectángulo. Observe en la Figura 2 que el divisor se ha colocado en la parte superior del rectángulo, como uno de los lados.

Figura 2

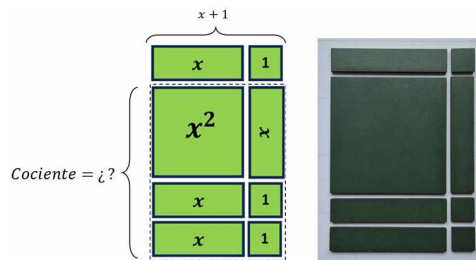
Dividendo y divisor en relación con el rectángulo de la multiplicación



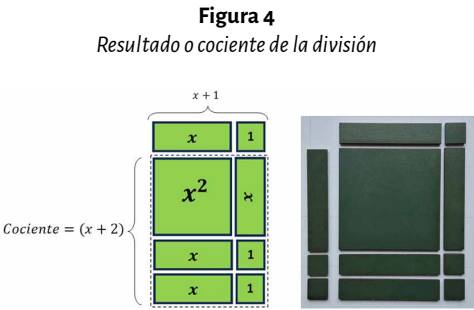
c) En la zona del rectángulo se debe colocar o ajustar las fichas del dividendo $x^2 + 3x + 2$. Es importante considerar que si es necesario agregar nuevas fichas para formar el rectángulo de manera que se reste el área se lo puede hacer. Además, es importante tomar en cuenta que en algunas divisiones puede quedar un residuo, por tanto, habrá fichas que no encajen en el rectángulo. En la siguiente Figura 3 se puede observar cómo encajan las fichas del dividendo $x^2 + 3x + 2$ en el rectángulo.

Figura 3

Rectángulo formado por el dividendo



d) Finalmente, se determina el resultado o cociente de la división determinando la dimensión del lado del rectángulo, en este caso el lado es $(x + 2)$, por lo que podemos concluir que el resultado de dividir $(x^2 + 3x + 2)$ para $(x + 1)$ es $(x + 2)$.



e) De manera similar al proceso anterior complete la Tabla 1 realizando la división de las expresiones algebraicas y coloque una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
División de expresiones algebraicas

División	Fotografía del procedimiento
$(2x^2 + 5x - 3) \div (x + 3)$ Resultado	
$(x^2 + 5x + 6) \div (x + 2)$ Resultado	

$(-2x^2 - x + 3) \div (-x + 1)$ Resultado	
$(4x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$ Resultado	
$(x^2 + 8x + 15) \div (x + 5)$ Resultado	

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- ¿Cómo se realiza la división de polinomios usando fichas didácticas?

2- ¿Cómo se relaciona la división de expresiones algebraicas usando fichas didácticas con el procedimiento matemático?

3- ¿Cuál es la relación entre la división con fichas didácticas y la geometría?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- ¿Cuál es o cuales son las restricciones que tienen las fichas didácticas con respecto a la división de expresiones algebraicas?

Suma y resta de polinomios 2

Objetivo

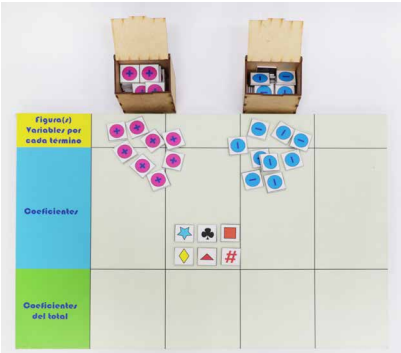
Resolver sumas y restas de polinomios usando tablero y fichas didácticas para relacionarlo con el procedimiento matemático.

Materiales: tablero didáctico de adición y sustracción de polinomios y fichas didácticas con signos positivos, negativos y símbolos.

Procedimiento

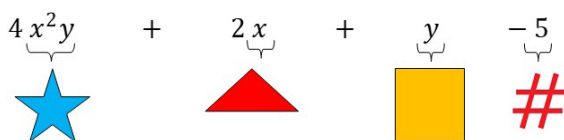
a) Utilice el tablero y las fichas de signos positivo, negativo y símbolos que se observan en la Figura 1.

Figura 1
Tablero y fichas para suma y resta de polinomios



b) Para realizar la suma de polinomios con este material, primero debe elegir los símbolos (fichas con figuras variadas) que representarán a cada una de las variables, de las que se componen los polinomios. Luego se colocan en orden en la parte superior (fila amarilla) del tablero en cada una de las columnas. La ficha del símbolo numeral “#” siempre representará a la parte numérica o independiente de los polinomios. En la Figura 2 se muestran los símbolos asignados a cada variable para realizar la suma de los polinomios $(4x^2y + 2x + y - 5) + (2x^2y - 3x + 2y + 7)$

Figura 2
Símbolos de cada variable de la expresión algebraica



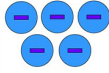
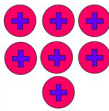
En la Figura 3 se puede observar cómo se deben colocar los símbolos en cada columna de la primera fila.

Figura 3
Símbolos colocados en la primera fila del tablero

Figura (s) Variables por cada término				
Coefficientes				
Coefficientes del total				

c) Luego, debe colocar debajo de cada símbolo el número de fichas positivas (las que tienen el signo +) según indique la parte numérica de las expresiones algebraicas del polinomio. Si el número del monomio es negativo se colocan fichas que tienen el signo menos. En el caso de que un polinomio no tenga algún término, que, si tenga el otro polinomio, no se le colocan fichas en esa columna. Observe en la Figura 4 como se han colocado las fichas positivas y negativas según los polinomios $(4x^2y + 2x + y - 5) + (2x^2y - 3x + 2y + 7)$

Figura 4
Representación de polinomios en el tablero

Figura (s) Variables por cada término					
Coeficientes					$4x^2y + 2x + 1y - 5$
					$2x^2y - 3x + 2y + 7$
Coeficientes del total					

d) Finalmente se procede a realizar las sumas y restas por columnas. Se eliminan las fichas positivas con negativas (como se realizó en la práctica 1). Si existen fichas del mismo signo se unen. En la parte inferior del tablero se colocan las fichas resultantes y se expresa el resultado según el símbolo que indique la ficha superior de cada columna. Este procedimiento se puede observar en la Figura 5, en la que se presenta el resultado de la operación $(4x^2y + 2x + y - 5) + (2x^2y - 3x + 2y + 7)$, que es $6x^2y - x + 3y + 2$

Figura 5
Sumas y restas por columnas y resultado final

Figura(s) Variables por cada término					
Coefficientes					$4x^2y + 2x + 1y - 5$
					$2x^2y - 3x + 2y + 7$
Coefficientes del total					$6x^2y - x + 3y + 2$

Figura(s) Variables por cada término					
Coefficientes					
					
Coefficientes del total					

e) Complete la Tabla 1 realizando la suma y resta de polinomios similarmente a lo expresado en los literales anteriores. Además, escriba el resultado y agregue una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Sumas y restas con polinomios

Suma y resta	Fotografía del procedimiento y resultado
$(10mn + 3m - 7n) + (-8n + 3mn + 9m)$ Resultado	
$(x^3 - 2x^2 + 5x - 4) - (2x^3 - 6x^2 - 4x + 6)$ Resultado	
$(-8a^3b^5 + 11x^6y^8 + 7z^3) + (z^3 - 10a^3b^5 - 9x^6y^8 + 15)$ Resultado	
$(4h^3j^5k^2 + 11h^6 + 16) - (j^3 - 5h^3j^5k^2 + 18 + 2h^6)$ Resultado	

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- ¿Cómo se realiza la suma y resta de polinomios usando el tablero y las fichas didácticas?

2- ¿Cómo se relaciona la suma y resta de polinomios con el uso del tablero y fichas didácticas con el procedimiento matemático?

3- ¿Cuándo dos monomios son semejantes?

4- En la suma y resta de las expresiones semejantes indique que sucede si se suman cantidades, positivas o negativas, del mismo signo y de signo contrario.

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- ¿Cuál es o cuales son las restricciones que tienen el tablero y las fichas didácticas con respecto a la suma y resta de polinomios?

Multiplicación de expresiones algebraicas 2

Objetivo

Resolver la multiplicación de expresiones algebraicas usando tablero y fichas didácticas para relacionarlo con el procedimiento matemático.

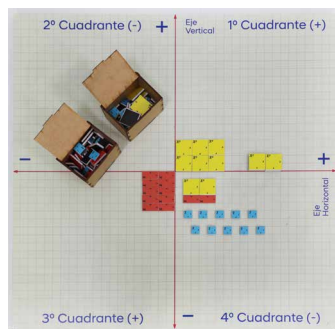
Materiales: tablero didáctico de multiplicación de polinomios y fichas didácticas x^2 , x y 1.

Procedimiento

a) Use el tablero didáctico de multiplicación y las fichas de x^2 , x y 1 que se observan en la Figura 1.

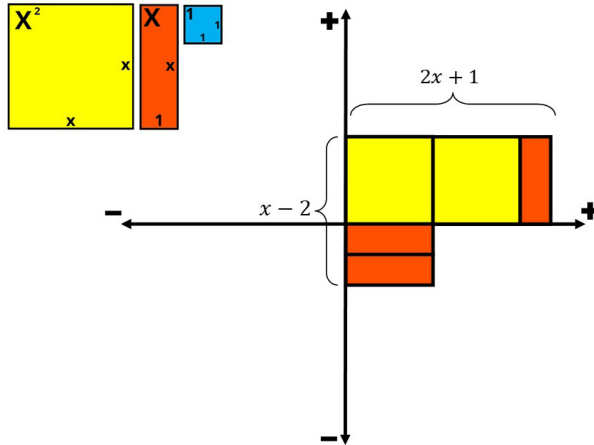
Figura 1

Tablero y fichas para multiplicación de polinomios



b) Para realizar la multiplicación de expresiones algebraicas con este material, primero se deben colocar las fichas de tal manera que sus lados formen en los ejes, vertical y horizontal, los factores o expresiones que se están multiplicando. Por ejemplo, para realizar la multiplicación $(2x + 1)(x - 2)$, se colocan las fichas como se observa en la Figura 2.

Figura 2
Posición de las fichas para multiplicar $(2x+1)(x-2)$

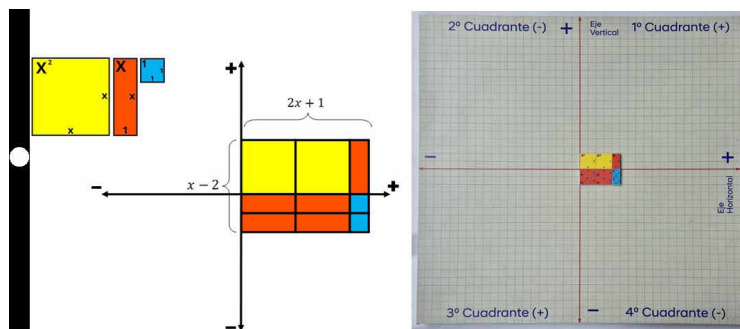


Es importante tener en cuenta, como se observa en la figura, que la ficha amarilla x^2 al ser colocada en la tabla, forma con sus lados la componente x de las expresiones. Mientras que las fichas tomates x , al ser colocadas en la tabla únicamente pueden representar la unidad con su lado más corto que

mide 1. Además, note que se debe hacer coincidir el signo de las expresiones algebraicas con el signo de los ejes del tablero.

c) Luego de colocar ambas expresiones algebraicas se completan los rectángulos de tal manera que: x (lado ficha amarilla) por x (lado ficha amarilla) forman x^2 (ficha amarilla), x (lado ficha amarilla) por 1 (lado ficha tomate) forma x (ficha tomate), y 1 (lado ficha tomate) por 1 (lado ficha tomate) forma 1 (ficha azul). Verifique este procedimiento en la Figura 3.

Figura 3
Completación del rectángulo



d) Finalmente, para escribir el resultado se deben sumar las fichas amarillas, luego todas las fichas tomates y todas las fichas azules considerando el valor de sus áreas. El signo que tendrán los resultados depende del cuadrante en el que se encuentren las fichas, para lo cual, se observa en la tabla que los cuadrantes 1 y 3 son positivos y los cuadrantes 2 y 4 son negativos. Si existen fichas del mismo color en cuadrantes de diferentes signos, se restan las fichas. Este proceso y el resultado final se puede visualizar en la Figura 4.

Figura 4
Suma y resta de fichas y resultado final

$$(2x + 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$$

e) Complete la Tabla 1 realizando la multiplicación de polinomios. Además, escriba el resultado y agregue una fotografía del procedimiento y resultado con las fichas.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Multiplicación con expresiones algebraicas

Multiplicaciones	Fotografía del procedimiento y resultado
$(3x) \times (x - 4)$ Resultado	
$(-2x + 4) \times (2x)$ Resultado	
$(3x - 4) \times (-2x - 4)$ Resultado	
$(x + 5) \times (x - 2)$ Resultado	
$(4x - 5) \times (-2x + 6)$ Resultado	

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- ¿Cómo se realiza la multiplicación de polinomios usando el tablero y las fichas didácticas?

2- ¿Cómo se relaciona la multiplicación de polinomios con el uso del tablero y fichas didácticas con el procedimiento matemático?

3- ¿Cómo se relacionan los signos de los ejes con los signos de las cuadrantes?

4- ¿Qué similitudes y diferencias encuentra entre esta forma de multiplicar las expresiones algebraicas en comparación con la práctica 11 de esta guía?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- ¿Cuál es o cuales son las restricciones que tienen el tablero y las fichas didácticas con respecto a la multiplicación de polinomios?

Suma y resta de polinomios fraccionarios

Objetivo

Resolver la suma y resta de polinomios fraccionarios usando material concreto y relacionarlo con el procedimiento matemático.

Materiales: círculo fraccionario o fracciones de círculo, tablero didáctico de adición y sustracción de polinomios y fichas didácticas con signos positivos, negativos y símbolos.

Procedimiento

a) Utilice el tablero didáctico, las fichas didácticas y las fracciones de círculos que se observan en las Figuras 1 y 2.

Figura 1

Tablero didáctico de adición y sustracción de polinomios

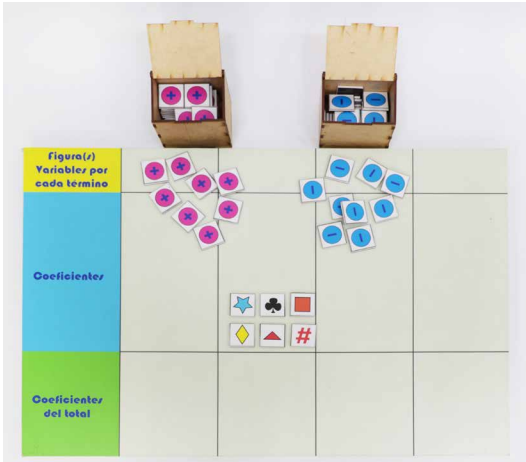
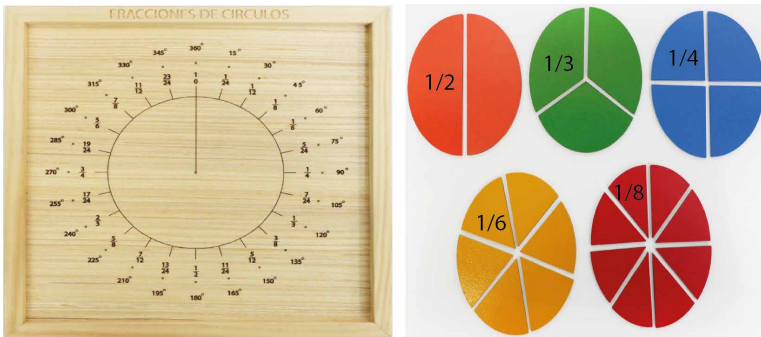


Figura 2
Círculo con divisiones y círculos fraccionarios



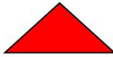
b) Para realizar una suma y resta de polinomios fraccionarios primero se debe elegir los símbolos (fichas con figuras variadas) que representarán a cada una de las variables o componentes literales de las que se componen los polinomios. Se las coloca en la parte superior (fila amarilla) del tablero en cada columna. La ficha del símbolo numeral “#” siempre representará la parte numérica o independiente de los polinomios. En la Figura 3 se muestran los símbolos asignados a cada variable para realizar la suma de los polinomios.

Figura 3
Símbolos de cada variable de la expresión algebraica

$$\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}y^2 + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{6}y^2\right)$$

$\frac{1}{4}x^2$


$-$

$\frac{1}{8}y^2$


$+$

$\frac{1}{6}$


En la Figura 4 se puede observar cómo se deben colocar los símbolos en cada columna de la primera fila.

Figura 4

Símbolos colocados en la primera fila del tablero

Figura (s) Variables por cada término				
Coefficientes				
Coefficientes del total				

c) Luego se debe colocar debajo de cada símbolo, la fracción o pieza que representa la parte numérica fraccionaria de los términos del primer polinomio. Repita el mismo proceso con el segundo polinomio. Es necesario que se coloque correctamente las fracciones en la columna que corresponden según los términos de los polinomios. En el caso que un polinomio no tenga algún término, que, si tenga el otro polinomio, no se le colocan fichas en esa columna. Además, si una fracción es negativa se coloca una ficha negativa. En la Figura 5 se muestra como se han colocado las fracciones según los polinomios.

Figura 5
Representación de polinomios en el tablero

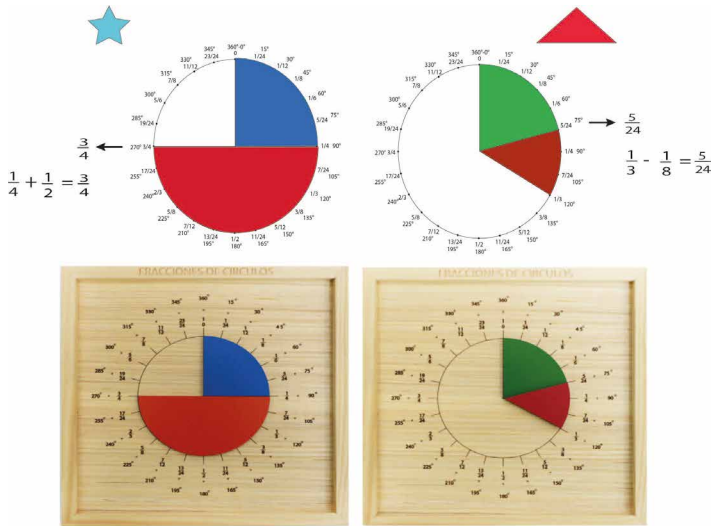
Figura (s) Variables por cada término				
Coefficientes	 	 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 		$\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}y^2 + \frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{6}y^2$
Coefficientes del total				

Figura(s) Variables por cada término				
Coefficientes	 	 		
Coefficientes del total				

d) Se procede a realizar las sumas y restas de las fracciones con el círculo fraccionario (Tal como se hizo en la práctica 8 de la guía).

Se observa en la Figura 6 el procedimiento de suma y resta de fracciones del ejercicio, y el resultado final.

Figura 6
Suma y resta de fracciones y resultado final



$$\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}y^2 + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{6}y^2\right) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{24}y^2 + \frac{1}{6}$$

f) Complete la Tabla 1 y coloque una fotografía del procedimiento y resultado.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Suma y resta polinomios fraccionarios

$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}\right)$
Fotografía del procedimiento y resultado:

$\left(\frac{1}{2}a^2 - \frac{2}{16}b^2 + \frac{3}{12}ab + \frac{1}{8}ab^2\right) + \left(\frac{1}{4}a^2 - \frac{2}{6}b^2 + \frac{4}{32}ab + \frac{3}{24}ab^2\right)$
Fotografía del procedimiento y resultado:
$\left(\frac{2}{8}a^3b^5 - \frac{3}{18}x^6y^8 + \frac{2}{4}z^3\right) - \left(\frac{1}{6}z^3 - \frac{6}{36}a^3b^5 - \frac{1}{8}x^6y^8 + \frac{1}{3}\right)$
Fotografía del procedimiento y resultado:
$\left(\frac{4}{8}m^2n - \frac{1}{8}n^3 + \frac{2}{6}m^3 + \frac{1}{6}mn^2\right) + \left(\frac{3}{9}mn^2 - \frac{1}{8}n^3 - \frac{10}{40}m^2n + \frac{1}{6}m^3\right)$
Fotografía del procedimiento y resultado:
$\left(\frac{1}{4} - \frac{9}{27}x^2 - \frac{1}{4}y^2\right) - \left(\frac{6}{48}x^2 - \frac{5}{10}x - \frac{4}{16}y^2\right)$
Fotografía del procedimiento y resultado:

g) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- Explique que es una suma y resta de polinomio fraccionarios considerando lo realizado en esta práctica.

2- ¿Por qué el proceso de sumar polinomios fraccionarios es diferente al proceso de restar polinomios fraccionarios?

3- ¿Cómo se relaciona la suma y resta de polinomios fraccionarios con el uso del material didáctico con el procedimiento matemático?

4- ¿Cuándo dos monomios son semejantes?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Por qué es importante aprender este tema?

3.- ¿Cómo se podría relacionar este tema con la vida cotidiana?

Valor numérico de una expresión algebraica

Objetivo

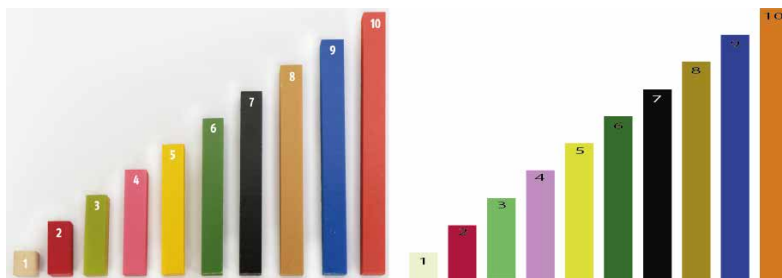
Determinar el valor numérico de una expresión algebraica usando Regletas Cuisenaire.

Materiales: regletas Cuisenaire.

Procedimiento

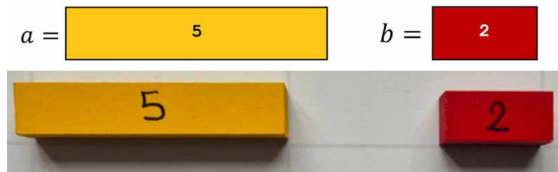
a) Considere el valor de cada una de las Regletas Cuisenaire que se observan en la Figura 1 para realizar la práctica.

Figura 1
Regletas Cuisenaire



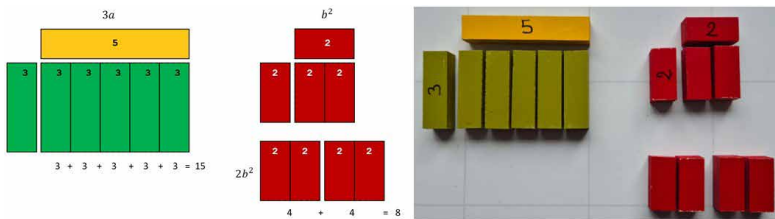
b) Represente los valores de las variables con las regletas. Para el siguiente ejemplo se requiere determinar el valor numérico de la siguiente expresión $3a + 2b^2$ en la que $a = 5$ $b = 2$, por tanto, se representa las variables “a” y “b” como se observa en la Figura 2.

Figura 2
Valor de variables con Regletas Cuisenaire



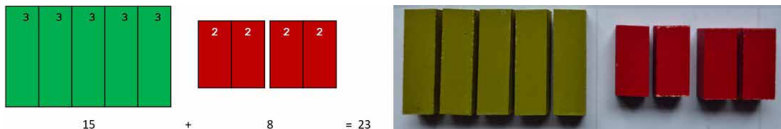
c) Luego, se proceden a realizar las operaciones con las regletas según indique la expresión algebraica, hasta obtener el resultado (el procedimiento para realizar las operaciones con las regletas se encuentra explicado en esta guía en las prácticas previas). A continuación, se observa en la Figura 3 las operaciones $3a + 2b^2$.

Figura 3
Operaciones con regletas



d) Se realiza la operación final o todas las operaciones requeridas y se obtiene el valor numérico. En el ejemplo se obtiene como resultados el número 23 como se observa en la Figura 4.

Figura 4
Operaciones finales y resultado



e) De manera similar complete la Tabla 1 hallando el valor numérico de las expresiones algebraicas. además, agregue una fotografía del resultado con las regletas.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Valor numérico de expresiones algebraicas

Expresiones algebraicas	Fotografía del resultado
$2a - 5b + 4c$ para $a = 1, b = 3$ y $c = 11$ Si puede considerar que una regleta es negativa Resultado	
$3a^2 + 5a + 1$ para $a = 2$ Resultado	
$2a^2 + 3b^2 + b + 6$ para $a = 3$ y $b = 5$ Resultado	

$2m^2p$ para $m = 2$ y $p = 3$ Resultado	
$x + 4y$ para $x = 12$, $y = 8$ Resultado	
$a + 2b$ para $a = \frac{3}{12}$ y $b = \frac{2}{8}$ Resultado	

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- ¿Qué es hallar el valor numérico de una expresión algebraica?

2- ¿Cómo se relaciona el proceso matemático para determinar el valor numérico de una expresión algebraica con el proceso realizado en esta práctica?

3- ¿Una expresión algebraica puede tener diferentes valores numéricos?

4- ¿Cómo se relaciona este tema con otros temas o asignaturas como Geometría o Física?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- ¿Cuál es o cuales son las restricciones que tienen las regletas con respecto a determinar el valor numérico de una expresión algebraica?

Cuadrado de la resta de dos términos

Objetivo

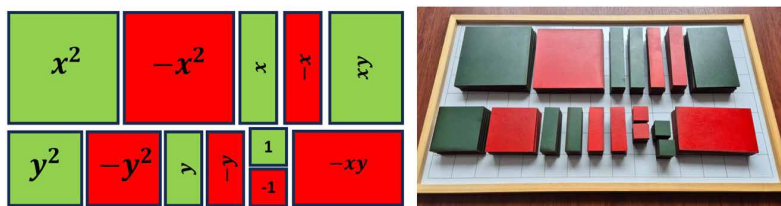
Demostrar gráficamente el desarrollo del cuadrado de la resta de dos términos.

Materiales: fichas didácticas que representan $\pm x^2$, $\pm y^2$, $\pm x$, $\pm y$, ± 1 , $\pm xy$

Procedimiento

a) Utilice las fichas didácticas que se muestran en la Figura 1 para realizar el producto notable.

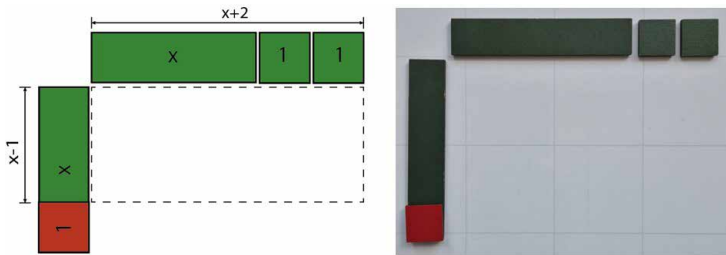
Figura 1
Fichas didácticas Algeplano



b) Para realizar el producto de la resta de dos términos primero se debe considerar que cada expresión de la forma $(x - y)^2$ se puede reescribir como $(x - y)(x - y)$, para proceder a realizar un producto de expresiones algebraicas. Luego, ubique con las fichas las expresiones que se van a multiplicar de tal forma que cada expresión sea el lado de un cuadrado. Sea cuidadoso al ubicar las fichas ya que la ficha que inicia cada lado debe coincidir con otro de su misma dimensión o representación. Para el producto notable $(x - 1)^2$ se muestra en la Figura 2 como sus factores $(x - 1)(x - 1)$ forman los lados de un cuadrado.

Figura 2

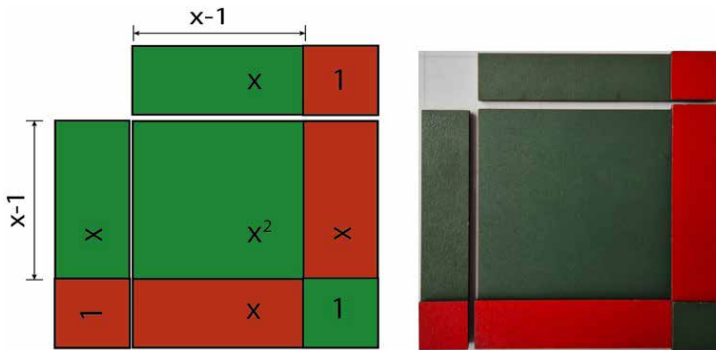
Factores como lados de un cuadrado



c) Complete el cuadrado con las fichas resultantes del producto considerando la ley de signos, tal y como se ha realizado en la Figura 3, con los factores $(x-1)(x-1)$.

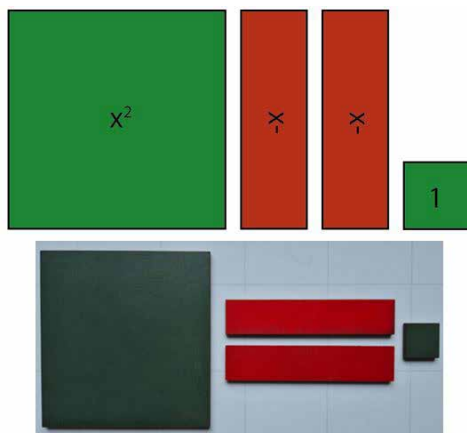
Figura 3

Completación del cuadrado



d) Finalmente, sume o reste las fichas que conforman el área del cuadrado para determinar el resultado del cuadrado de la resta de un binomio. En la Figura 4 visualice el resultado del ejemplo.

Figura 4
Resultado del producto notable $(x-1)^2$



e) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Además, escriba el resultado y coloque una fotografía del procedimiento y del resultado con las fichas.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Productos notables: cuadrado de la resta de un binomio

Productos notables	Fotografía
$(x - y)^2$ Resultado	

$(x - 2)^2$ Resultado	
$(2x - 4)^2$ Resultado	
$(x - 3y)^2$ Resultado	
$(2x - y)^2$ Resultado	

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- Escriba con sus palabras a que es igual el cuadrado de la resta de un binomio.

2- ¿Por qué el cuadrado de la resta de un binomio es un producto notable?

3- ¿Cómo se relaciona este tema con Geometría?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

Cuadrado de la suma de dos términos

Objetivo

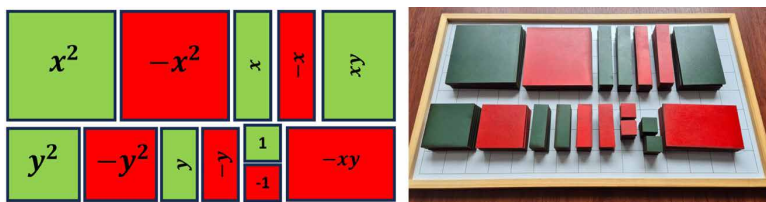
Demostrar gráficamente el desarrollo del cuadrado de la suma de dos cantidades.

Materiales: fichas didácticas que representan $\pm x^2$, $\pm y^2$, $\pm x$, $\pm y$, ± 1 , $\pm xy$

Procedimiento

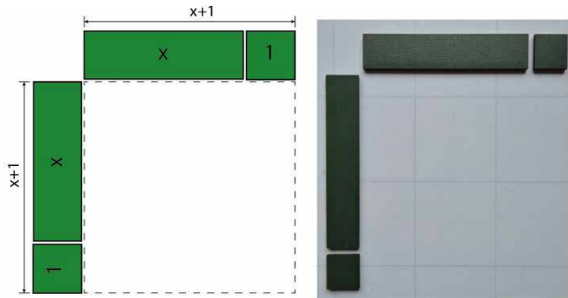
a) Utilice las fichas didácticas Algeplano que se muestran en la Figura 1 para realizar el producto notable.

Figura 1
Fichas didácticas



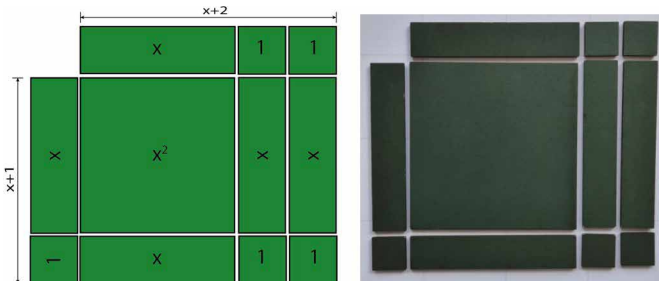
b) Para realizar el producto de la suma de dos términos primero se debe considerar que cada expresión de la forma $(x + y)^2$ se puede reescribir como $(x + y)(x + y)$ y proceder a realizar un producto de expresiones algebraicas. Luego, ubique con las fichas las expresiones que se van a multiplicar de tal forma que cada expresión sea el lado de un cuadrado. Sea cuidadoso al ubicar las fichas ya que cada lado debe coincidir con otro de su misma dimensión o representación. Para el producto notable $(x + 1)^2$, se muestra en la Figura 2, como sus factores $(x + 1)(x + 1)$ forman los lados de un cuadrado.

Figura 2
Factores como lados de un cuadrado



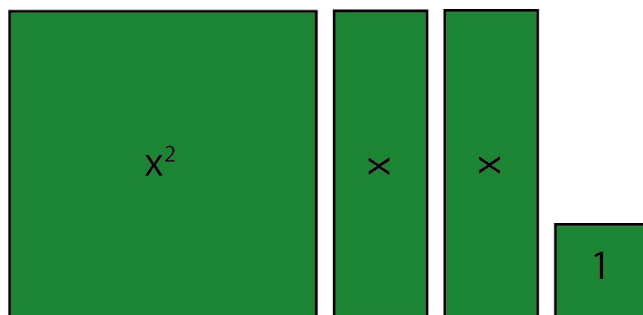
c) Complete el cuadrado con las fichas resultantes del producto, tal y como se ha realizado en la Figura 3, con los factores $(x+1)(x+1)$.

Figura 3
Completación del cuadrado



d) Finalmente, sume el área de las fichas que conforman el cuadrado para determinar el resultado del cuadrado de la suma de un binomio. A continuación, en la Figura 4 se visualiza el resultado del ejemplo.

Figura 4
Resultado del producto notable $(x + 1)^2$



e) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Además, escriba el resultado y coloque una fotografía del procedimiento y del resultado con las fichas.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Productos notables: cuadrados de la suma de un binomio

Productos notables	Fotografía
$(x + y)^2$ Resultado	
$(x + 2)^2$ Resultado	

$(2x + 4)^2$ Resultado	
$(x + 3y)^2$ Resultado	
$(2x + y)^2$ Resultado	

f) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- Escriba con sus palabras a que es igual el cuadrado de la suma de un binomio.

2- ¿Por qué el cuadrado de la suma de un binomio es conocido como un producto notable?

3- ¿Cómo se relaciona este tema con Geometría?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real

Cuadrado de un trinomio

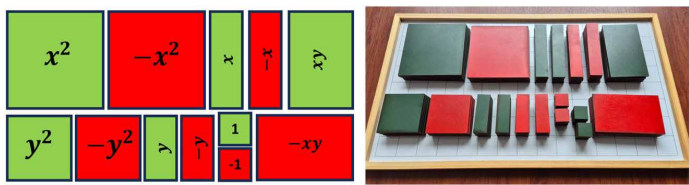
Objetivo

Usar material concreto para visualizar el cuadrado de un trinomio y entender cómo la cantidad de fichas positivas o negativas determina el signo del resultado.

Materiales: fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que representan $\pm x^2, \pm y^2, \pm x, \pm y, \pm 1, \pm xy$

Figura 1

Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas

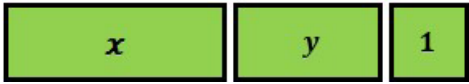


Procedimiento

a) Para determinar el producto notable $(x + y + 1)^2$, debe usar las siguientes fichas, que se muestran en la Figura 2:

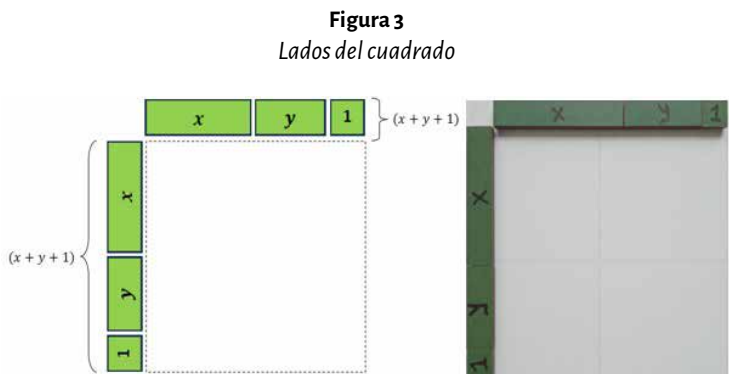
Figura 2

Fichas que representan 1, x e y

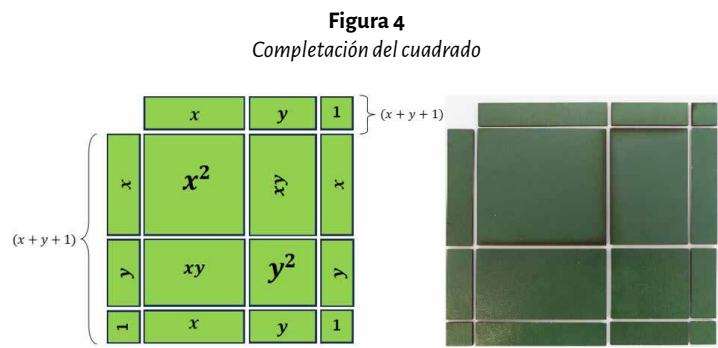


b) Para realizar el cuadrado de un trinomio primero se debe considerar que cada ejercicio de la forma $(x + y + z)^2$ se puede reescribir como $(x + y + z) \times (x + y + z)$, para proceder a realizar un producto de expresiones algebraicas.

Por ejemplo, considerar que $(x + y + 1)^2$ se puede escribir como $(x + y + z) \times (x + y + z)$, estas expresiones representan los lados del cuadrado, tal como se observa en la Figura 3.

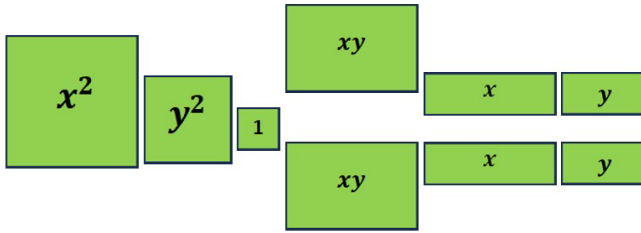


c) De acuerdo a las expresiones que se vayan a multiplicar, hay que ubicar las fichas de tal forma que cada trinomio sea el lado de un cuadrado. Hay que ser cuidadoso al ubicar las fichas ya que cada lado debe coincidir con otro de su misma dimensión o representación. Para el ejemplo, se completa el cuadrado multiplicando cada ficha, considerando la ley de signos, tal como se muestra en la Figura 4.



d) El resultado se obtiene al sumar las fichas que se encuentran en el cuadrado y se ordena, tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5
Resultado con las fichas



e) Finalmente, sumar o restar las fichas que conforman el área del cuadrado, ese sería el resultado del cuadrado de un trinomio. A continuación, se explica el procedimiento analíticamente del ejemplo planteado.

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 1^2 + 2xy + 2x + 2y \\ (x + y + 1)^2 &= x^2 + y^2 + 1^2 + 2xy + 2x + 2y \end{aligned}$$

Respuesta: $(x + y + 1)^2 = x^2 + y^2 + 2x + 2y + 2xy + 1$

A continuación, se desarrollará otro ejercicio de complejidad mayor:

2. Determine el producto notable $(2x - 3y - 3)^2$

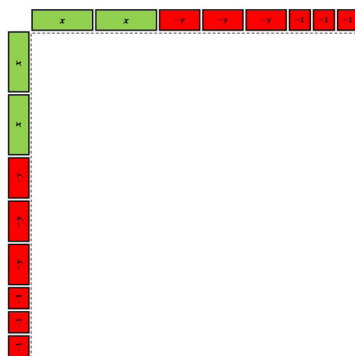
a) Para el ejercicio, debe usar un par de las siguientes fichas, que se muestran en la Figura 6:

Figura 6
Fichas que representan $2x, -3y, -3$



b) Considerar que $(2x - 3y - 3)^2$ se puede escribir como $(2x - 3y - 3)(2x - 3y - 3)$, estas expresiones representan los lados del cuadrado, tal como se observa en la Figura 7:

Figura 7
Lados del cuadrado



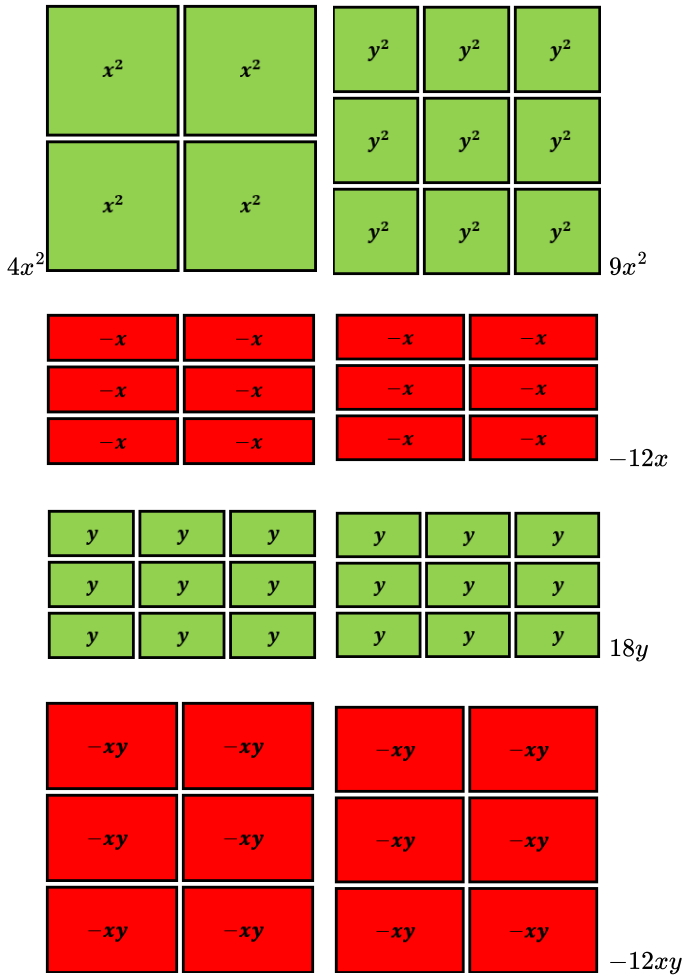
c) Se completa el cuadrado multiplicando cada ficha de un lado por la del otro lado, considerando la ley de signos, tal como se muestra en la Figura 8.

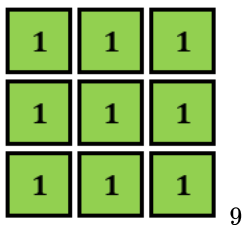
Figura 8
Completación del cuadrado

	x	x	$-y$	$-y$	$-y$	-1	-1	-1
x	x^2	x^2	$-xy$	$-xy$	$-xy$	$-x$	$-x$	$-x$
x	x^2	x^2	$-xy$	$-xy$	$-xy$	$-x$	$-x$	$-x$
$-y$	$-xy$	$-xy$	y^2	y^2	y^2	y	y	y
$-y$	$-xy$	$-xy$	y^2	y^2	y^2	y	y	y
$-y$	$-xy$	$-xy$	y^2	y^2	y^2	y	y	y
-1	$-x$	$-x$	y	y	y	1	1	1
-1	$-x$	$-x$	y	y	y	1	1	1
-1	$-x$	$-x$	y	y	y	1	1	1

d) El resultado se obtiene al sumar las fichas que se encuentran en el cuadrado y se ordena, tal como se muestra en la Figura 9.

Figura 9
Resultado con las fichas





e) Finalmente, se suman analíticamente los términos y se ordenan.

$$(2x - 3y - 3)^2 = 4x^2 + 9y^2 + 9 - 12xy - 12x + 18y$$

$$(2x - 3y - 3)^2 = 4x^2 + 9y^2 + 9 - 12xy - 12x + 18y$$

Respuesta: $4x^2 + 9y^2 - 12x + 18y - 12xy + 3^2$

f) Proceda de manera similar con los demás ejercicios sugeridos hasta completar la Tabla 1. Coloque además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1

Productos notables: cuadrado de un trinomio

Productos notables	Fotografía
$(x + y + z)^2$ Resultado: _____	

$(2x + y + 4)^2$ Resultado: _____	
$(3x + 2y + 2)^2$ Resultado: _____	
$(x - 2y + 1)^2$ Resultado: _____	
$(2x + 3y + 5)^2$ Resultado: _____	

g) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- Escriba con sus palabras a que es igual el cuadrado de un trinomio.

2- ¿Por qué el cuadrado de un trinomio es un producto notable?

3- ¿Cómo influye el signo de los términos en el resultado final? ¿Qué pasa si uno de los términos es negativo?

4- Compare el cuadrado de un binomio con el cuadrado de un trinomio. ¿Qué diferencias encuentra?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

Producto de la suma por la diferencia de dos términos (binomios conjugados)

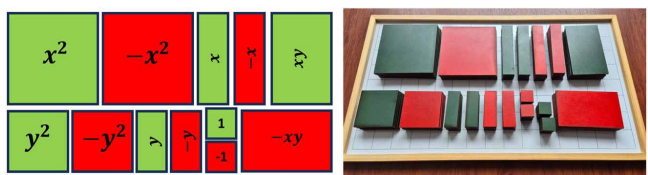
Objetivo

Demostrar gráficamente el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades mediante la utilización del material concreto.

Materiales: dichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que representan , $\pm x^2$, $\pm y^2$, $\pm x$, $\pm y$, ± 1 , $\pm xy$, tal como se muestra en la figura 1.

Figura 1

Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas



Procedimiento

a) Para determinar el producto notable $x^2 - 1^2$, debe usar las siguientes fichas, que se muestran en la Figura 2:

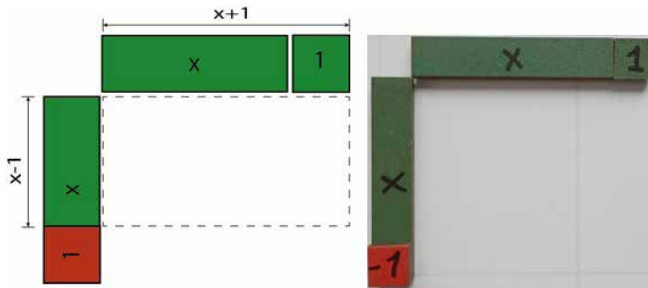
Figura 2

Fichas didácticas que representan x , 1 y -1



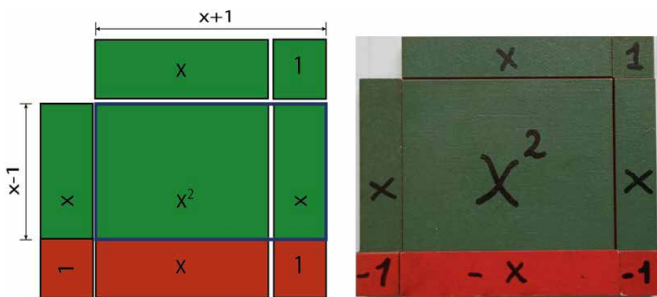
b) De acuerdo a los ejercicios que se vayan a desarrollar, ubique las fichas didácticas de tal forma que cada expresión $(x + a)(x - a)$, sea el lado contiguo de un cuadrado. Sea cuidadoso al ubicar las fichas, ya que cada lado debe coincidir con otro de su misma dimensión o representación. Para el ejercicio planteado, coloque la expresión $(x + 1)(x - 1)$ como los lados contiguos del cuadrado, tal como se muestra en la Figura 3.

Figura 3
Lados del cuadrado



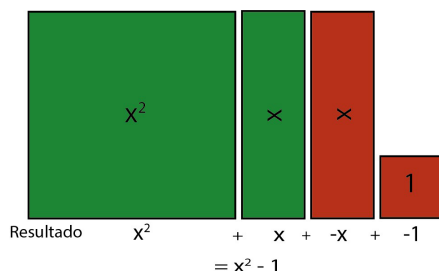
c) Complete el cuadrado multiplicando cada ficha, para ello considere que debe tomar el primer elemento de la columna para multiplicarlo por cada uno de los elementos de la fila, o viceversa; luego, repita el proceso con el segundo elemento de la columna o fila, considerando la ley de los signos, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4
Completación del cuadrado



d) Finalmente, sume o reste las fichas que conforman el área del cuadrado, ese sería el resultado del producto de un binomio conjugado, tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5
Resultado con las fichas



e) Finalmente, sumar o restar las fichas que conforman el área del cuadrado, ese sería el resultado. A continuación, se explica el procedimiento analíticamente del ejemplo planteado.

$$(x + 1)(x - 1) = x^2 + x - x - 1^2$$

Respuesta: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

f) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Coloque, además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Producto de la suma por la diferencia de dos términos (binomios conjugados)

Productos notables	Fotografía
$(x + y)(x - y)$ Resultado	

$(x + 2)(x - 2)$ Resultado	
$(2x + 4)(2x - 4)$ Resultado	
$(x + 3y)(x - 3y)$ Resultado	
$(2x + y)(2x - y)$ Resultado	

g) Socialice sus resultados con sus compañeros y/o su docente, analícelos conjuntamente para conocer sus aciertos y errores.

Reflexiones

1- Explique con sus propias palabras el resultado de la multiplicación de un par de binomios conjugados.

2- ¿Por qué el producto de un binomio conjugado es un producto notable?

3- ¿Qué sucede con los términos intermedios del producto?

4- Investigue otra forma en la que se puede demostrar el producto de un binomio conjugado, explíquelo con sus palabras y realice la gráfica.

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

Producto de dos binomios que tienen un término común

Objetivo

Demostrar con el apoyo de material concreto que el producto de dos binomios, tienen un término común.

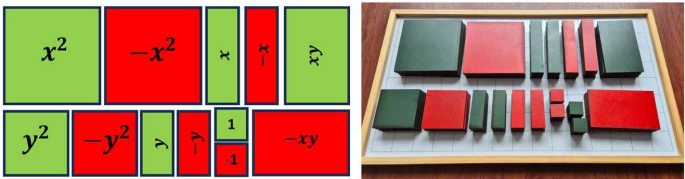
Materiales: fichas didácticas que representan $\pm x^2$, $\pm y^2$, $\pm x$, $\pm y$, ± 1 , $\pm xy$

Procedimiento

a) Utilice las fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que se muestran en la Figura 1 para realizar el producto notable.

Figura 1

Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas



Es decir, para determinar el producto notable $(x + 1)(x + 2)$, debe usar un par de las siguientes fichas, que se muestran en la Figura 2.

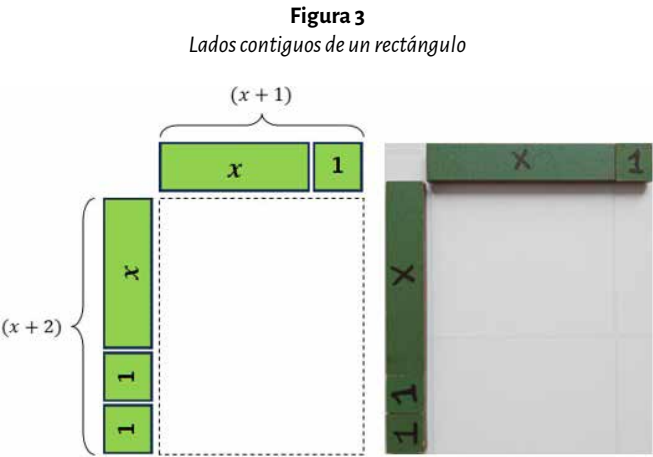
Figura 2

Fichas que representan los productos

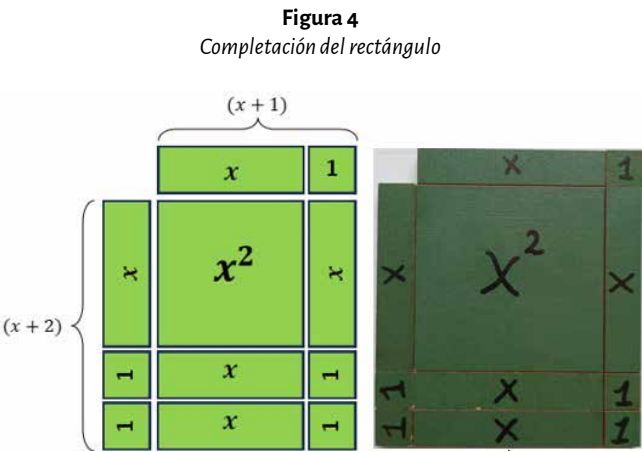


b) Para realizar el producto notable ubique los binomios que se van a multiplicar de tal forma que el lado común de los binomios forme los lados

contiguos de un rectángulo, luego, agregue los valores no comunes en cada lado del rectángulo respectivamente. Para el ejemplo, se colocan $(x + 1)(x + 2)$ de tal forma que el lado común de los binomios forme los lados contiguos de un rectángulo, tal como se muestra en la Figura 3.

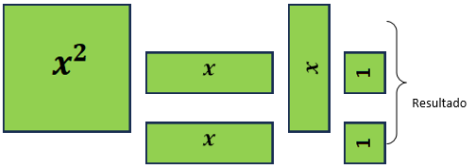


c) Se completa el cuadrado con las fichas resultantes del producto considerando la ley de signos; para el ejemplo dado, tal como se muestra en la Figura 4.



d) Finalmente, se obtiene el resultado al sumar o restar las fichas obtenidas en el rectángulo ese sería el resultado del producto de dos binomios que tienen un término común. A continuación, se explica el procedimiento gráficamente para el ejemplo dado tal como se observa en la Figura 5.

Figura 5
Resultado con las fichas



e) Finalmente, se suman analíticamente los términos y se ordenan.

$$\begin{aligned} & x^2 + 3x + 2 \\ & x^2 + (1 + 2)x + (1 \cdot 2) \\ (x + 1)(x + 2) &= x^2 + (1 + 2)x + (1 \cdot 2) = x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

Respuesta: $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

f) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Coloque además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Productos notables: producto de la suma por la diferencia de dos cantidades

Productos notables	Fotografía
$(x + 4)(x + 3)$ Resultado: _____	

$(x - 1)(x - 2)$ Resultado: _____	
$(x + 5)(x - 2)$ Resultado: _____	
$(x + 5)(x + 6)$ Resultado: _____	
$(2x - 7)(2x + 1)$ Resultado: _____	

Reflexiones

1- Escriba con sus palabras a qué es igual el producto de dos binomios que tienen un término en común.

2- ¿Por qué el producto de dos binomios que tienen un término en común se considera un producto notable? ¿Qué ventajas tiene conocer esta propiedad?

3- ¿Cómo podría relacionar este tema con Geometría?

4- Investigue si este producto notable es aplicable en una situación real.

5- Plantee un problema de una situación real en la que se sea necesario aplicar este producto notable y resuélvalo.

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué patrón notó al resolver varios ejercicios con binomios que tienen un término común?

3.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

4.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

5.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

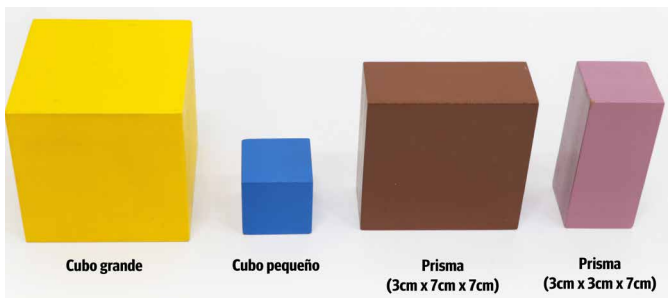
Cubo de la suma de dos cantidades

Objetivo

Demostrar el desarrollo del cubo de la suma de dos cantidades mediante la manipulación de material concreto.

Materiales: 2 cubos grandes de 7 cm de lado (cada lado tiene dimensión a), 2 cubos pequeños de 3 cm de lado (cada lado tiene dimensión b), 6 prismas de medidas 3 cm x 7 cm x 7 cm (lado tiene dimensión b, los otros dos lados a) y 6 prismas de medidas: 3 cm x 3 cm x 7 cm. (dos lados tienen dimensión b, el otro lado a).

Figura 1
Cubos y prismas



Procedimiento y desarrollo de la práctica

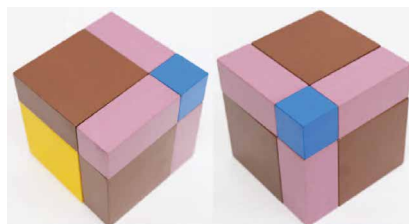
- a) Utilice los sólidos para realizar la demostración considerando las medidas del lado del cubo más grande como “a” y las medidas del lado del cubo pequeño como “b”. Los demás prismas tienen lado a y b respectivamente.
- b) Determine la expresión algebraica que representa el volumen de cada sólido (cubos y prismas) y complete la Tabla 1. Luego, sume los volúmenes individuales y anote la expresión resultante.

Tabla 1
Volúmenes individuales y resultado

Sólido	Volumen como expresión algebraica
Cubo amarillo	
Prisma café 1	
Prisma café 2	
Prisma café 3	
Prisma rosado 1	
Prisma rosado 2	
Prisma rosado 3	
Cubo azul	
Expresión total (suma de cada volumen)	

c) Construya un cubo utilizando todos los sólidos, tal como se muestra en la Figura 2.

Figura 2
Construcción del cubo



d) Determine las dimensiones del cubo formado (largo, ancho y profundidad) en función de a y b . Anote en la Tabla 2.

Tabla 2
Dimensiones del cubo

Dimensiones en función de a y b	
Largo:	
Ancho:	
Profundidad:	

e) exprese el volumen del cubo y escriba la expresión utilizada completando la Tabla 3.

Tabla 3
Volumen del cubo

Fórmula para obtener el volumen de un cubo	Expresión del volumen del cubo

Reflexiones

1. Establezca la relación entre las expresiones resultantes del literal b y literal e.

2. Escriba una conclusión, luego de establecer la relación entre las ecuaciones.

3. ¿Por qué el cubo de la suma de dos cantidades es un producto notable?

Evaluación final

1. ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2. ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3. ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4. Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

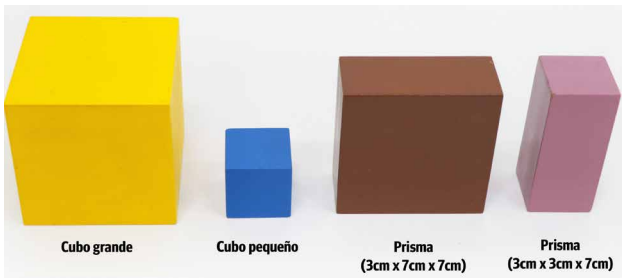
Cubo de la diferencia de dos cantidades

Objetivo

Demostrar el desarrollo del cubo de la diferencia de dos cantidades mediante la manipulación de material concreto.

Materiales: 2 cubos grandes de 7 cm de lado (cada lado tiene dimensión a), 2 cubos pequeños de 3 cm de lado (cada lado tiene dimensión b), 6 prismas de medidas: 3 cm x 7 cm x 7 cm (lado tiene dimensión b, los otros dos lados a) y 6 prismas de medidas: 3 cm x 3 cm x 7 cm. (dos lados tienen dimensión b, el otro lado a).

Figura 1
Cubos y prismas



Procedimiento y desarrollo de la práctica

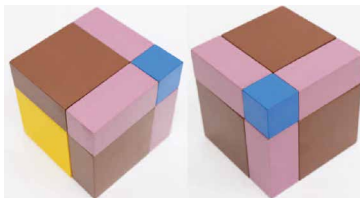
- Utilice los sólidos para realizar la demostración considerando las medidas del lado del cubo más grande como “a” y las medidas del lado del cubo pequeño como “b”.
- Determine la expresión algebraica que representa el volumen de cada sólido (cubos y prismas) y complete la Tabla 1. Luego, sume los volúmenes individuales y anote la expresión resultante.

Tabla 1
Volúmenes individuales y resultado

Sólido	Volumen como expresión algebraica
Cubo amarillo	
Prisma café 1	
Prisma café 2	
Prisma café 3	
Prisma rosado 1	
Prisma rosado 2	
Prisma rosado 3	
Cubo azul	
Expresión total (suma de cada volumen)	

c) Construya un cubo utilizando todos los cubos y prismas, tal como se muestra en la Figura 2

Figura 2
Construcción del cubo



d) En la Tabla 2 determine nuevamente las expresiones de los volúmenes de los sólidos, pero ahora considerará que el lado b es negativo. Luego, sume todos los volúmenes individuales, considerando los signos, y anote la expresión resultante.

Tabla 2
Volúmenes individuales y resultado

Sólido	Volumen como expresión algebraica
Cubo amarillo	
Prisma café 1	
Prisma café 2	
Prisma café 3	
Prisma rosado 1	
Prisma rosado 2	
Prisma rosado 3	
Cubo azul	
Expresión total (suma de cada volumen)	

e) Determine las dimensiones del cubo formado (largo, ancho y profundidad) en función de a y considere la medida b como un valor negativo. Anote los resultados en la Tabla 3.

Tabla 3
Dimensiones del cubo

	Dimensiones en función de a y considere la medida de b como un valor negativo
Largo	
Ancho	
Profundidad	

f) Exprese el volumen del cubo y expresión la ecuación utilizada completando la Tabla 4.

Tabla 4
Volumen del cubo

Fórmula para obtener el volumen de un cubo	Expresión del volumen del cubo

Reflexiones

1- Establezca la relación entre las expresiones resultantes del literal d y literal f.

2- Escriba una conclusión, luego de establecer la relación entre las ecuaciones.

3- ¿Por qué el cubo de la diferencia de dos cantidades es un producto notable?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2 - ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

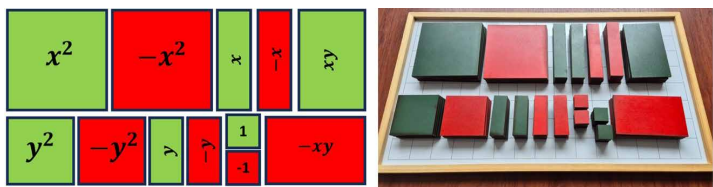
Factor común

Objetivo

Determinar experimentalmente la ecuación o expresión del área de un rectángulo mediante el uso de material didáctico y la aplicación de factorización.

Materiales: fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que representan $\pm x^2$, $\pm y^2$, $\pm x$, $\pm y$, ± 1 , $\pm xy$, tal como se muestra en la Figura 1.

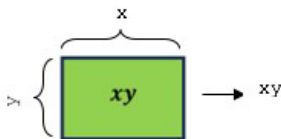
Figura 1
Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas



Procedimiento

a) Para realizar la factorización de una expresión algebraica, primero se debe representar cada término de la expresión algebraica usando las fichas didácticas según corresponda, como en la Figura 2.

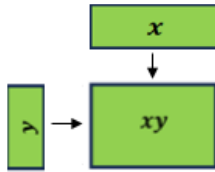
Figura 2
Representación de fichas



b) Luego, se forma un rectángulo con las fichas didácticas, considerando que uno de sus lados debe ser un valor o expresión común de todas las fichas, como se muestra en la Figura 3.

Figura 3

Correspondencia de fichas



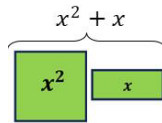
c) Se determina la expresión algebraica del área del rectángulo. Esta expresión es el resultado de factorizar la expresión original.

A continuación, se explica el procedimiento mediante un ejemplo: Factorice la siguiente expresión algebraica: $x^2 + x$

a) Represente cada término de la expresión con su correspondiente ficha didáctica, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4

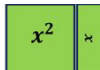
Representación de fichas



b) Forme un rectángulo con las fichas didácticas, tal como se muestra en la Figura 5.

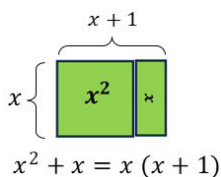
Figura 5

Correspondencia de fichas



c) Determine la expresión del área del rectángulo usando los valores de los lados de las fichas. El producto de las expresiones es el área y a su vez es la factorización por factor común de la expresión original, tal como se muestra en la Figura 6.

Figura 6
Resultado de fichas



d) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Coloque además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Factorización: factor común

Polinomios	Fotografía
$x^2 + 2x$ Resultado	
$2x^2 + 4x$ Resultado	
$12x + 6$ Resultado	

$4x^2 - 6x$ Resultado	
$y^2 + xy - 2y$ Resultado	

Reflexiones

1.- ¿Qué es factorizar por factor común?

2.- Explique en términos propios, como debe factorizar gráficamente con las fichas, una expresión algebraica con términos comunes.

3.- Describa con sus palabras, el proceso de factorización de una expresión algebraica con términos comunes.

4.- ¿Qué se debe obtener con los números de una expresión algebraica para factorizar la parte numérica?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

Trinomio cuadrado perfecto

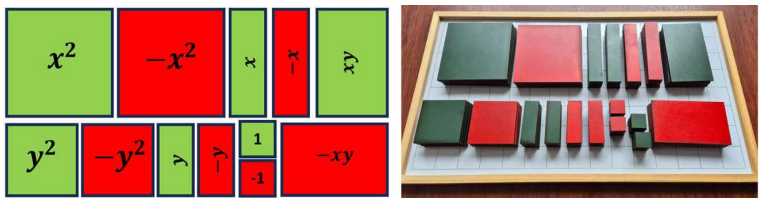
Objetivo

Aplicar la factorización de trinomios cuadrados perfectos mediante el uso de material concreto.

Materiales: Fichas didácticas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que representan $\pm x^2$, $\pm y^2$, $\pm x$, $\pm y$, ± 1 , $\pm xy$, tal como se muestra en la Figura 1.

Figura 1

Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas



Procedimiento

a) Para realizar la factorización de trinomios cuadrados perfectos, primero se debe representar cada término de la expresión algebraica usando las fichas didácticas según corresponda, como en la Figura 2.

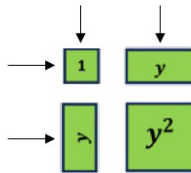
Figura 2

Representación de fichas

$$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} = 2x$$

b) Luego, se forma un cuadrado con las fichas didácticas, considerando que, al colocarlas deben corresponder cada lado con su respectiva dimensión o representación, como se muestra en la Figura 3.

Figura 3
Correspondencia de fichas

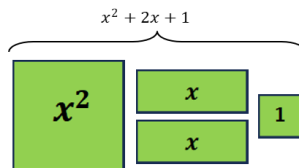


c) Se determina el resultado de factorizar la expresión algebraica considerando que los lados contiguos del cuadrado al multiplicarse, conforman su área y son el resultado de dicha factorización.

A continuación, se explica el procedimiento mediante un ejemplo: Factorice el siguiente Trinomio Cuadrado Perfecto: $x^2 + 2x + 1$.

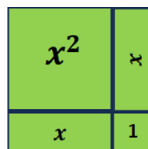
a) Represente cada término de la expresión con su correspondiente ficha didáctica, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4
Representación de fichas

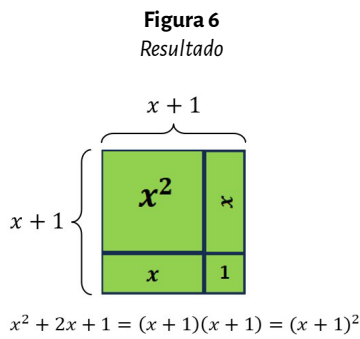


b) Forme un cuadrado con las fichas didácticas, tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5
Correspondencia de fichas



c) Determine el resultado de la factorización, multiplicando cada lado del cuadrado formado, tal como se muestra en la Figura 6.



d) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Coloque además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Factorización: Trinomio cuadrado perfecto

Polinomios	Fotografía
$x^2 - 2x + 1$ Resultado	
$x^2 + 2xy + y^2$ Resultado	

$4x^2 + 4x + 1$ Resultado	
$4x^2 - 8x + 4$ Resultado	
$4x^2 + 12x + 9$ Resultado	

Reflexiones

1- ¿Cómo se reconoce a un trinomio cuadrado perfecto (con las fichas didácticas y matemáticamente)?

2- Explique en términos propios, como debe factorizar gráficamente con las fichas, un trinomio cuadrado perfecto.

3- Describa con sus palabras, como debe factorizar matemáticamente un trinomio cuadrado perfecto.

4- ¿Con qué producto notable se relaciona el trinomio cuadrado perfecto?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

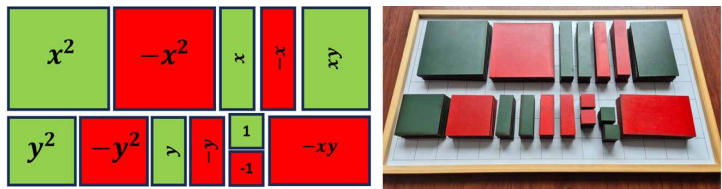
Diferencia de cuadrados

Objetivo

Aplicar la factorización de polinomios que representen la diferencia de cuadrados mediante el uso de material concreto.

Materiales: fichas didácticas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que representan $\pm x^2, \pm y^2, \pm x, \pm y, \pm 1, \pm xy$, tal como se muestra en la Figura 1.

Figura 1
Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas



Procedimiento

a) Para realizar la factorización de la diferencia de cuadrados, primero debe representar cada término de la expresión algebraica con las fichas didácticas según corresponda, como en la figura 2.

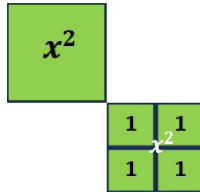
Figura 2
Representación de fichas

$$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline -1 \\ \hline \end{array} = x - 1$$

b) Luego, forme dos cuadrados con las fichas didácticas de tal manera que estén uno a continuación del otro, pero unidos por sus vértices opuestos. En la Figura 3, se muestra una de las posibles opciones para concretar la orden en este literal.

Figura 3

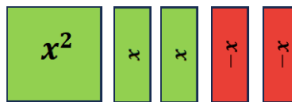
Formación de dos cuadrados unidos por sus vértices opuestos



c) Complete el cuadrado total, utilizando el mismo número de fichas positivas como negativas, según corresponda, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4

Completación del cuadrado



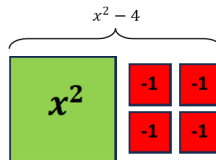
d) Determine el resultado de factorizar la expresión algebraica, considerando que los lados contiguos del cuadrado al multiplicarse, conforman su área y son el resultado de dicha factorización.

A continuación, se explica el procedimiento mediante un ejemplo: Factorice la siguiente diferencia de cuadrados: $x^2 - 4$.

a) Represente cada término de la expresión con sus correspondientes fichas didácticas, tal como se muestra en la Figura 5.

Figura 5

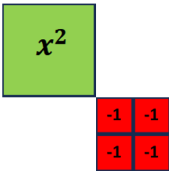
Representación de fichas



b) Forme dos cuadrados, uno a continuación de otro, unidos por sus vértices.

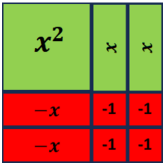
Nótese que cada cuadrado se forma por los términos del polinomio, tal como se muestra en la Figura 6.

Figura 6
Formación de dos cuadrados unidos por sus vértices opuestos



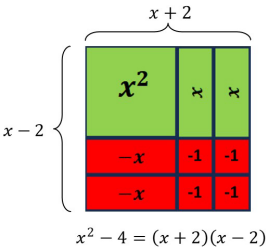
c) Complete el cuadrado con fichas positivas y negativas, según corresponda, tal como se muestra en la Figura 7.

Figura 7
Completación del cuadrado



d) El resultado de la factorización se obtiene, tomando en cuenta que el producto resultante de los lados que conforman el cuadrado es la respuesta, tal como se muestra en la Figura 8.

Figura 8
Resultado



e) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Coloque además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Factorización: diferencia de cuadrados

Polinomios	Fotografía
$x^2 - 1$ Resultado	
$x^2 - y^2$ Resultado	
$4x^2 - 9$ Resultado	
$16x^2 - 25$ Resultado	

$9x^2 - 4y^2$ Resultado	
--------------------------------	--

Reflexiones

1- ¿Cómo se reconoce a una diferencia de cuadrados (con las fichas didácticas y matemáticamente)?

2- Explique en términos propios, como debe factorizar gráficamente con las fichas, la diferencia de cuadrados.

3- Describa con sus palabras, como debe factorizar matemáticamente una diferencia de cuadrados.

4- ¿Con qué producto notable se relaciona la diferencia de cuadrados?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

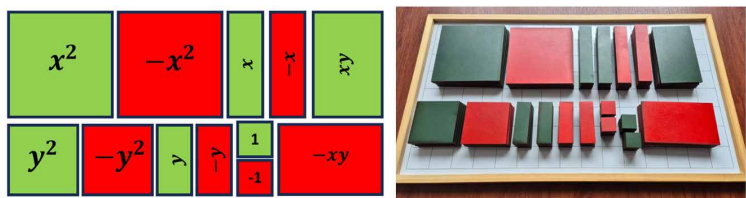
Objetivo

Usar material concreto para factorizar polinomios de la forma $x^2 + bx + c$
Materiales: fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que representan $\pm x^2, \pm y^2, \pm x, \pm y, \pm 1, \pm xy$

Procedimiento

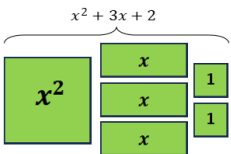
a) Utilice las fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que se muestran en la Figura 1 para realizar la factorización.

Figura 1
Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas



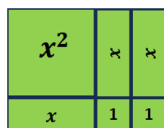
Es decir, para factorizar el polinomio $x^2 + 3x + 2$ debe usar las siguientes fichas, que se muestran en la Figura 2:

Figura 2
Fichas que representan $x^2 + 3x + 2$



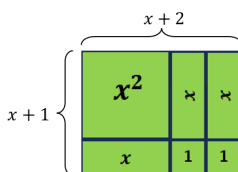
b) Se ordena las fichas de tal manera que se forme un rectángulo, verificando que cada lado quede con sus correspondientes dimensiones o representaciones, tal como se muestra en a Figura 3.

Figura 3
Rectángulo formado



c) Determine el resultado de factorizar la expresión algebraica considerando que los lados contiguos del cuadrado al multiplicarse conforman su área y son el resultado de dicha factorización. A continuación, se explica el procedimiento, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4



$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

e) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Coloque además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1
Factorización: Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Polinomios	Fotografía
$x^2 + 5x + 6$ Resultado: _____	

$x^2 + 3x - 4$ Resultado: _____	
$x^2 + x - 6$ Resultado: _____	
$2x^2 + 6x + 4$ Resultado: _____	
$y^2 + 8y + 12$ Resultado: _____	

Reflexiones

1- ¿Cómo reconocería a un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ (con las fichas didácticas y matemáticamente)?

2- Explique con sus palabras como debe factorizar gráficamente con las fichas un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

3- Explique con sus palabras como debe factorizar matemáticamente un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

4- ¿Con qué producto notable se relaciona el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$?

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Objetivo

Factorizar polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ con ayuda de material concreto.

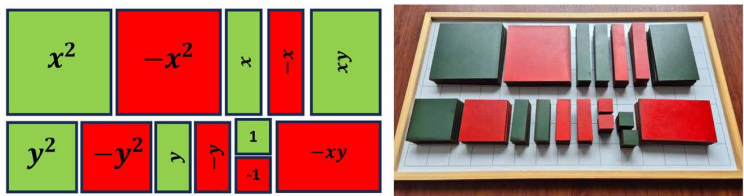
Materiales: Fichas didácticas que representan $\pm x^2, \pm y^2, \pm x, \pm y, \pm 1, \pm xy$

Procedimiento

a) Utilice las fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas que se muestran en la Figura 1 para realizar la factorización.

Figura 1

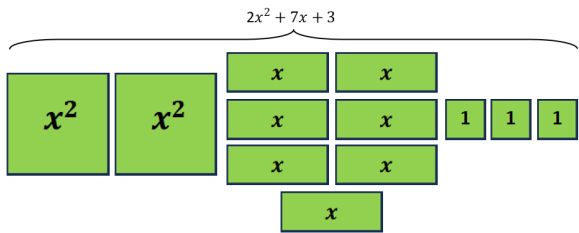
Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas



Es decir, para factorizar el polinomio $2x^2 + 7x + 3$, debe usar las siguientes fichas, que se muestran en la Figura 2:

Figura 2

Fichas que representan $2x^2 + 7x + 3$



b) Se ordena las fichas de tal manera que se forme un rectángulo, verificando que cada lado quede con sus correspondientes dimensiones o representaciones, tal como se muestra en a Figura 3.

Figura 3
Rectángulo formado

x^2	x^2	x
x	x	1
x	x	1
x	x	1

c) Se obtiene el resultado de la factorización considerando los lados que conforman el rectángulo, sabiendo que los lados contiguos del rectángulo al multiplicarse conforman su área y son el resultado de dicha factorización, tal como se muestra en la Figura 4.

Figura 4
Resultado

	$2x + 1$		
$x + 3$	x^2	x^2	x
	x	x	1
	x	x	1
	x	x	1

$$2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$$

e) Proceda de manera similar con los demás ejercicios hasta completar la Tabla 1. Coloque además una fotografía del procedimiento.

Desarrollo de la práctica

Tabla 1

Factorización: Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Polinomios	Fotografía
$2x^2 + 6x + 4$ Resultado: _____	
$4x^2 + 8x + 3$ Resultado: _____	
$3x^2 + 4x - 4$ Resultado: _____	
$3x^2 - 11x + 6$ Resultado: _____	

$5x^2 + 11x + 2$ Resultado: _____	
--	--

Reflexiones

1- ¿Cómo se reconoce a un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ (con las fichas didácticas y matemáticamente)?

2- Explique con sus palabras como debe factorizar gráficamente con las fichas un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

3- Explique con sus palabras como debe factorizar matemáticamente un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

4- ¿El trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ se relaciona con algún producto notable? Si la respuesta es afirmativa, responda con qué producto notable, pero si la respuesta es negativa, indique el porqué.

Evaluación final

1.- ¿Qué fue lo más importante que aprendió en esta práctica?

2.- ¿Qué le sorprendió o le resultó interesante?

3.- ¿Por qué es importante aprender este tema y como podría aplicarlo en situaciones de la vida real?

4.- Si tuviera que explicar este tema a un compañero que no estuvo en la clase, ¿cómo lo haría?

Descripción de materiales para su construcción

A lo largo de esta obra encontrará diversos recursos didácticos necesarios para el desarrollo óptimo de las prácticas de aritmética y álgebra. Por tanto, a continuación, se presentan y se describen cada uno de estos recursos, con sus especificaciones, número de piezas y el material con el que están hechos. Todas estas indicaciones son únicamente sugerencias por parte de los autores.

Cada docente y/o institución educativa debe procurar que su grupo de estudiantes cuente con el material suficiente para realizar exitosamente las prácticas. En el caso que esto no sea posible, por cualquier motivo, se puede solicitar a los estudiantes que repliquen los recursos con materiales de bajo costo como cartulina, fomi, cartón, etc.

Lista de recursos didácticos

- Fichas circulares verdes y rojas.
- Regletas Cuisenaire.
- Fracciones de círculos.
- Círculos transparentes.
- Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas.
- Cubos y prismas de colores.
- Tabla y fichas para sumar y restar expresiones algebraicas.
- Tabla y fichas para multiplicar expresiones algebraicas.

Fichas circulares verdes y rojas

Figura 1
Fichas circulares



Indicaciones del material

- Fichas circulares de 3 cm de diámetro.
- 50 fichas rojas y 50 fichas verdes por cada estudiante o grupo.
- El material de las fichas puede ser de acrílico o madera.

Regletas Cuisenaire

Figura 2
Regletas Cuisenaire



Indicaciones del material

- Las Regletas Cuisenaire son paralelepípedos de base cuadrada. El lado del cuadrado de su base mide 1 cm. La altura de cada regleta varía desde 1 cm (Regleta 1) hasta 10 cm (Regleta 10), aumentando un centímetro entre cada regleta.
-
- Se requiere 20 regletas de cada medida. En total 200 regletas para cada equipo.
- El material de las regletas puede ser de madera o plástico.
- Cada regleta tiene un color diferente, en la siguiente tabla se especifica el color.

Tabla 1
Colores de regletas

Número de regleta	Color
1	Blanco
2	Rojo
3	Verde claro
4	Rosa
5	Amarillo
6	Verde Oscuro
7	Negro
8	Marrón
9	Azul
10	Naranja

Círculo con divisiones y círculo fraccionario

El material didáctico se compone de una tabla o base de madera cuadrada, de lado 22 cm, en la que se van a colocar las fracciones. Esta tabla o base debe tener una circunferencia de diámetro 10 cm en la que estén señalados los ángulos de 0° a 360°, de 15° en 15°, y en cada una de estas divisiones debe constar los siguientes números, colocándolos en sentido horario: 0 y 1 (ambos en la parte superior de la circunferencia), 1/24, 1/12, 1/8, 1/6, 5/24, 1/4, 7/24, 1/3, 3/8, 5/12, 11/24, 1/2, 13/24, 7/12, 5/8, 2/3, 17/24, 3/4, 19/24, 5/6, 7/8, 11/12, 23/24, es decir al círculo se lo debe dividir en 24 partes

iguales y cada una vale $\frac{1}{24}$, por lo que la segunda vale $\frac{2}{24}$ pero simplificando es $\frac{1}{12}$, la tercera vale $\frac{3}{24}$ y simplificando es $\frac{1}{8}$, y así sucesivamente para todas las divisiones.

Con respecto a los círculos fraccionarios, el material contiene 5 círculos de diferentes colores, con un diámetro de 10 cm y cada uno está dividido en fracciones. El primer círculo está dividido en dos partes iguales (cada parte representa $\frac{1}{2}$). Otro está dividido en cuatro partes iguales (cada parte representa $\frac{1}{4}$). Otro está dividido en 3 partes iguales (cada parte representa $\frac{1}{3}$) Otro está dividido en 6 partes (cada parte representa $\frac{1}{6}$) y el último está dividido en 8 partes (cada parte representa $\frac{1}{8}$)

Para las prácticas se requiere por lo menos el doble de cada círculo fraccionado, es decir, 4 fracciones $\frac{1}{2}$, 8 fracciones $\frac{1}{4}$, 6 fracciones $\frac{1}{3}$, etc. Se recomienda que este material sea de madera.

Cada círculo fraccionado tiene un color diferente, en la siguiente tabla se especifica el color.

Figura 3
Círculo con divisiones

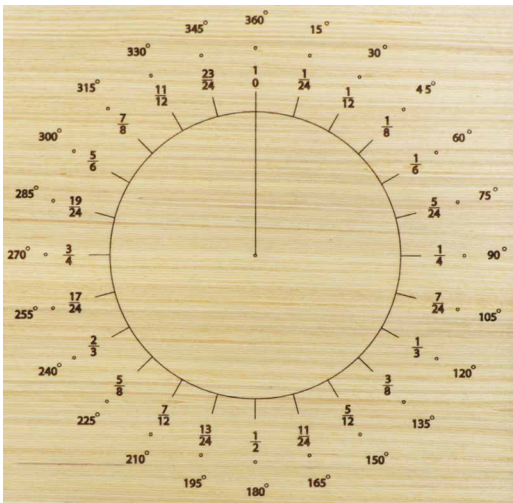


Figura 4
Círculos fraccionarios

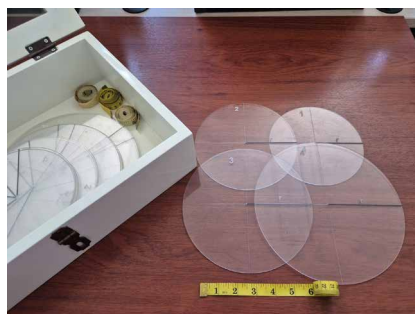


Tabla 2
Colores de fracciones

Fracciones	Color
$1/2$	Naranja
$1/3$	Verde claro
$1/4$	Azul
$1/6$	Amarillo
$1/8$	Rojo

Círculos transparentes

Figura 5
Círculos transparentes



Son cuatro círculos transparentes que tienen los siguientes diámetros respectivamente: 16, 18, 20 y 22 cm. Cada uno de los círculos tienen resaltados dos diámetros que dividen en 4 partes iguales a cada uno y están numerados del 1 al 4, del más pequeño al más grande.

Para las prácticas se requiere que cada estudiante o cada grupo tengan los cuatro círculos.

Se recomienda que el material sea de plástico transparente.

Fichas cuadradas y rectangulares verdes y rojas (algeplano)

Figura 6

Fichas cuadradas y rectangulares



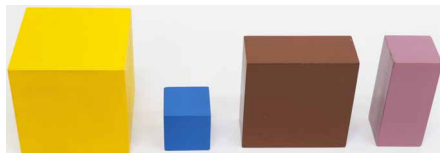
Las medidas sugeridas de cada ficha del algeplano son las siguientes: los cuadrados más grandes (A) tienen de lado 10 cm, los cuadrados medianos (B) tienen de lado 6 cm, los cuadrados pequeños (C) tienen de lado 2 cm, los rectángulos más anchos (D) tienen de lados 10x6 cm, los rectángulos más largos con menos ancho (E) tienen de lados 10x2 cm, y los rectángulos más pequeños (F) tienen de lados 6x2 cm. Deben ser de dos colores, los verdes representan los positivos y los rojos los negativos.

Para las prácticas se recomienda que cada estudiante o grupo de estudiantes tenga al menos 40 cuadrados grandes entre verdes y rojos, 40 cuadrados medianos entre verdes y rojos, 60 cuadrados pequeños entre verdes y rojos, 40 rectángulos anchos entre verdes y rojos, 50 rectángulos largos entre verdes y rojos, y 50 rectángulos pequeños entre verdes y rojos.

Se recomienda que el material sea de madera o acrílico.

Cubos y prismas de colores (cubo de un binomio)

Figura 7
Cubos y prismas

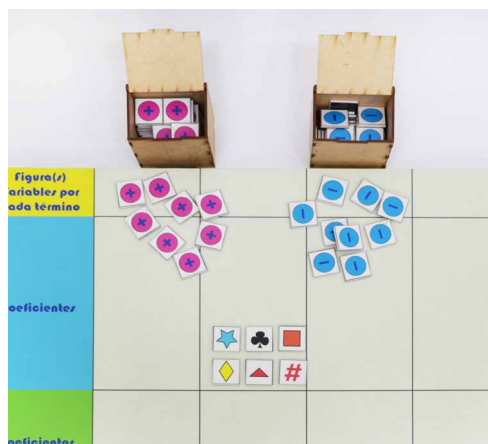


El material didáctico cubo de un binomio se compone de 1 cubo grande amarillo de 7 cm de lado, 1 cubo pequeño azul de 3 cm de lado, 3 prismas de color café con medidas 3 cm x 7 cm x 7 cm y 3 prismas rosado oscuro con medidas 3 cm x 3 cm x 7 cm.

Para las prácticas se recomienda que cada estudiante o equipo de estudiantes tenga dos cubos de un binomio. Se recomienda que el material sea de madera.

Tablero y fichas para sumar y restar expresiones algebraicas

Figura 8
Tableros y fichas



El tablero tiene de medidas 60x40 cm. Este tablero tiene 3 filas y 5 columnas. La primera fila es “figura(s) Variables por cada término”, la segunda fila es “Coeficientes” y la última “Coeficientes del total”. Es importante tener en cuenta que la segunda fila tiene una mayor medida que las otras dos, y la tercera fila una mayor medida que la primera, debido a que en estas se colocarán un mayor número de fichas. Con respecto a las fichas, son cuadrados de 3 cm de lado. Se recomienda que cada grupo tenga 50 fichas positivas, 50 fichas negativas y una ficha individual de cada figura. Son 6 figuras individuales: trébol, triángulo, estrella, cuadrado, rombo y el numeral.

Figura 9
Fichas

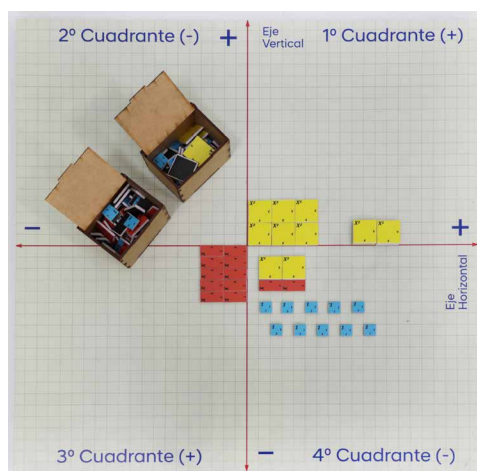


El tablero es de metal y las fichas son de plástico, pero deben tener en la parte trasera material imantado o vinil magnético.

Tabla y fichas para multiplicar expresiones algebraicas

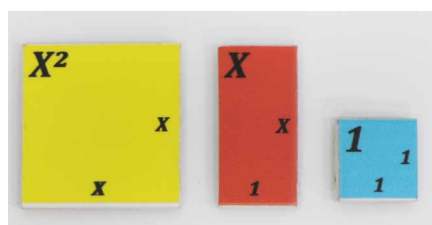
El lado del tablero cuadrado mide 60 cm. Está dividido en 4 cuadrantes por dos ejes, un horizontal y un vertical. En los ejes se especifica el signo y también en los 4 cuadrantes.

Figura 10
Tablero y fichas magnéticas



Con respecto a las fichas, son 3 diferentes. Las fichas amarillas son cuadrados de lado 3 cm. Los rectángulos tomates tienen las medidas 3 x 1,5 cm y los cuadrados azules pequeños tienen de lado 1,5 cm. Estas fichas tienen especificado el valor algebraico de sus lados y de su área como se observa en la siguiente imagen.

Figura 11
Fichas magnéticas



Se recomienda que cada grupo tenga un tablero, 20 fichas amarillas, 40 fichas tomates y 50 fichas azules.

El tablero es de metal y las fichas son de plástico, pero deben tener material

imantado o vinil magnético en la parte de posterior para que puedan pegarse y facilite su manipulación, tal como se muestra en la siguiente figura.

Figura 12
Fichas magnéticas



Referencias

- Recalde-Paredes, G. I., Rodríguez-Campaña, M. M., Campaña-Campaña, R. I. y Pisuña-Llulluna, M. D. (2025). Relación entre el uso de material concreto y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en niños de 5 a 6 años. *RICEd: Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*. 3(6), 18-31.
- Godino, J., Batanero, C., Font, V., Cid, E., Ruiz, F. y Roa, R. (2004). *Didáctica de la Matemática para Maestros*. Universidad de Granada.
- Revelo, S. y Yáñez, N. (2023). Material concreto y su importancia en el fortalecimiento de la matemática: una revisión documental. *Revista de Investigación Educativa y Deportiva*. 2(4), 69-87.
- Postijo Remache, F., Herrera Solórzano, O., Alvarado Echevarría, F. y Esteban Rivera, E. R. (2017). Uso del material didáctico concreto para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en las prácticas preprofesionales de educación primaria, UNHEVAL 2016. *Investigación valdizana*, 11(2), 69-78.
- Quiroz, R. y Gejaño, C. (2022). Importancia del material concreto en el aprendizaje. *Revista Franz Tamayo*. 4(9), 94-108.
- Caraguay, I., Ramón, I. y Ruiz, M. (2023). El material concreto en el aprendizaje de las operaciones básicas en Educación General Básica. *Revista Invecom*. 3(2), 1-20.
- Pacheco, S. y Arroyo, Z. (2022). Materiales didácticos concretos para favorecer las nociones lógico matemáticas en los niños de educación inicial. *Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada Yachasun*. 6(11), 1-21.



Este libro fue producido entre diciembre de 2025 y febrero de 2026
bajo el sello editorial UCuenca Press, en su taller gráfico.

Cuenca-Ecuador

La enseñanza de las matemáticas ha sido tradicionalmente un reto tanto para docentes como para estudiantes, debido a la abstracción de sus conceptos. En respuesta a esta dificultad, la presente obra, *Guía práctica para la enseñanza de aritmética y álgebra con material concreto*, ofrece a los educadores una perspectiva innovadora basada en el uso de materiales manipulativos accesibles y de bajo costo. Su objetivo es convertir las clases de matemáticas en espacios más dinámicos, participativos y efectivos.

El libro está dirigido a los docentes de educación básica y media, proponiendo 30 prácticas con actividades diseñadas para enseñar los conceptos fundamentales de la Aritmética y el Álgebra. Con herramientas sencillas, como fichas de colores, regletas, tableros didácticos y círculos fraccionarios, los docentes podrán crear un laboratorio matemático dentro del aula, sin depender de costosos equipos. Cada práctica contiene procedimientos detallados, gráficos, ejercicios, y preguntas de reflexión que permiten a los docentes adaptar las actividades a las necesidades de sus estudiantes.

UCUENCA

ISBN: 978-9978-14-657-6

