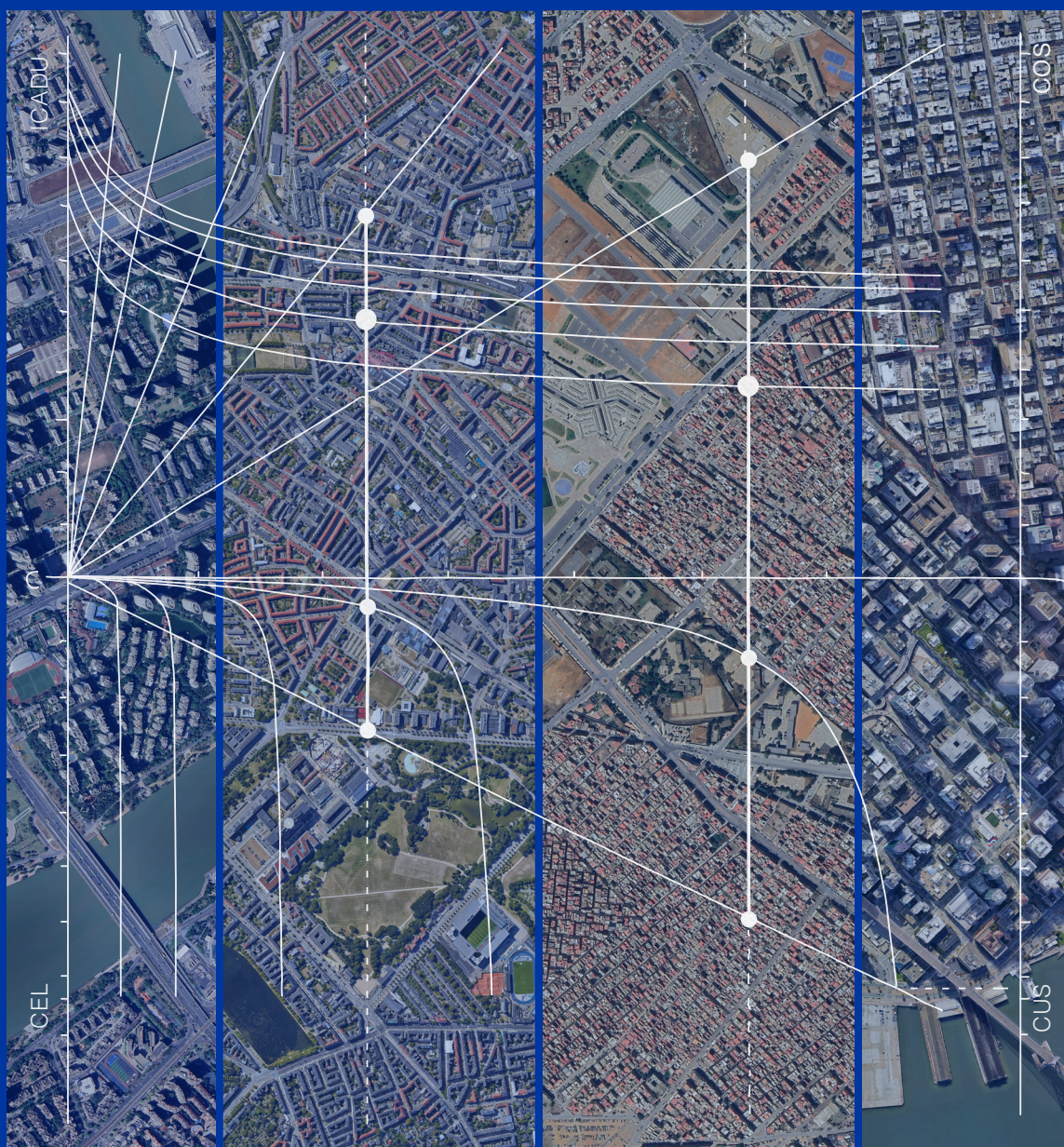


MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA ORDENACIÓN URBANÍSTICA

REPRESENTACIONES DE LAS FORMAS DE OCUPACIÓN DEL SUELO

Fernando Pauta Calle





Fernando Pauta Calle (Azogues, 1956). Arquitecto graduado en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca (1981), especialista en Planificación y Gestión Ambiental por la Universidad Politécnica de Madrid, España (1998), institución en la que obtiene también el masterado en Gestión Ambiental y los Recursos Naturales en 2010 y recibe el título de Doctor en Agroingeniería, mención Ordenación Territorial y distinción *Cum Laude* en 2015. Desde 1981 hasta la actualidad se desempeña como profesor e investigador en urbanismo y planificación territorial de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca, donde además ha sido: director del Centro de Postgrados, director de la Maestría en Ordenación Territorial, vicedecano, decano, y rector y vicerrector encargado. Ha participado como expositor, conferencista y ponente en varios eventos nacionales e internacionales. Es autor de numerosos artículos publicados en revistas especializadas y del libro "Ordenación territorial y urbanística. Un camino para su aplicación en el Ecuador". Actualmente es Coordinador del Grupo de Investigación *Territorium*.

En la función pública se ha desempeñado como gerente general de la Empresa Pública Municipal de Telecomunicaciones, Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento de Cuenca (ETAPA), director de la Secretaría General de Planificación de la Municipalidad de Cuenca, delegado Regional Sur de la Fundación para la Ciencia y la Tecnología (FUNDACYT), e Intendente General de Ordenamiento Territorial, Uso y Gestión del Suelo. Fue socio fundador de la firma consultora ecuatoriana C+C Consulcentro Cía. Ltda. y en ella se ha desempeñado como director, codirector y consultor de varios planes de ordenación territorial y urbanística, sistemas catastrales urbanos y rurales, proyectos de desarrollo urbano y de programas de mejoramiento barrial.

Últimas publicaciones del autor

Pauta Calle, F. (2024). Hacia una nueva política pública de valuación del suelo urbano y la determinación de impuestos inmobiliarios en el Ecuador. En Comité Científico Técnico del XIII Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial [Eds.], *Memorias XIII Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial "Ecuador: Desarrollo Territorial, Pandemia y Recuperación"*, (pp. 31-48). Cuenca, Ecuador.

Pauta-Calle, F., Salazar-Guamán, X., Peralta-Peñaloza, C., González-Llanos, M., & Sinchi-Tenesaca, E. (2024). Diseño de un sistema de valuación masiva de suelo urbano fundamentado en la teoría de la renta de la tierra. Aplicación al caso de Cuenca, Ecuador. *Estudios Demográficos y Urbanos*, 39(1), 1-33. <https://doi.org/10.24201/edu.v39i1.2175>

Pauta-Calle, F. (2023). *Algunas consideraciones en torno a la normativa del Plan de Uso y Gestión del Suelo de Cuenca – PUGS/2022, para la edificación en altura y la concesión onerosa de derechos por mayor aprovechamiento del suelo - 2023*. Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Vivienda. Universidad de Cuenca. <https://territorium.edublogs.org/publicaciones-2/>

Benenaula Duchi, D. K., Andrango Bravo, J. D., y Pauta Calle, V.F. (28-30 de septiembre de 2020). Aprovechamiento del suelo para la edificación en altura. Caso del Eje Urbano Ordóñez Lasso, Cuenca-Ecuador. En C. Llop, M. Cervera, F. Peremiquel (Eds.), IV Congreso ISUF-H: *Metrópolis en recomposición: perspectivas proyectuales en el Siglo XXI: Forma urbis y territorios metropolitanos*, (pp. 1-37). Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España.

Pauta Calle, F. (2019). La vivienda y la renovación urbana en los centros históricos. Un estudio de caso sobre Cuenca (Ecuador). *Estoa. Revista de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca*, 8(15), 197-228. <https://doi.org/10.18537/est.v008.n015.a10>

Pauta Calle, F., Salazar, X., y González Llanos, M. (2019). La integración de aprendizajes en la enseñanza de la planificación urbana articulada a contextos reales. Evaluación del proceso pedagógico en la formación del arquitecto a través de un caso de estudio. *Arquitecturas del Sur*, 37(56), 100-119. <https://dx.doi.org/10.22320/07196466.2019.37.056.07>

Pauta Calle, F. (2019). ¿Son técnicamente viables los planes de uso y gestión de suelo previstos por la ley ecuatoriana de ordenamiento territorial?. *Eídos*, (13), 39-54. <https://doi.org/10.29019/eidos.v13i1.543>

**MODELOS MATEMÁTICOS
PARA LA ORDENACIÓN URBANÍSTICA**
Representaciones de las formas de ocupación del suelo

Fernando Pauta Calle

UCUENCA

2025

MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA ORDENACIÓN URBANÍSTICA

Representaciones de las formas de ocupación del suelo

© Universidad de Cuenca, 2024

Autor: Fernando Pauta Calle

ISBN: 978-9978-14-593-7

e-ISBN: 978-9978-14-557-9

Derecho de autor: CUE-005517

Primera edición

UNIVERSIDAD DE CUENCA

María Augusta Hermida Palacios

Rectora

Juan Espinoza Abad

Vicerrector académico

Monserath Jerves Hermida

Vicerrectora de investigación

FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO

Alfredo Ordóñez Castro

Decano

Sebastián Astudillo Cordero

Vicedecano

Pedro Jiménez Pacheco

Coordinador de Investigación

Prólogo: José María LLOP i TORNÉ

Edición y revisión de textos: Edison Sinchi Tenesaca y Cristina Peralta Peñaloza

Gestión y producción editorial: Dora Arroyo Aguilera

Diagramación: Edison Sinchi Tenesaca

Portada: Cristina Peralta Peñaloza, diagrama calidad ambiental por densidad edificatoria – IC³

Impresión: Grafisum

Ciudadela Universitaria

Doce de Abril y Agustín Cueva

(+ 593 7) 413 4520

Casilla postal 01.01.168

www.ucuenca.edu.ec

Este libro inició su proceso de producción en 2020, la evaluación de pares ciegos y todas las etapas editoriales correspondientes se llevaron a cabo en la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca y se publicó bajo autorización de UCuenca Press. Prohibida la reproducción parcial o total de este libro sin la autorización previa del autor.

Cuenca – Ecuador

Agosto, 2025

A mi madre Sulema, porque siempre están sus cuidados y ánimos

*A mi esposa Ruth y a mis hijos Juan Fernando, José Roberto y Matheo Sebastián,
por su comprensión y apoyo*

“El uso de una formulación matemática en el intento de describir la estructura ordenadora que subyace debajo de un edificio o una ciudad puede ser considerado como otro aspecto del tejido de relaciones a través del cual intentamos comprender la complejidad de un área urbana. Para desarrollar un estudio de este tipo la división especializada entre arquitectura y planeamiento no tiene una significación particular y el lenguaje que se está configurando tomará una forma que otros, especialmente los geógrafos y los economistas, están ya usando”.

“Un modelo... no se limita necesariamente a describir únicamente la situación para la que fue creado. En tanto que el modelo esté elaborado sobre una teoría de la interacción de parte de la estructura urbana, la teoría de las relaciones se puede aplicar a otras situaciones... Sin embargo, un modelo se convierte en un modelo exploratorio si cualquiera de sus partes teóricas se cambia para representar no otro espacio, sino el mismo alterado experimentalmente para corresponderse con posibles decisiones de planeamiento”.

“Los modelos matemáticos elementales son una excelente fuente de preguntas y frecuentemente sugieren una aproximación sistemática a experimentos basados en la computación y en la investigación. Finalmente, en la práctica, pueden ayudar a esclarecer algunas de las equivocadas reglas empíricas que frecuentemente se esconden detrás de las decisiones de diseño, y pueden ayudar a reemplazarlas, por generalizaciones más prudentes...”.

Textos tomados del libro ‘La estructura del espacio urbano’ publicado en 1975
por Lionel March, Leslie Martin y Marcial Echenique, investigadores del
‘Center for Land Use and Built Form Studies’ (LUBFS) de la Escuela de Arquitectura de Cambridge

Índice

Prólogo	17
Introducción / Introduction	23
Parte 1. Temas previos	35
Capítulo 1. La aplicación de la modelización matemática a la ordenación urbanística: un reto pendiente.	37
Capítulo 2. Aproximación conceptual a la modelización.	53
Parte 2. Modelización	69
Capítulo 1. Caracterización de los modelos de esta obra.....	71
Capítulo 2. Los modelos.....	79
A. Modelización matemática del aprovechamiento del suelo con la edificación aislada	81
Modelos A1. Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, de superficie y perímetro conocidos, con la implantación de la edificación aislada	89
Modelos A2. Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, conocida su superficie, con la implantación de la edificación aislada sin retiros frontal y posterior	99
Modelos A3. Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, conocida su superficie, con la implantación de la edificación aislada	105
Modelos A4. Establecimiento para una unidad espacial, con sustento en los Modelos A3, de la superficie mínima del lote de forma cuadrada, la correspondiente altura de la edificación y su aprovechamiento con la implantación de la edificación aislada, conocida la superficie de construcción	123
Modelos A5. Comportamiento del suelo libre de edificación y de la superficie de construcción, con la implantación de la edificación en altura	129

B. Modelización matemática del aprovechamiento del suelo para la edificación continua143

Modelos B1. Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, conocida su superficie, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal..... 149

Modelos B2. Determinación de la forma del lote medio de una unidad espacial y las proporciones entre sus lados, generadoras del mayor aprovechamiento con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal..... 155

C. Modelización matemática de las intensidades de ocupación y utilización del suelo167

Modelos C1. Establecimiento, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal, conocido el retiro posterior..... 173

Modelos C2. Determinación, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal, cuya superficie de emplazamiento es conocida 177

Modelos C3. Establecimiento, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de utilización del suelo (CUS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal, en las condiciones señaladas en los Modelos C1 y C2..... 181

Modelos C4. Determinación, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación aislada, conocidos los retiros 183

Modelos C5. Establecimiento, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación aislada, cuya superficie de emplazamiento es conocida 187

Modelos C6. Determinación, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de utilización del suelo (CUS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación aislada, en las condiciones señaladas en los Modelos C4 y C5..... 197

D. Modelización matemática del aprovechamiento del suelo para la red vial urbana193

Modelos D. Comportamiento de la superficie de suelo destinada a vías, de la longitud de éstas y del suelo total ocupado, cuando varía la configuración de la trama urbana..... 199

E. Modelización matemática de la densidad de población, las dotaciones de suelo para los asentamientos de vivienda y la parcelación	223
Modelos E1. Comportamiento de las densidades de población y de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos comunitarios	229
Modelos E2. Establecimiento de la superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda, dimensionamiento de lotes y asignación de los tipos de vivienda.....	237
Modelos E3. Determinación de la variación del indicador de suelo libre por vivienda en un lote o parcela	247
Modelos E4. Establecimiento del lugar geométrico de los fondos de lotes, cuyos frentes y superficies deben observar condiciones mínimas y máximas	251
F. Modelización matemática de la densidad y la calidad ambiental urbana.....	255
Modelos F1. Aprovechamiento edificatorio e impacto en la calidad ambiental de una parcela o lote y su entorno inmediato	265
Modelos F2. Establecimiento de un índice de calidad ambiental por las densidades poblacional y edificatoria del espacio residencial	289
Modelos F3. Determinación de un índice de calidad ambiental por la densidad edificatoria del espacio urbano	341
Modelos F4. Construcción de un diagrama de calidad ambiental por densidad edificatoria del espacio urbano	379
G. Modelización matemática de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos en los proyectos de urbanización, de conformidad con las cesiones de suelo obligatorias previstas por la legislación ecuatoriana	409
Modelos G1. Comportamiento de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos, de conformidad con las cesiones obligatorias de suelo previstas en la Ley Orgánica de Régimen Municipal del Ecuador	415
Modelos G2. Comportamiento de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos, de conformidad con las cesiones obligatorias de suelo previstas en el Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización	431
Bibliografía.....	451
Experiencia profesional en la formulación de instrumentos de ordenación territorial y urbanística, y de catastros inmobiliarios en el Ecuador	469

Prólogo

Es un honor para mí aportar con mi prólogo a la lectura de este libro.

Ello me supone un reto doble. El autor se merece un prefacio intenso. El libro se merece un prólogo intenso. Quién les escribe siente ambas sensaciones mezcladas. Intentaré combinar ordenadamente mis reflexiones y mis vinculaciones a favor del autor y del libro.

El prólogo tiene cuatro vertientes: la admiración y el respeto por su autor; las referencias a una bibliografía que nos abre conexiones a las teorías sobre la modelización de las reglas del urbanismo contemporáneo; mis vinculaciones a este tema; y de manera más especial, la importancia del libro, que por sus contenidos aporta bases científicas.

Escritas las vertientes, vamos pues a su desarrollo.

El autor es modelo para los urbanistas actuales y lo sea igualmente para futuros

Es un modelo de compromiso completo y efectivo. Es un modelo para hombres y mujeres que ahora están en procesos de formación o en retos concretos de experiencia.

Completo, porque su trayectoria se desarrolla tanto en el nivel de la planificación como de la gestión urbana. Abarca tanto la dimensión académica, en la Universidad de Cuenca y otras instituciones académicas del mundo, como la práctica de la gestión institucional y de las políticas urbanas, muy específicamente en su ciudad.

Efectivo, porque es uno de los urbanistas que ha contribuido desde su despacho profesional. Activo en ese campo, produciendo planes, proyectos y propuestas, aportando a Ecuador, país que admiro y quiero, con avances y logros significativos en esta disciplina: la urbanística inclusiva y contemporánea.

Es una persona que representa en el campo del urbanismo todo lo que acabo de confirmar y valorar. No entro a señalar detalles. Aquellos que no sepan quien es Fernando Pauta Calle, por favor vean su hoja de vida en la solapa de este libro.

La bibliografía del libro es un panorama total y necesario que apoya el contenido

Esta bibliografía se debe disfrutar, después de verla, para disfrutar del texto del libro. Sus citas y sus referencias nos acompañan y nos balancean entre diversos enfoques conceptuales del tema. Sus citas abren nuestra mente hacia las líneas seguidas por diferentes autores (relativamente pocos) para trazar un marco teórico, de las hipótesis de análisis e interpretación de las formas urbanas. Ahí la modelización es una de las claves.

Una bibliografía en una obra de este tipo es básica. Porque es el marco que guía al lector a entender el uso de la matemática en la modelización del urbanismo.

En esta gran variedad de enfoques del urbanismo actual, hay otra máxima: no hay concepto pleno sin referencia a las personas y las instituciones que lo producen. Ahí valoro la presencia de mis vinculaciones con esta bibliografía tan rica.

Cambridge: referencia a Marcial Echenique y todo el grupo del LUBFS (1967)

Este equipo fue esencial en la generación de métodos y de modelos de matemática aplicada al urbanismo. Lean esta dimensión en la introducción al libro. Mi vinculación es directa con ese momento. Su referencia está ligada a mi etapa de formación académica, porque trabajé como estudiante en el LUB (Laboratori d'Urbanisme de Barcelona) de la ETSAB (Escola Técnica Superior d'Arquitectura de Barcelona) creado en 1968. Un poquito después de la formación del LUBFS de Cambridge en 1967, donde estaba Marcial Echenique.

Ese vínculo se dio por cuanto estuvo en Cambridge Manuel de Solà-Morales, Catedrático de Urbanismo de Barcelona en ese momento (1968), aportando en el uso del análisis factorial aplicado a los estudios del Plan General Metropolitano de Barcelona (desde ahora PGM) que luego concretaremos, y muy especialmente a la representación del sistema de las formas urbanas como mallas.

En mi formación de urbanista estarán presentes las publicaciones sobre “Modelos urbanos” al igual que sobre “Juegos y el urbanismo” de Solà-Morales. Estos libritos, junto a los profesores de estructuras Margarit y Boiyadé, nos enseñaron a calcular los grados de “conectividad” mediante el uso de matrices binarias: si hay conexión es 1 y si no la hay es 0. El cálculo cuadrado o al cubo, evalúa el grado de conectividad de todos los nodos de la malla convertida en matriz. Usé este método en mi propia ciudad, Lleida, para determinar el cambio de sentido de uno de los ejes viarios de acceso a la estación de tren. Sus resultados me aconsejaron no modificar la situación ni la dirección del tráfico de ese vial.

Dos experiencias personales de uso de modelos matemáticos aplicados al urbanismo

Son, además, destacables dos experiencias mías con modelización. Una es en el equipo del PGM de Barcelona en 1973, y otra junto a nuestro propio equipo del Plan General de Urbanismo de Lleida (desde ahora PGL) en 1994.

La primera está directamente ligada al punto anterior. En los análisis y estudios del PGM, hechos entre 1970 y 1973 (fecha de su aprobación inicial) se elaboraron análisis factoriales de las formas urbanas del área, en especial de los municipios de la corona de la ciudad central. En esto, la presencia y el consejo de Marcial Echenique fueron directos, ligados especialmente a Juan Anton Solans i Huguet, director técnico del plan, además del propio Solà-Morales y otros profesionales del urbanismo catalán en Barcelona.

Luego, durante el período de información pública del PGM se presentaron unas 55 000 alegaciones escritas. Esto suponía como un millón de hojas de papel. Alegaciones tanto de las administraciones locales, como de empresas o de instituciones diversas, y por supuesto de personas particulares, para cuyo trámite se realizó la geo-referenciación de todas ellas, elaborando mapas de puntos de posición que indicaban por intensidad los temas de conflicto del PGM con la sociedad. Todos esos datos se ingresaron y procesaron en un gran computador de esa época, mediante fichas perforadas, para luego elaborar y codificar un censo geo-referenciado de los tipos de argumentos contrarios al PGM.

La segunda, es en una etapa madura, en nuestro equipo del PGL (1994) que combinaba buenos profesionales locales con dos arquitectos formados en el MIT (Boston, USA). Usamos en ese plan, aún vigente, tanto la cartografía digital como los Sistemas de Información Geográfica (desde ahora SIG) para los análisis y estudios previos. Por ejemplo, en la determinación de los usos del suelo y sus intensidades (con índices numéricos y mapas) de las áreas urbana y rural. Cabe señalar que esto demandó el uso de diversas herramientas, en función del tipo de datos que disponía cada uno de los catastros. Los datos y las imágenes de detalle, medidas y grafiadas, fueron especialmente importantes.

Es un paso de la aplicación de la tecnología al urbanismo, que permite la digitalización del sistema y la creación de consultas informáticas (query) para mejorar el diseño del plan y modernizar el planeamiento urbanístico. Ofrece la oportunidad de que el público consulte el plan en la web y pueda formular preguntas de valoración de información cruzada. Voy a poner un ejemplo: pedir al plan que mapee los predios con uso comercial compatible y una cierta intensidad mínima, y que además compare con las superficies de parcelas o de propiedades similares con ese tamaño. Esto es clave para “ingresar en el plan” iniciativas privadas, sin contradecirlo o modificarlo, como estrategia o fórmula de recualificación, de revalorización de esos suelos.

Da también la oportunidad de usar datos alfanuméricos y los polígonos sujetos a la topología de SIG de todas las zonas, para igualmente mejorar el diseño del plan. Pongo un ejemplo: las tierras de extensión urbana pueden ser diseñadas con planos detallados, que contemplen la vialidad principal, las piezas de equipamientos y las áreas verdes necesarias; proporcionándonos, además, todos los datos de cantidades de suelo segregadas por cada tipología: tanto del suelo público (vialidad, equipamiento y verde), como del suelo privado edificable. Esta utilidad, al tiempo que permite visibilizar las formas diversas de cada zona, brinda espacialmente las edificabilidades o intensidades tanto brutas (calculadas sobre el total del área) o netas (calculadas sobre los suelos edificables). Se logra en consecuencia un método de diseño gradual, medido, visible y progresivo.

La importancia del libro: sus contenidos estructuran una contribución a las bases científicas del urbanismo contemporáneo

En este contexto, mi reflexión principal es la siguiente: este libro es una aportación básica en el camino de la modelización, es decir hacia la modernización de la disciplina urbanística. Medir

y calcular es definir y diseñar con precisión. Es una riqueza conceptual no solo numérica o matemática. No se puede proponer o proyectar sin entender, no se puede hacer urbanismo sin entender.

Entender y medir es ir más allá de lo tradicional. No están únicamente presentes los retos, amplios y diversos de nuestra disciplina: sea el valor del lugar, los paisajes y sus culturas, el cambio climático, la proximidad o la participación, y tantos otros desafíos de la amplia cultura urbana aplicada al urbanismo. En la actualidad para ir más allá, hay que saber usar los instrumentos y los valores que la modelización y la matemática aplicada nos pueden brindar.

Ahí está el valor fundamental de este libro. Mi criterio favorable y positivo para esta obra por mostrar, clara y completamente, en diversos registros, las teorías citadas desde buenas referencias. Además, aporta conclusiones de modelización útiles para redactar con mayor rigor científico el plan urbano. Nuestros planes. Estos se encuentran en la base para que las condiciones de vida de las poblaciones mejoren. Que sus teóricos derechos humanos sean garantizados en un lugar físico concreto. Es más preciso medir que decir.

Deseo que no sólo aprovechen sus contenidos. Deseo que los disfruten.

Josep Maria LLOP i TORNÉ

Arquitecto - Urbanista UPC

Director de la Cátedra UNESCO sobre Ciudades Intermedias – Urbanización
y Desarrollo de la UdL o Universitat de Lleida

Introducción

Según Castells (2004), el análisis del espacio en tanto expresión fundamentalmente de la estructura social, a más de investigar la transformación causada por los elementos de los sistemas económico, político e ideológico, sus combinaciones y las prácticas sociales resultantes —transformación que ha de incluir, inevitablemente por cierto, la producida en los elementos y procesos del ambiente natural—, tiene que explicar también las formas espaciales históricamente dadas, en las que se manifiestan las lógicas internas de estos sistemas. Para este autor entonces, los planos de tal análisis deben, por una parte, producir útiles teóricos capaces de aprehender significativamente lo concreto—real, —es decir el espacio urbano, la ciudad—, y por otra, emplearlos en una serie intermitente de aplicaciones específicas sobre fenómenos históricamente determinados.

Siendo así, de las formas que estructuran el espacio y que se constituyen, configuran o construyen empleando los valores de uso del suelo, es lícito distinguir aquellas referidas específicamente a su ocupación, tales como las de: aprovechamiento del medio natural para la urbanización, conversión del suelo rural en urbano, distribución del suelo para las actividades económico sociales —o elementos de la estructura urbana—, crecimiento de la ciudad y de sus unidades, organización de las tramas, redes e infraestructuras básicas, fraccionamiento del suelo y, finalmente, de aprovechamiento edificatorio. Todas estas formas espaciales se hallan inmersas en procesos o estadios de dicha estructura, tales son —entre los principales—, los de consolidación, expansión, renovación y conservación.

En relación a cada una de estas formas espaciales generales, se puede establecer otras varias de carácter más específico, se trata por ejemplo de los suelos ocupados con y sin aptitud para la urbanización, los recursos naturales conservados, los suelos consolidado y en proceso de ocupación, las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos, los crecimientos compacto y disperso, los trazados, la jerarquización funcional y las condiciones geométricas de la red vial, los tamaños y formas de las manzanas y de las parcelas o lotes, los trazados y las áreas servidas por las infraestructuras, las superficies de construcción de las edificaciones y sus tipos de implantación, alturas y retiros.

En conjunto, estas formas espaciales a su vez determinan expresiones y variables más amplias y complejas de la ciudad o de las unidades espaciales que la conforman, como la calidad ambiental, la forma urbana —en tanto resultado—, o el paisaje; pero con respecto a casi todas éstas habitualmente se establecen indicadores o índices en los estudios sobre la ciudad y en la redacción de los planes de ordenación urbanística, concretamente en las fases de diagnóstico y prospectiva, y en la de formulación de sus determinaciones.

No obstante, estas métricas no han sido motivo aún de los esfuerzos de investigación necesarios para la construcción de modelos matemáticos que muestren científicamente los comportamientos de las variables y relaciones que los estructuran y que por tanto contribuyan a que su aplicación sea más amplia, rigurosa y eficaz; más todavía si se consideran las incesantes transformaciones que ha experimentado la ciudad desde finales del siglo pasado, esto es, la presencia de nuevas formas urbanas del capital, por tanto de dimensiones espaciales y ambientales específicas, que demandan la innovación y producción de nuevos indicadores e índices. Esta afirmación encuentra su fundamento en la investigación bibliográfica efectuada al respecto como parte de esta obra, cuyos resultados sugieren que la aplicación de la modelización matemática a la ordenación urbanística particularmente, es un desafío pendiente.

De hecho, no es posible soslayar las contribuciones hechas en materia de modelos matemáticos relacionados con la ocupación del suelo urbano, empezando por Walter Gropius y H. E. Beckett durante las décadas de los treinta y cuarenta del Siglo XX, y en las décadas de los sesenta y setenta, los trabajos de L. Martin, L. March y M. Echenique de la Escuela de Arquitectura de Cambridge, que muestran el gran poder de la modelización matemática para ampliar el espectro de posibilidades teóricas; asimismo están los recientes aportes de M. Berghauser y P. Haupt con los diagramas denominados “*Spacemate*” y “*Spacematrix*”, para establecer la densidad urbana y que se expone en la obra “*Space, Density and Urban Form*”.

Estos esfuerzos se justifican plenamente entonces, si se valora la emergencia cada vez mayor de las ciudades y el desafío histórico de encontrar su sostenibilidad, pues las implicaciones que tienen tales métricas en aspectos concretos de la ocupación del suelo urbano, como los siguientes, así lo demuestran:

- 1) El óptimo aprovechamiento del recurso suelo urbano, sosteniendo formas de ocupación que al tiempo que garanticen adecuadas condiciones de habitabilidad urbanas, se constituyan asimismo en fuertes referentes que coadyuven a enfrentar los abusos en su “producción” y la búsqueda de su “máximo rendimiento”, provocados fundamentalmente por la lógica del capital inmobiliario en colusión con la permisividad urbanística, pero también la generación y consolidación de asentamientos de familias pobres en las ciudades intermedias y áreas metropolitanas de América Latina, carentes de un mínimo de ordenación, con déficit de infraestructuras, servicios y equipamientos, y muchas veces emplazados en suelos sin vocación para la urbanización.

Desde el punto de vista de la responsabilidad social con este recurso estratégico para la ciudad, no debe olvidarse que su “producción” es el resultado del sellado definitivo del suelo originalmente destinado por lo general a procesos productivos agrarios, con obras de urbanización y edificaciones, causando de esta manera impactos ambientales irreversibles e inclusive, ante la ausencia de regulación o en su caso control públicos, de la insensata ocupación de suelos pertenecientes a unidades territoriales de altos valores ecológicos, productivos, funcionales, paisajísticos y científico-culturales.

- 2) Las condiciones de habitabilidad de la ciudad, las cuales se refieren en buena parte a la calidad ambiental de los espacios construidos —en su más amplio contenido—, que acogen a las diversas actividades humanas, en cuanto al aprovechamiento de la luz y calor de la radiación solar y a la ventilación natural que procuran las corrientes de aire, pero además a su empleo con tecnologías activas. Así, la ocupación del suelo ha de propiciar la consecución de los mayores beneficios de estos recursos al medio ambiente urbano y a la economía.

Sin embargo desde el punto de vista de los derechos de la población a la ciudad, a la vivienda digna y adecuada, y por tanto más allá de los factores antes señalados, la privacidad y las posibilidades de convivencia humana deben ser asimismo motivo de atención por las formas de ocupación del suelo.

- 3) La dotación de las infraestructuras, servicios básicos y equipamientos comunitarios, incluyendo el funcionamiento espacial de éstos, pues a la configuración de las manzanas y de la red vial que las sostiene, así como a la distribución del equipamiento en el espacio urbano, les incumbe propender a la consecución de la ciudad compacta, porque a más de los ahorros de suelo que ésta procura, también están los de energía, agua y los referidos a los costes de urbanización; y,
- 4) El paisaje físico y social, pues en la construcción de la ciudad se ha de procurar la integración del medio físico natural, el espacio público, las percepciones colectivas de este proceso, el patrimonio urbanístico y el histórico cultural en todas sus expresiones.

Las consideraciones expuestas evidencian la necesidad de poner fin a la adopción acrítica y simplista de indicadores e índices de ocupación del suelo —y que ha venido predominando en la redacción de los planes de ordenación urbanística e incluso en los estudios sobre la ciudad—, de reconocer que ésta, en tanto producto colectivo de la sociedad, no puede ser el receptáculo de actuaciones que afecten sus condiciones vitales —sin la posibilidad, en términos prácticos, de mitigar sus impactos—; y, finalmente, de lograr mayores compromisos institucionales, académicos y profesionales con esta problemática.

Así, en un ámbito en el que la teoría y la práctica parecen haberse divorciado, el presente libro pretende:

- 1) Propiciar la apertura y desarrollo de una línea de investigación y aplicación propia para la ciudad.
- 2) Contribuir a la impostergable construcción de un hábitat seguro y saludable, y de una vivienda digna y adecuada en Latinoamérica, superando la penuria que hoy vergonzosamente afecta a dos de cada tres familias —según cifras del Banco Mundial (2019)—, y que requiere entonces de nuevas políticas y enfoques sobre los asentamientos habitacionales destinados a los pobres de la ciudad. En consecuencia, la renuncia a las formas de aprovechamiento del suelo que han hacinado y sometido a la población a condiciones de habitabilidad infrahumanas, a las cuales se suman los ya conocidos problemas relativos a su localización y accesibilidad, dotación de infraestructuras, servicios básicos y equipamientos.
- 3) Motivar a las entidades públicas responsables tanto de elaborar y sancionar las normas destinadas a regular la ocupación del suelo en los asentamientos urbanos comprendidos en sus circunscripciones territoriales, como a aquellas que dictan

normas o directrices de alcance nacional, federal, estadual, regional u otros, sobre esta materia, a ponerlas en debate y revisión, teniendo presente que instrumentan —se tenga o no conciencia—, una determinada política pública sobre la calidad ambiental de la ciudad.

En esta perspectiva, la obra se organiza en dos partes. La primera “Temas previos”, contiene dos capítulos, el primero titulado “La aplicación de la modelización matemática a la ordenación urbanística: un reto pendiente”, constituye justamente una investigación documental que da cuenta del estado en el que se encuentra la problemática central de esta obra: la aplicación de tal modelización al análisis y formulación de los indicadores e índices sobre las formas de ocupación del suelo. El segundo “Una aproximación conceptual a la modelización”, aborda la conceptualización de modelo y su clasificación, seguida de una visión general de los modelos descriptivos, exploratorios y de planeamiento, y luego de una más específica sobre los modelos matemáticos, proveyendo de esta manera una amplia base conceptual.

La segunda “Modelización”, igualmente con dos capítulos, el primero “Caracterización de los modelos de esta obra”, en calidad de componente inicial y marco de referencia propio de la materia, conceptualiza detenidamente la estructura urbana y las formas espaciales que la integran, poniendo énfasis en aquellas relativas a la ocupación del suelo; posteriormente sitúa estos modelos en relación a tales formas y sustenta sus propósitos generales; por último, los caracteriza detalladamente en términos de sus funciones, de los medios elegidos para representar la realidad, sus especificidades en tanto construcciones matemáticas y de sus particularidades y objetivos concretos desde las facetas descriptivas, exploratorias y de planeamiento, expuestas en la primera parte.

El segundo capítulo presenta “Los modelos”, agrupados por su afinidad en subcapítulos que versan sobre: i) el aprovechamiento del suelo para la edificación aislada, ii) el aprovechamiento del suelo para la edificación continua, iii) las intensidades de ocupación y utilización del suelo, iv) el aprovechamiento del suelo para la red vial urbana, v) la densidad de población, dotación de suelo para el uso vivienda y parcelación, vi) la densidad y la calidad ambiental urbana; y, vii) las cesiones obligatorias de suelo para vías y equipamientos en la legislación ecuatoriana. Cada subcapítulo es objeto de una amplia introducción que aborda el conjunto de modelos que lo integran, detallando las variables, parámetros o “constantes” y restricciones que contienen en tanto elementos principales y su empleo desde las facetas descriptivas, exploratorias y de planeamiento. Se aspira a que estos textos coadyuven a la comprensión de los modelos, los cuales ensimismo no encierran mayor complejidad matemática, más cuando en ningún caso se ha buscado esta dimensión, acaso innecesaria para la modelización en la cual incursiona esta obra.

Se han de resaltar los cuatro modelos sobre la densidad y la calidad ambiental urbana —Modelos F—, por constituir los esfuerzos más recientes y en los que he puesto entonces la formación y experiencia personal acumulada en el tiempo, pero sobre todo porque los índices y el diagrama que contienen —y que han sido motivo de aplicación a un conjunto de asentamientos*—, permiten abordar con propiedad y rigurosidad las implicaciones de la densidad edificatoria en la calidad ambiental de un lote o parcela, de la totalidad del espacio urbano y en particular del espacio residencial conjuntamente con la densidad poblacional. Tales índices y diagrama superan las limitaciones que presentan en su aplicación a la ciudad o a una unidad espacial de

* i) Centro Histórico, Cuenca – Ecuador, ii) Barrio Cuatro Caminos, Madrid – España, iii) Barrio La Gare, París – Francia, iv) Barrio Las Nieves, Bogotá – Colombia v) Distrito República, Sao Paulo – Brasil, vi) Gireum-dong, Seúl – Corea del Sur; y, vii) Subdistrito Teatro de Manhattan, Nueva York – EEUU.

ésta, tanto la densidad poblacional por sí sola, como las variables e indicadores relacionados con la densidad edificatoria, entre los cuales se hallan la altura de la edificación, sus tipos de implantación, los coeficientes de ocupación y utilización del suelo, entre otros.

Esta obra da cuenta del interés de aplicar mi formación en matemáticas —que se robusteció y amplió mientras fui estudiante de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca—, al estudio del comportamiento de los indicadores de ocupación del suelo urbano, por cuanto la formulación de planes de ordenación urbanística, tanto en el ejercicio profesional como en la academia, han copado buena parte de mi vida laboral. Este trabajo ha sufrido largos abandonos y reencuentros, sin embargo en años recientes se concretó la firme decisión de avanzar en la formulación de los modelos pendientes y de otros nuevos que suman casi la mitad de los que contiene este libro.

Conviene precisar que igualmente me animaron a este empeño las publicaciones de los arquitectos y matemáticos Lionel March, Leslie Martin y Marcial Echenique integrantes del Center for Land Use and Built Form Studies —hoy, Martin Center for Architectural and Urban Studies—, de la Universidad de Cambridge con los títulos: *“La trama como generador”*, *“Teorías”* y *“Modelos elementales de formas de la edificación”* del libro *“La estructura del espacio urbano”*; y, *“El concepto de sistemas, modelos y teorías en los estudios urbanos”* y *“Un modelo desagregado de la estructura espacial urbana”*, contenidos en la obra *“Modelos matemáticos de la estructura espacial urbana: aplicaciones en América Latina”*. Estas publicaciones —como se ha dicho—, son parte de los esfuerzos más serios sobre la investigación en estas materias durante el siglo pasado.

Este libro se dedica a profesores y estudiantes de urbanismo y en especial a quienes se hallan involucrados en los procesos de investigación de los fenómenos de la ciudad y en la formulación de planes de ordenación urbanística, así como a aquellos profesionales que asumen esta tarea con responsabilidad y compromiso. Esperamos que esta contribución les sea de utilidad.

Consigno mi agradecimiento a la Universidad de Cuenca, a su Facultad de Arquitectura y Urbanismo y a los compañeros y compañeras profesoras que atendieron mis consultas, particularmente al Grupo de Investigación Territorium. Igualmente y de modo especial al arquitecto Edison Sinchi Tenesaca por su paciente y sacrificada labor de revisión de los modelos y por el diseño y diagramación de este libro; asimismo a la arquitecta Cristina Peralta Peñaloza, por su valiosa contribución en la investigación documental y redacción del primer capítulo y la revisión de los textos de varios capítulos.

Al arquitecto Marcelo Zúñiga López (+), quien conoció este proyecto de investigación, revisó varios modelos durante el tiempo que compartimos espacios académicos y profesionales, y me alentó a continuar en el mismo.

Fernando Pauta Calle
Cuenca, agosto de 2025

Introduction

According to Castells (2004), the analysis of space as a fundamental expression of social structure, in addition to studying the transformation caused by elements of the economic, political and ideological systems, their combinations and the resulting social practices —a transformation that, must inevitably include, that produced in the natural environment's elements and processes—, must also explain the historically spatial forms given in which these systems' internal logics are manifested. For this author then, the levels of such analysis must produce theoretical tools capable of meaningfully grasping the concrete-real, —that is urban space, the city—, and on the other hand, employ them in an intermittent series of specific studies of historically determined phenomena.

That being the case, of the forms that structure space and that are constituted, configured or constructed employing the values of land use, it is legitimate to distinguish those which specifically refer to its occupation, such as: exploitation of the natural environment for urbanization, transformation of rural land into urban, distribution of land for economic and social activities —or elements of the urban structure—, growth of the city and its units, organization of plots, networks and basic infrastructures, land subdivision, and finally, the use of buildings. All these spatial forms are immersed in processes or stages of the said structure, such as —among the most important—, consolidation, expansion, renovation and conservation.

In relation to each of these general spatial forms, several others of a more specific character can be identified, these are for example, occupied land with and without aptitude for urbanization, conserved natural resources, consolidated land and land in the process of being occupied, the allocation of land to plots, roads and facilities, compact and dispersed growth, the layouts, functional hierarchy and geometric conditions of the road network, the sizes and shapes of blocks and plots or lots, the layouts and areas served by infrastructures, the construction areas of buildings and their types of implantation, heights and setbacks.

Together, these spatial forms in turn determine broader and more complex expressions and variables of the city or the spatial units that comprise it, such as environmental quality, urban form—as a result—, or landscape; however, for almost all of these, indicators or indices are usually established in studies on the city and in the drafting of urban development plans, specifically in the diagnostic and prospective phases, and in the formulation of their policies.

Nevertheless, these metrics have not yet been the subject of the necessary research efforts for constructing mathematical models that scientifically show the behavior of the variables and relationships that structure them, thus contributing to application more extensive, rigorous and effective; this is especially important considering the continuous transformations the city has undergone since the end of the last century, that is, the presence of new urban forms of capital, therefore of specific spatial and environmental dimensions, demanding the innovation and production of new indicators and indexes. This assertion is based on the bibliographic research carried out as part of this work, the results of which suggest that applying mathematical modeling to urban planning in particular is a pending challenge.

Indeed, one cannot ignore the contributions made in the field of mathematical models related to urban land occupation, starting with Walter Gropius and H.E. Beckett in the 1930s and 1940s, and in the 1960s and 1970s, the works of L. Martin, L. March and M. Echenique of the Cambridge School of Architecture, which showcase the great power of mathematical modeling to expand the spectrum of theoretical possibilities; there are also recent contributions by M. Berghauser and P. Haupt with the “*Spacemate*” and “*Spacematrix*” diagrams to determine urban density, exposed in their book “*Space, Density and Urban Form*”.

These efforts are fully justified, deeming the ever-increasing emergence of cities and the historical challenge of finding their sustainability, as demonstrated by the implications that such metrics have on concrete aspects of urban land use, such as the following:

- 1) The optimal utilization of the urban land resource, maintaining occupancy forms that, while guaranteeing adequate urban living conditions, also serving as strong reference points to help confront abuses in its “production” and the pursuit of its “maximum yield”, caused primarily by the logic of real estate capital colluding with urban permissiveness, but also by the creation and consolidation of settlements of poor families in intermediate cities and metropolitan areas of Latin America, without minimal planning, lacking infrastructure, services and facilities, and often located on unsuitable land for urbanization.

From the perspective of social responsibility for this strategic resource for the city, it should not be forgotten that its “production” is the results of the definitive sealing of land originally intended for agricultural production processes, with urbanization works and buildings, causing irreversible environmental impacts and even, in the absence of public regulation or control, the senseless occupation of land belonging to territorial units of high ecological, productive, functional, landscape and scientific-cultural values.

- 2) The habitability conditions of the city largely relate to the environmental quality of the built spaces—in the broadest sense—, that host various human activities, in terms of utilizing natural light and heat from solar radiation and natural ventilation provided by air currents, but also their use with active technologies. Thus, land occupation must promote the achievement of the greatest benefits of these resources to the urban environment and the economy.

However, from the point of view of the population's right to the city, to decent and adequate housing, and therefore beyond the factors mentioned above, privacy and the possibilities of human coexistence should also be a motive for attention due to the forms of land occupation.

- 3) The provision of infrastructure, basic services and community facilities, including their spatial functioning, since the configuration of blocks and the road network that supports them, as well as the distribution of equipment in the urban space, are responsible for the achievement of the compact city model, because in addition to the land savings it provides, this also yields savings in energy, water consumption, and urbanization costs; and,
- 4) The physical and social landscape, insofar as the city's construction must aim for the integration of the natural physical environment, public spaces, the collective perception of this process, and the urban and historical-cultural heritage in all its expressions.

The considerations presented here demonstrate the need to end the uncritical and simplistic adoption of land use indicators and indices—which has been predominant in the drafting of urban plans and even in city studies—to recognize that the city, as a collective product of society, cannot be the receptacle of actions that affect its vital conditions—without the possibility, in practical terms, of mitigating their impacts—and, finally, there must be greater institutional, academic and professional commitment to this issue.

Thus, in a field where theory and practice seem to have become separated, this book aims to:

- 1) Promote the opening and development of a line of research and application specific to the city.
- 2) Contribute to the urgent construction of safe healthy habitats and decent adequate housing in Latin America, overcoming the deprivation that today shamefully affects two out of three families—according to World Bank data (2019)—, which therefore requires new policies and approaches to residential settlements for the urban poor. Consequently, abandoning forms of land use that have overcrowded and subjected the population to subhuman living conditions, in addition to the already known problems related to location and accessibility, provision of infrastructure, basic services and facilities.
- 3) Encourage public authorities responsible for both drafting and sanctioning norms that regulate land use in urban settlements included in their territorial jurisdiction, as well as those that issue norms or guidelines on this matter at the national, federal, state, regional or other level, to submit them to debate and review, bearing in mind that they are implementing—consciously or not—, a specific public policy on the environmental quality of the city.

In this perspective, the work is organized in two parts. The first “Previous topics”, contains two chapters, the first chapter entitled “The application of mathematical modeling to urban planning: a pending challenge”, constitutes precisely documentary research that accounts for the state in which the central problem of this work is found: the application of such modeling to the analysis and formulation of indicators and indices on relation the forms of land occupation. The second chapter, “A conceptual approach to modeling”, deals with the conceptualization of models and their classification, followed by an overview of descriptive, exploratory, and planning models, and then a more specific look at mathematical models, thus providing a broad conceptual base.

The second part “Modeling”, also has two chapters, the first chapter “Characterization of the models in this work”, as an initial component and its own frame of reference, conceptualizes in detail the urban structure and the spatial forms that comprise it, emphasizing those related to land occupation; then, it places these models in relation to these forms and supports their general purposes; finally, it characterizes them in detail in terms of their functions, the means chosen to represent reality, their specificities as mathematical constructs and of their particularities and concrete objectives from the descriptive, exploratory, and planning facets, presented in the first part.

The second chapter presents “The Models” grouped into subchapters according to their affinity, dealing with: i) the use of land for isolated buildings, ii) the use of land for continuous buildings, iii) the intensities of land occupation and use, iv) the use of land for the urban road network, v) population density, land allocation for housing use and parceling, vi) density and urban environmental quality; and, vii) the mandatory land transfers for roads and facilities in Ecuadorian legislation. Each subchapter is the subject of a broad introduction that addresses the set of models that comprise it, detailing the variables, parameters or “constants”, and constraints they contain as main elements, and their use from descriptive, exploratory and planning facets. It is hoped that these texts will contribute to the understanding of the models, which themselves do not involve greater mathematical complexity, especially when this dimension has not been sought in any case, perhaps unnecessary for the modeling in which this work ventures.

The four models on urban density and environmental quality —Models F— deserve particular emphasis, as they represent the most recent efforts into which I have invested my accumulated training and personal experience over time, but above all because the indices and diagram contain —which have been applied to a set of settlements*— allow for a proper and rigorous examination of the implications of building density on the environmental quality of a lot or parcel, in the totality of the urban space and, particularly, on residential space together with the population density. These indices and diagram overcome the limitations presented in their application to the city or a spatial unit, both in terms of population density alone, as well as variables and indicators related to building density, among which are the height of buildings, building footprint types, land occupancy and utilization coefficients, among others.

This book results from the interest in applying my training in mathematics —which was strengthened and extended during my studies at the Faculty of Architecture and Urbanism of the University of Cuenca—, to the study of the behavior of urban land occupation indicators, given that the formulation of urban planning plans, both in professional practice and academia, has taken up a significant part of my working life. This work has suffered long periods of abandonments and reenounters, however in recent years, the firm decision to advance in the formulation of pending models and other new ones that add up to almost half of those contained in this work has been realized.

It is appropriate to specify that the publications of architects and mathematicians Lionel March, Leslie Martin and Marcial Echenique, members of the Centre for Land Use and Built Form Studies —now the Martin Center for Architectural and Urban Studies—, at the University of Cambridge, with the titles “*The Grid as Generator*”, “*Theories*”, and “*Some Elementary Models of Built Forms*” of the book “*Urban Space and Structures*”, also encouraged me in this endeavor, which, —as has been said—, is undoubtedly one of the most serious research efforts on these

* i) Historic Center, Cuenca – Ecuador, ii) Cuatro Caminos Neighborhood, Madrid – Spain, iii) La Gare Neighborhood, Paris – France, iv) Las Nieves Neighborhood, Bogotá – Colombia, v) República District, São Paulo – Brazil, vi) Gireum-dong, Seoul – South Korea, vii) Manhattan Theater Subdistrict, New York – USA.

subjects in the last century. I would also like to mention the publication *“El concepto de sistemas, modelos y teorías en los estudios urbanos”* y *“Un modelo desagregado de la estructura espacial urbana”*, contained in the book *“Modelos matemáticos de la estructura espacial urbana: aplicaciones en América Latina”*.

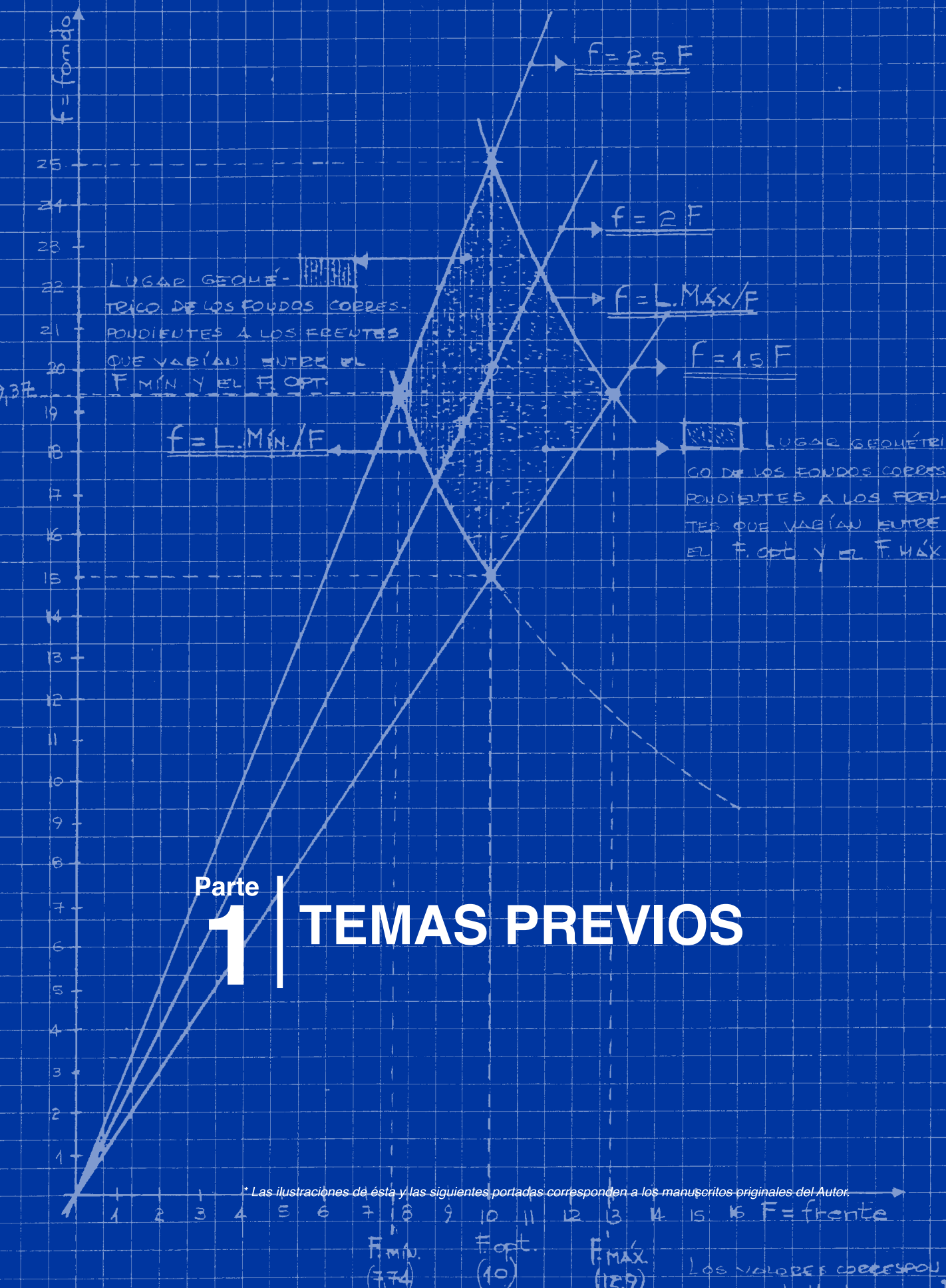
This publication is dedicated to professors and students of urbanism, and especially to those involved in researching urban phenomena and formulating urban planning plans, as well as to professionals who carry out this task with responsibility and commitment. We hope this contribution will be useful to them.

I would like to express my gratitude to the University of Cuenca, its Faculty of Architecture and Urbanism, and the professors who have responded to my inquiries, especially the Territorium Research Group. Likewise, and especially to the architect Edison Sinchi Tenesaca, for his patient and dedicated work in reviewing the models and for the design and layout of this book; also to the architect Cristina Peralta Peñaloza, for her valuable contribution to the documentary research and writing of the first chapter, and for reviewing the texts of several chapters.

To the architect Marcelo Zúñiga López (+), who was aware of this research project, reviewed several models during the time we shared academic and professional spaces, and encouraged me to continue.

Fernando Pauta Calle

Cuenca, August 2025

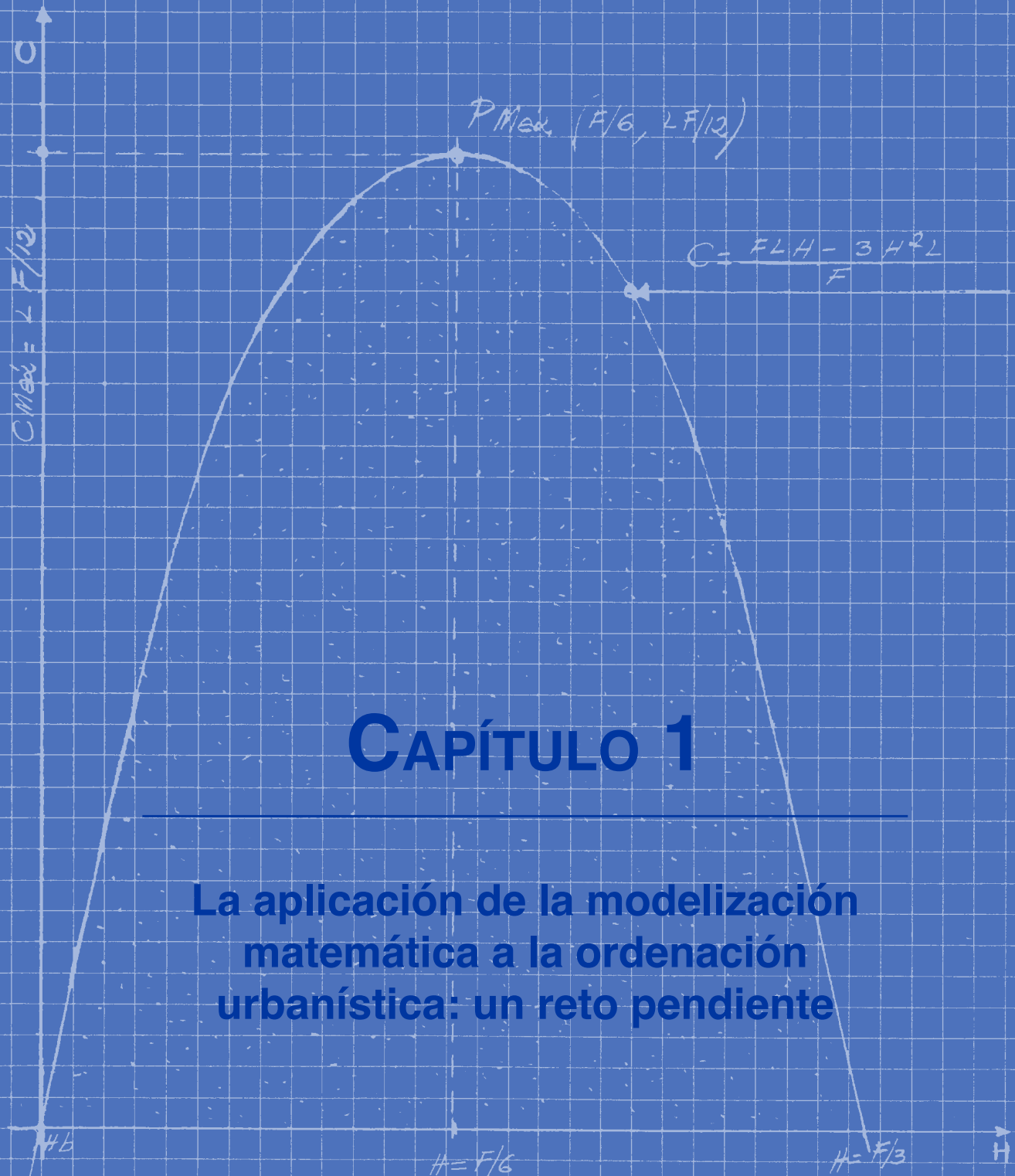


$A = F/2$ y EN CONSECUENCIA CUBRA EL 50% DE LA SUPERFICIE DEL LOTE (C.O.S = 50%)
 POR LO TANTO DEBERÁ CUMPLIRSE CONDICIÓN 4 DE C. MED., QUE:

$$A = F - 3H, \text{ PARA } H = F/6 \text{ SE TIENE: } A = F - 3(F/6); \text{ ASÍ PUES: } \\ F - 3(F/6) = F/2; \quad F - F/2 = F/2; \quad \text{DE DONDE } F/2 = F/2. \quad \text{P.P.}$$

Ver GRÁFICO N° 1

GRÁFICO N° 1



CAPÍTULO 1

La aplicación de la modelización
 matemática a la ordenación
 urbanística: un reto pendiente

NOTA: LA CUERVA ES SIMÉTRICA

La aplicación de la modelización matemática a la ordenación urbanística: un reto pendiente

Los esfuerzos concentrados en este libro, tienen como telón de fondo –incluso hasta iniciado el presente siglo–, la modesta investigación alcanzada sobre la aplicación de los modelos matemáticos en la formulación de instrumentos de ordenación urbanística y en buena medida igualmente en relación a las formas espaciales urbanas referidas a la ocupación del suelo, pese a las transformaciones sufridas por la ciudad desde mediados del siglo pasado y a la aplicación creciente de este tipo de modelos en las ciencias naturales y sociales. Esta situación se ha constatado de alguna manera a lo largo de la vida académica y profesional del autor, y ratificado con los resultados —que se exponen en las siguientes líneas—, de la revisión bibliográfica que la rigurosidad de ésta obra lo exige.

Es muy conocido que las ciudades industrializadas de hace un siglo enfrentaban débiles condiciones de habitabilidad, las cuales motivaron estudios de diferente índole y con enfoques muy diversos. Entre los primeros intentos están dos importantes documentos normativos de planeación: la ordenanza edificatoria de Berlín (1925) del arquitecto alemán Anton Hoening que incorpora el concepto de “espaciosidad”, definido como *“la cantidad de espacio no construido por vivienda”* que corresponde a 1m^2 de suelo por cada m^2 construido; y el Plan General de Ámsterdam (1934) que determina el uso de diferentes tipologías de edificación y tramas urbanas para evitar la acelerada dispersión y el aumento descontrolado del precio de suelo (citado en Zapatero, 2017, p. 21-25).

Teniendo este antecedente, la consideración de las formas de ocupación del suelo desde el razonamiento matemático que se presenta a continuación, sigue una suerte de línea de tiempo. Ésta resalta la obra de Walter Gropius en los Congresos de Arquitectura Moderna que popularizó un enfoque analítico-cuantitativo, siendo considerada como referente en la mayoría de las investigaciones posteriores. Luego es importante subrayar la obra de Beckett, quien construye el primer modelo matemático en el urbanismo. Transcurrida la Segunda Guerra Mundial, el

debate se centra en la Escuela de Cambridge que plantea modelos matemáticos exploratorios de la distribución de viviendas, la ocupación del suelo, la movilidad, entre otros. La discusión actual, aunque muy reducida, está relacionada al estudio de la densidad y la forma urbana en búsqueda de un desarrollo urbano sostenible, sobresalen los trabajos de Berghauser y Haupt, así como el pensamiento cientificista de Batty. A continuación, se profundiza la exposición de estos esfuerzos, poniendo énfasis en sus planteamientos y los aportes generados.

Distribución de la vivienda para familias obreras que garantice un mayor aprovechamiento del suelo: Walter Gropius

Walter Gropius, reconocido arquitecto, urbanista y diseñador alemán, desarrolló una variedad de textos que fueron muy influyentes a nivel internacional al constituirse en *“auténticos hitos en la constitución del ideario moderno”* (Medina, 2018, como se citó en Sala, 2019, p. 21). De éstos sobresale la conferencia *“¿Casas unifamiliares, edificios medios o bloques altos?”* preparada para el III Congreso Internacional de Arquitectura Moderna celebrado en Bruselas 1930, que por su trascendencia y ante la lamentable situación de Alemania, como consecuencia de la Primera Guerra Mundial, llevó a la revista *“Rationelle Bauweisen”* a publicarla excepcionalmente en sus páginas. La obra lleva el título *“Walter Gropius, la torre residencial”* y expone —según su autor—, la forma de vivienda más eficiente y racional para garantizar adecuadas condiciones de habitabilidad.

Para la época, la comprensión del término *“racionalidad”* requería cierto cuestionamiento, al considerar *“racional”* solo aquello concerniente a la dimensión económica. En la perspectiva de Gropius, cualquier racionalización puede tener éxito únicamente si tiene un efecto en las esferas de la vida. Es decir, *“las premisas psicológicas y sociales de una política de vivienda saludable son indudablemente más importantes [...] que las económicas, puesto que la economía en su sentido pleno es sólo un medio para alcanzar un fin, no un fin en sí mismo”* (Gropius, 1931/2018, p. 116). Bajo esta comprensión, *“¿qué altura de edificación es racional en la disposición urbanística de las viviendas populares?”*.

Martínez de Benito (2019), cita a Gropius para señalar que la tendencia especulativa del suelo y las deficientes condiciones de habitabilidad, llevaron a este autor a promover ordenanzas que reduzcan la densidad urbana; pero, la constante contradicción de opiniones sobre la forma ideal de vivienda determinó tres variantes principales: la vivienda unifamiliar aislada con jardín, las edificaciones con un máximo de cuatro pisos, promovidas por las Directivas Alemanas para la construcción de viviendas (1929), y el conjunto habitacional en altura, decantado por Gropius; para quién, la grave miseria de las familias obreras y la propagación de enfermedades contagiosas, no son causadas por el bloque residencial en altura, sino por la legislación incapaz de promover una construcción responsable de vivienda popular con protección social a la especulación (Gropius, 1931/2018).

Sin el afán de catalogar negativa o positivamente la *“residencia baja o alta”*, Cortés (2003) afirma que tal postura higienista pretendía garantizar buenas condiciones de iluminación y ventilación natural en el mínimo espacio necesario, de manera que sea posible realizar plenamente las funciones vitales. Gropius defendía las características de la edificación en altura por ser más beneficiosas para las familias de los trabajadores industriales, considerando *“las posibilidades técnicas y las necesidades sociales del momento”* (Martínez Medina y Oliva Meyer, 2015, p. 431). Para el urbanista alemán, la torre residencial reducía los costes de producción, mantenimiento y transporte, implicando notables ahorros de tiempo y dinero en comparación con la *“vivienda baja”*, cuyos beneficios resultaban una utopía económica para la clase obrera (Gropius, 1931).

A partir de sus planteamientos sobre vivienda mínima y con la aspiración de construir una “ciudad racional”, se reivindicó la “estructura sin patio”, al ser más barata por un mayor uso de suelo (Muñoz Fernández, 2003). Sin embargo, Gropius se muestra reticente a la determinación de la altura óptima del edificio en términos económicos y de rendimiento. Cita al respecto minuciosos estudios matemáticos realizados en las ciudades de Hamburgo y Ámsterdam (Martínez de Benito, 2019), e indica que *“El límite de la rentabilidad está en el punto en que el aumento de los costes de producción ya no compensa el ahorro en los costes del terreno y de las calles”* (Gropius, 1931/2018, p. 123).

Para asegurar un mejor aprovechamiento del suelo, Gropius propone la construcción de bloques altos lineales en medio de amplios espacios verdes, en los que se establezca *“la limitación de la densidad de población en lugar de la limitación de la altura de los edificios, o sea, fijar una relación cuantitativa entre la superficie habitable o volumen edificado y el terreno edificable”* (Gropius, 1931/2018, p. 124); en consecuencia, según este autor, la obligación de la ley no era limitar o definir la altura de las edificaciones, su tarea principal era organizar la densidad de las ciudades (Laudin, 2013).

En relación a la distribución de los bloques en altura, Gropius recupera la regla empírica de Roman Friedrich Heiligenthal (1929) que establece lo siguiente: *“la distancia entre bloques debe ser igual a una vez y media la altura de los edificios para una orientación sur-norte, a dos veces y media para orientación este-oeste y al doble para una orientación diagonal”* (Gropius, 1931/2018, p. 31). Sobre este principio estructura un escenario considerando que el 21 de diciembre, dos fachadas de bloques paralelos orientados sur-norte han de recibir —en la posición más baja—, al menos dos horas de sol (Gropius, 1931/2018). En este marco efectuó análisis comparativos de *“las relaciones existentes entre la altura de la edificación, el espacio abierto, el soleamiento y la orientación”* (March, 1975a, p. 108), adoptando como variables dependientes el número de alojamientos, el tamaño del solar y el ángulo de soleamiento —medido a nivel del terreno—, y como variable independiente el número de pisos. Así formuló los siguientes postulados a fin de que se modifique la reglamentación vigente:

“1. Suponiendo un solar de tamaño dado y un ángulo dado de soleamiento (30°), es decir, unas condiciones dadas de iluminación, el número de alojamientos aumenta con el número de plantas.”

“2. Suponiendo un ángulo dado de soleamiento y distribuyendo un número dado de alojamientos (15 metros cuadrados o 161 pies cuadrados de área por alojamiento), en bloques de apartamentos con un número variable de plantas, el tamaño del solar disminuye al aumentar el número de plantas.”

“3. Suponiendo un solar edificable de un tamaño dado, y un número dado de alojamientos y variando el número de plantas, el ángulo de soleamiento disminuye al aumentar el número de plantas, es decir, las condiciones de iluminación mejoran al aumentar la altura.” (Gropius, 1931/1956).

Gropius defendió su propuesta mediante diagramas que *“se convirtieron en imágenes poderosas de un futuro y mejor medio ambiente”* (March, 1975a, p. 109), e inclusive en la actualidad, Denzer (2014) señala que sus dibujos asignan *“racionalidad científica”* al soleamiento de la forma arquitectónica y motivaron varios proyectos de investigación en Estados Unidos e Inglaterra, tales como: *“A Rapid Method for Determining Sunlight on Buildings”* de Howard T. Fisher (1931), *“Orientation of Buildings”* de H.E. Beckett (1933), *“Universal Diagrams”* de P.J. Waldram (1933), *“Site Planning and Sunlight”* de Henry N. Wright (1936). Su trabajo impactó

“fuertemente desde finales de los años treinta del siglo pasado y durante cuarenta años, en el planeamiento y la arquitectura, por sus beneficios ambientales” (Benenaula Duchi, Andrango Bravo y Pauta Calle, 2020, p. 4).

El primer modelo matemático para el planeamiento de las ciudades: H. E. Beckett

Continuando el trabajo de Gropius, H. E. Beckett publica *“Densidad poblacional y la altura de los edificios”* en el año 1942, en un contexto que demandaba la reconsideración de las políticas de planeamiento de la posguerra en Inglaterra y Gales. Según March (1975a), este trabajo fue *“el primer intento (...) de aplicar el aparato formal de los modelos matemáticos a los problemas del aprovechamiento del suelo y de las formas de edificación”* (p. 118). Dicho análisis es válido para bloques de viviendas rectangulares dispuestos en filas paralelas con calles que se cruzan y un *“parapeto negativo”* al nivel del terreno. En esencia, el objetivo consiste *“en definir un estándar de iluminación natural y, a partir de él, encontrar cómo varía la densidad de población admisible con el número de plantas de los edificios”* (Beckett, 1942, p. 75).

Para March (1975a), Beckett realiza un refinamiento al *“modelo Heiligenthal-Gropius”* basándose *“en la hipótesis de que, para una orientación dada de los bloques, las condiciones de iluminación están definidas por el ángulo de obstrucción (determinado por su tangente) en las ventanas de la planta baja”*. De esta manera, las modificaciones significativas a las “reglas de 1930” se producen principalmente por *“la decisión de medir el ángulo de obstrucción por encima del nivel del terreno”* (March, 1975a, p. 118). El comportamiento del modelo está definido principalmente por dos magnitudes: el *“índice del espacio abierto”* y el *“índice de espacio de suelo”*. *“El primero es la relación entre la superficie total del solar (tratando cada planta de un edificio por separado) y la superficie total del suelo, y es proporcional a la densidad de población permitida. El segundo representa la proporción de la superficie del terreno que permanece abierta y que está disponible para caminos, espacios de juego, etc.”* (Beckett, 1942, p. 75).

Establecidos los supuestos iniciales y las principales variables del modelo matemático, Beckett analiza las conexiones entre ellas. Desarrolla tres funciones y estimando un comportamiento impredecible, estudia las posibles variaciones de la densidad de la población para determinadas condiciones de iluminación, cantidad de espacio abierto, luz solar disponible y el efecto negativo de los balcones.

Del modelo de Beckett, March (1975a, págs. 120-121, 128-129) construye los siguientes teoremas:

“1. Suponiendo un ángulo de obstrucción constante entre formas de edificación paralelas e iguales, la densidad de población aumenta hiperbólicamente, permanece estacionaria, o disminuye hiperbólicamente al aumentar el número de plantas, dependiendo de que el ángulo de obstrucción sea mayor, igual o menor que

$$\arctg \frac{(i - g)}{f}$$

“2. Suponiendo tanto un ángulo constante de obstrucción entre formas de edificación paralelas e iguales, como una densidad de población constante para un desarrollo de este tipo, el índice de espacio abierto aumenta hiperbólicamente al aumentar el número de plantas.

“3. Suponiendo una densidad de población constante para un desarrollo constituido por formas de edificación iguales y paralelas, la densidad de personas por espacio abierto disminuye al aumentar el número de plantas. (La cantidad de espacio abierto por persona aumenta.)

“4. Suponiendo un ángulo de obstrucción constante entre formas de edificación iguales y paralelas la densidad de personas por espacio abierto aumenta hiperbólicamente, permanece estacionaria, o disminuye hiperbólicamente al aumentar el número de plantas dependiendo de que el ángulo de obstrucción sea mayor, igual o menor que

$$\frac{(i - g)}{(1 - \lambda)f}$$

“5. Suponiendo una densidad de población constante para un desarrollo de formas de edificación iguales y paralelas, el ángulo de obstrucción aumenta hiperbólicamente, permanece estacionario, o disminuye hiperbólicamente dependiendo de que la densidad de población sea menor que, igual a, o mayor que

$$\frac{\beta \lambda (i - g)}{h}.$$

“Llamando:

f = anchura del bloque

g = altura del parapeto

i = altura a la cual el ángulo de obstrucción intersecta la fachada

β = número de alojamientos por unidad de suelo construido

λ = proporción de la longitud del solar a la longitud del solar dado”

Tanto el modelo Heiligenthal-Gropius como el de Beckett explican cuestiones muy precisas que fueron asimismo muy útiles en la construcción de las ciudades de la posguerra, pero como afirma March (1975a), el refinamiento de Beckett permitió hacerlo más simple —“*desnudo de aspectos no esenciales*”—, con el propósito de simplificar el problema y que sea “*matemáticamente*” más manejable.

Modelos matemáticos y la forma de la edificación: Escuela de Arquitectura de Cambridge

En el período siguiente a la Segunda Guerra Mundial, se potencia una “*cultura de investigación en arquitectura*” con diferentes líneas de pensamiento que dieron soporte teórico a la práctica profesional, frente a la necesaria reconstrucción de las ciudades que buscaba nuevos modelos urbanos y de vivienda colectiva. Bruno Gil (2017) insiste que el fin de la guerra —a partir de 1945—, configuró un escenario ideal para que “*un cuerpo teórico de conocimiento sustentara la práctica de la arquitectura, en un contexto de emergencia y de renovación de las cuestiones básicas de la disciplina*” (p. 771). Peter Hall llegó a denominarla “*la era dorada del planeamiento*” por reconocer al urbanismo como “*una de las armas políticas más importantes*” (citado en Zapatero, 2017, p. 26). Alrededor de esta iniciativa, Leslie Martin, quién ejerció una profunda influencia en la arquitectura moderna británica desde 1937, de la mano con Richard Llewelyn-Davies, enfatizan que el conocimiento debería ser “*dirigido y desarrollado por principios, es decir, por la teoría*”, y añade que “*La investigación es la herramienta mediante la cual se*

hace avanzar la teoría. Sin ella, la enseñanza no puede tener sentido y no se desarrolla un pensamiento vanguardista” (Martin, 1958/2016, p. 280).

Para mediados del siglo pasado, Martin había alcanzado una vasta experiencia compaginando la práctica profesional con la docencia. Su participación en proyectos con London County Council (LCC) y su amplia práctica académica en la Escuela de Arquitectura de la Universidad de Manchester y posteriormente en la Escuela de Arte de Hull, le permitieron configurar una destacada trayectoria profesional (Ferrer Fores, 2016). En 1956, llega al Departamento de Arquitectura de la Universidad de Cambridge convirtiéndose en un referente de investigación. Martin junto con Lionel March, crearon en 1967 una importante estructura de investigación: el “*Centre for Land Use and Built Form Studies*” (LUBFS) en Cambridge, que se inclinó por el análisis empírico y matemático de la forma urbana; muy divergente al Institute for Architecture and Urban Studies (IAUS) de Nueva York fundado en el mismo año por Peter Eisenman, que seguía un enfoque cualitativo aproximado a la semiología y sociología (Gil, 2017). Años más tarde, el LUBFS se denominó “*Martin Center for Architectural and Urban Studies*”.

La formación del LUBFS se produjo como consecuencia de un trabajo de investigación sobre la densidad realizado para la reconstrucción del Whitehall en 1965, el cual fue publicado un año después bajo el título “*Uso de suelo y formas de edificación*”. Este proyecto dio impulso al modelo “*High-Density Low-Rise*”, que generaliza el rendimiento de tres tipos genéricos de “*forma construida*”: patio, calle y pabellón, abordando —de manera esquemática y abstracta—, la gama de posibilidades de la morfología urbana (Steadman, 2016). Según Javier de Esteban Garbayo (2015), esta reflexión sobre la forma urbana capitalizó la línea de investigación de Cambridge, bajo el ideario de identificar “*nuevas relaciones entre arquitectura y ciencia desde la investigación y el desarrollo teórico*” (p. 7). Sin embargo, vale aclarar, en palabras de Philip Steadman (2016) —citando a Martin—, que “*el objetivo era apoyar el diseño con conocimientos y herramientas científicas, no mecanizar el proceso de diseño ni convertirlo en ‘científico’, sea lo que eso signifique*” (p. 296).

Para 1973, el centro contaba con 18 investigadores y un número igual de estudiantes de doctorado. Se destacaban figuras como Colin St John (Sandy) Wilson, Colin Rowe, Lionel March, Philip Steadman, Ira Lowry y Marcial Echenique, entre otros. El rápido crecimiento de la institución motivó nuevos proyectos de diversa naturaleza hacia los ámbitos de la arquitectura, la construcción y el urbanismo. Se generaron iniciativas vinculadas a las relaciones del álgebra booleana con aspectos arquitectónicos, el desarrollo de simulaciones de los ambientes internos de edificios; y, en una escala mayor, sobresale el trabajo de Marcial Echenique sobre los modelos integrados de uso de suelo y transporte.

En este mismo centro y con el propósito de complementar las maquetas físicas a escala, el dibujo y el cálculo a mano, se estudió la representación matemática y computacional de los diseños, que sentó las bases del dibujo y la modelización en dos y tres dimensiones asistidas por una máquina.

Respecto a los modelos matemáticos de esta obra, se distinguen los estudios históricos sobre la legislación relativa a los volúmenes de los edificios y los trabajos en la geometría de la forma construida. En este tema, Ferrer Flores (2016) confirma que uno de los aportes más sobresalientes del LUBFS, fue la “*fundamentación científica de la forma arquitectónica*”, que impulsó el desarrollo de modelos que aborden cuestiones de la realidad con una mirada objetiva. Kasner y Newman (1967/1994), en su libro clásico “*Matemáticas e imaginación*”, recalcan que “*nuestras nociones intuitivas sobre el espacio nos llevan casi invariablemente por un camino equivocado*” (p. 67). Para afrontar una convicción intuitiva de la arquitectura, March

afirmó que es necesario considerar a las edificaciones como “*formas de edificación*”. Esta denominación hace referencia a “*modelos matemáticos o cuasi-matemáticos que se usan para representar edificios con un cierto grado de complejidad requerido en los estudios teóricos*” (March, 1975a, p. 89).

Así también, Javier de Esteban Garbayo (2017) precisa que “*La incorporación de sofisticados modelos geométricos y matemáticos sustituyeron a las tradicionales representaciones de fenómenos urbanos, dando paso al establecimiento de programas capaces de simular condiciones físicas concretas de los edificios...*” (p. 180). Para la época, el planteamiento de nuevas posibilidades en el estudio de la forma constituía —sin duda—, una verdadera innovación. Steadman (2016) subraya que éste es un proceso de optimización, pero en un sentido técnico-matemático según unos supuestos claramente definidos; de esta manera, el objetivo tiene carácter didáctico y exploratorio, y no pretende mecanizar el diseño, pero sí establecer directrices que guíen a los profesionales. Bajo esta línea, se centran en el estudio de diversas corrientes y metodologías de planeamiento de ciudades, para abogar por un enfoque más analítico y humanista, “*evitando convertirse en un recetario de formas urbanas concretas*” (De Esteban Garbayo, 2017, p. 176).

En los años setenta, inició la divulgación de los proyectos de investigación realizados en la Escuela de Arquitectura de Cambridge. Los trabajos se recopilaron en 77 documentos, un número muy considerable para este período histórico, que apenas empezaba a resaltar la labor de las universidades en este ámbito. Desde la perspectiva de Javier de Esteban Garbayo (2015), las principales publicaciones se agrupan en la siguiente trilogía: “*The Geometry of Environment. An Introduction to Spatial Organization in Design*” por Lionel March y Philip Steadman en 1971, “*Urban Space and Structures*” editado por Leslie Martin, Lionel March y Marcial Echenique en 1972, y “*The Architecture of Form*” de Lionel March publicado cuatro años después. Es necesario tratar con especial atención el segundo documento, que plantea “*la teoría de la forma urbana*”, la cual indujo al desarrollo de los primeros modelos para este libro. Así, los títulos “*La trama como generador*”, “*Teorías*” y “*Modelos elementales de formas de la edificación*”, compilados en la sección “*Investigaciones*”, son parte de las “*formulaciones preliminares de ciertas actitudes frente a la arquitectura y el planeamiento*” (Martin, March y Echenique, 1975/1972).

Sus trabajos se enfocan en la configuración de vías, parcelas y edificaciones para analizar la realidad urbana y las posibles formas de vida. Proponen una “*herramienta exploratoria*”, definida como “*modelo*”, que se basa en la estructura física de las ciudades y las interrelaciones entre los objetos existentes, estableciendo variables a partir de las cuales se examinan la capacidad disponible y el potencial de suelo construido, para demostrar cómo la introducción de un patrón lógico al tejido urbano, ofrece mayores posibilidades de aprovechamiento del suelo, garantiza un crecimiento coherente y mejora los aspectos visuales y perceptivos de una urbe. García (2006) asegura que estos modelos matemáticos permiten “*simular y analizar los efectos que produce la modificación de algunos de los datos o elementos que dan forma a una estructura dada*” (p. 83).

Seguramente uno de los trabajos más interesantes de la Escuela de Cambridge es una serie de estudios geométricos con cuboides simples de algunas cuestiones vagamente establecidas en el campo de la arquitectura. March emplea métodos matemáticos tradicionales: cálculo y funciones elementales, para establecer argumentos y abstracciones a cada pregunta que se plantea:

1. ¿Qué forma debe tener un edificio para reducir sus pérdidas de calor? Como premisa del modelo, se escoge un paralelepípedo rectangular perfecto de volumen constante,

formado por un material homogéneo de transmisión térmica determinada. Inicialmente se definen dos ecuaciones con tres incógnitas, deduciéndose lo siguiente: *“la mejor forma [para minimizar las pérdidas de calor] es un cuadrado en planta, con una altura igual a la mitad de la longitud de sus lados”*. Con el fin de generalizar el modelo, se utiliza el método de Lagrange para construir una nueva función análoga al teorema de Lamy, de la cual se deriva que *“las pérdidas caloríficas mínimas tienen lugar cuando las dimensiones del bloque son proporcionales a los coeficientes de transmisión medios”* (March, 1975a, págs. 93, 94 y 97).

A partir de tal conclusión se establece el primer teorema: *“Un bloque rectangular simple con un volumen dado pierde una cantidad de calor mínima si la dimensión de cada arista es proporcional al coeficiente de transmisión medio de las caras definidas por las otras dos aristas”*. No obstante, considerando las limitaciones del modelo, la única afirmación general posible es que *“los bloques de construcción similar necesitarán, según la planta se hace más profunda, ser a la vez más bajos y más cortos si las pérdidas de calor tienen que ser minimizadas”* (March, 1975a, págs. 98 y 103).

2. *¿Qué forma debería tener un edificio para reducir su coste?* El modelo se limita al análisis del costo de la envoltura externa y la cimentación, y supone el estudio de formas con volumen constante y una altura definida. Siguiendo el método del ejemplo anterior —en lo relacionado al teorema de Lagrange—, March afirma que el costo se reduce *“cuando la dimensión de cada arista es proporcional al coste medio de las caras definidas por las otras dos”*. Sin embargo, cita a Bullock, Dickens y Steadman (1968), para señalar que se requiere de modelos sumamente complejos que consideren la *“transformación sistemática de la forma externa”*, a fin de estudiar la relación entre forma y fondo (March, 1975a, págs. 104 y 106).

Dada la característica experimental de los modelos, March abandona la investigación relativa a esta pregunta y acoge el estudio de Bullock, Dickens y Steadman (1968), acerca de un bloque edificado destinado a la enseñanza universitaria, que determina lo siguiente: *“la forma de la edificación a diferencia de otros factores similares —aún permitiendo las variaciones necesarias del área bruta— no tiene unos efectos tan importantes sobre los costos del capital”*, siendo necesario el uso de métodos de computación automática para profundizar este modelo (Bullock, Dickens y Steadman, 1968, p. 169).

3. *¿Cómo se deberían distribuir los edificios en orden para obtener un buen aprovechamiento del suelo?* Este modelo parte de los principios de Gropius y Beckett, y está vinculado al establecimiento de normativas para la ordenación de ciudades. Tal como se expuso, Beckett formaliza el modelo Heiligenthal-Gropius y desarrolla funciones hiperbólicas para cada uno de los teoremas. Su análisis determina una *“proporción de densidad limitada”*, al demostrar que aun cuando *“el número de alojamientos aumente con la altura de la edificación, la relación con la que lo hace disminuye rápidamente”*, condición que no fue observada por Gropius. Por consiguiente, densidades mayores sólo se alcanzarían privando a los habitantes de ventajas económicas e higiénicas.

Desde la perspectiva de March, lo expuesto ocurre por un *“exceso de simplificación del modelo”*, al no considerar ciertos requerimientos de los usos de suelo residenciales. Sin señalar que un modelo es mejor que otro, March afirma que el refinamiento de Beckett ilustra —de manera excelente—, comportamientos más complejos entre variables y

que “factores de diseño de detalle, tales como la altura de antepecho, pueden ser críticos” (March, 1975a, págs. 115-116, 129 y 130). Este tema también fue analizado por Giorgio Rigotti (1967) en su obra *“Urbanismo: La Composición”*.

4. *¿Usan, otras formas de edificación, el suelo de forma diferente que la ordenación de bloques paralelos?* A partir del diagrama de Gropius, confronta la ocupación de las manzanas con una edificación perimetral de cuatro pisos y patio interior, y un esquema en torre, teniendo cada forma el mismo número de apartamentos. Definidas las variables, se desarrollan ecuaciones para el área de solar y de suelo construido de las distribuciones con patio interior y en torre, y se plantea una única ecuación para la tangente del ángulo de soleamiento. Al derivar las ecuaciones, se determina que “cuando el índice [área de suelo construido/área del solar] de la forma en torre alcanza su máximo, una altura similar en forma de manzana alojará el doble de suelo construido”. Relacionando estas formas con el “rendimiento del uso de suelo” por hileras del modelo Heiligenthal-Gropius, se observa un índice idéntico a la forma de manzanas con patio; no obstante, cuando se define un sistema reticulado de manzanas con patios, se obtiene un índice muy superior a los anteriores.

Efectivamente, el artículo *“Uso de suelo y formas de edificación”* de Martín y March (1966), ya establecía que: *“Comparando formaciones infinitas de formas de edificación rectangulares controladas por un ángulo de obstrucción dado, el índice de suelo construido para una forma de patios continuos es siempre mayor que el de una formación de calles que, a su vez, es siempre mayor que el de una formación de pabellones para cualquier número dado de plantas”*. A pesar de las objeciones que se pueden hacer al modelo, March considera que es posible investigar una gama más elaborada de combinaciones de formas de edificaciones, pero que implicaría una pérdida de generalidad en el modelo (March, 1975a, págs. 135 y 138).

March afirma que sus modelos son elementales, que el término *“modelo matemático”* se refiere a un estudio de forma *“paradigmática”*, entendido como un sistema estructurado, susceptible de caracterización —desde diferentes postulados—, y analizable en el transcurso del tiempo (Ladrière, 1978); que se especifican por su posición crítica ante los prejuicios y la sabiduría convencional, pues conducen a esclarecer *“las equivocadas reglas empíricas”*, para sustituirlas por *“generalizaciones más prudentes”*; claro está, a partir de la simplificación de las formas de los edificios en el marco de las especificaciones del modelo (March, 1975a).

Desde los inicios del LUBFS, March y Steadman consideraron que *“con una verdadera teoría, no con manifiestos de la segunda era de la máquina, nuestro conocimiento puede ser más certero, nuestras predicciones más razonables, nuestros supuestos más explícitos y nuestro entendimiento más consciente de sus limitaciones. Para nosotros, el desarrollo de una actitud científica y el de una teoría son requisitos esenciales antes de que destacadas mejoras sociales puedan darse en la arquitectura y el diseño urbano”* (citado en De Esteban Garbayo, 2017, p. 182).

Estudio de la densidad bajo un enfoque analítico-matemático: *Spacemate* y *Spacematrix*

Los trabajos de Gropius, Beckett y de la Escuela de Cambridge, contribuyeron a reflexionar sobre la “forma de edificación” más adecuada para contrarrestar las difíciles condiciones de

habitabilidad de la ciudad industrializada. Zapatero (2017) alega que pese a las investigaciones realizadas, el manejo de la densidad en la actualidad “se reduce a unas cifras orientativas contenidas en los planes generales de ordenación” (p. 3), que por cierto no son suficientes para la gestión del crecimiento de las ciudades.

De las conceptualizaciones referidas a la densidad sobresale la de Martin, para quien ésta “hace referencia a la forma de entender el modo de vida de la gente, las necesidades de la vivienda, así como la idea de espacio público. Una concepción de la densidad en términos cuantitativos, si alta o baja, no es buena ni mala de por sí; por lo que antes de tomar una decisión deberíamos atender al tipo de vida que se pretende y al entorno donde se proyecta” (citado en De Esteban Garbayo, 2017, págs. 172-173), pronunciamiento que motivara —como ya se mencionó—, la fundación del LUBFS.

Reconociendo que la densidad no puede reducirse a un mero instrumento estadístico, Meta Yolanda Berghauser Pont y Per André Haupt publican en el año 2005 el libro “*Spacemate: The spatial logic of urban density*”, del cual una versión más corta fue difundida dos años después en el libro “*Urbanism Laboratory for Cities and Regions. Progress of Research Issues in Urbanism*” con el título “*The Spacemate: Density and the Typomorphology of the Urban Fabric*”. Los autores fundamentan su modelo en un análisis matemático-analítico para describir y explicar la forma construida. Ampliando su investigación, Berghauser y Haupt desarrollan en el año 2009 la metodología “*Spacematrix*” descrita en el libro “*Space, Density and Urban Form*”—cuya edición revisada se publicó en el año 2021—, y que puede ser usada en la práctica del diseño y la planificación, como en la investigación científica. En este trabajo se pretendía “comprobar si existe una correlación entre los aspectos cuantitativos y cualitativos del espacio urbano que permita incorporar el concepto de densidad urbana al proceso de diseño urbano de forma más eficaz” (Zapatero, 2017, p. 31), y se sustenta, entre otros, en el libro “*Urban Space and Structures*” de Martin, March y Echenique, al considerar las características físicas y medibles de la forma, en tanto un aspecto de gran importancia para la elaboración de políticas dirigidas a la ciudad.

Su hipótesis considera que el estudio de la densidad contribuye a mejorar la comprensión de la forma urbana y el rendimiento del entorno construido. Para comprobarlo, el método “*Spacemate*” plantea cuatro variables cuantificables, que combinadas pueden utilizarse para entender la forma urbana de manera más eficiente, a saber: coeficiente de uso de suelo (*FSI, intensity*), coeficiente de ocupación del suelo (*GSI, compactness*), la amplitud (*OSR, spaciousness*)—que calcula la superficie de espacio libre a nivel del suelo por metro cuadrado de área construida—, y número medio de pisos (*L, building height*) que se obtiene al dividir *FSI* y *GSI*. Para su evaluación se desarrolla un diagrama, el “*Spacemate*”, donde *FSI* se coloca en el eje y, *GSI* en el eje x, y las otras dos variables actúan como gradientes que se extienden en el modelo.

Considerando que el análisis de diferentes escalas es importante tanto para planificadores como diseñadores, añaden una nueva variable: el espacio restante (*T, tare*), resultado de la diferencia entre las superficies totales de dos niveles continuos, de manera que sea posible investigar la densidad en cinco ámbitos o “agregaciones” diferentes: edificio, parcela, manzana, tejido urbano y barrio (Berghauser y Haupt, 2005).

Los autores recalcan que el método “*Spacemate*” incide positivamente en el entendimiento de la forma urbana; sin embargo, estiman que esta comprensión aún es abstracta (p. 65), siendo necesario incorporar nuevas variables que contribuyan a un conocimiento más preciso. Con este propósito desarrollan el modelo “*Spacematrix*”, como un diagrama tridimensional del

“*Spacemate*”, bajo un concepto de densidad multivariable con tres indicadores básicos: FSI en el eje z, GSI en la abscisa y la densidad de la red o densidad transitoria (*N*, *network density*) —medida en metros de red por metro cuadrado de suelo—, en la ordenada.

Se definen también cinco indicadores derivados: L, OSR y T —ya mencionados anteriormente—, el suelo lucrativo (*PIL*, *uitgeefbaar terrein*) que se refiere al espacio negativo de T y el ancho de malla y de calle (*w and b*, *mesh and profile width*) que es inversamente proporcional a N. Éstos se obtienen utilizando la superficie del área del plan en sus límites establecidos (*A*, *base land area*), la longitud de redes internas y externas de circulación peatonal y vehicular (*l*, *network length*), la superficie total de construcción (*F*, *gross floor area*) y la superficie de emplazamiento (*B*, *built up área or footprint*). Para Berghauser y Haupt (2009), esta metodología ofrece “*un ADN espacial de un área*” a través de datos absolutos y relativos que permiten analizar, comprender y especular ciertas propiedades espaciales y no espaciales.

Vale señalar que los dos modelos “*Spacemate*” y “*Spacematrix*” se complementan simultáneamente. No obstante, para la aplicación del diagrama tridimensional, es necesario producir imágenes en dos dimensiones, debido a las limitaciones en la gestión de los datos y la interpretación de los resultados. Se formulan dos proyecciones: en la primera FSI se coloca en el eje de las ordenadas y GSI en las abscisas, mientras OSR y L actúan como abanico en el diagrama para describir la “*edificabilidad en función de la ocupación*”; en la segunda FSI en el eje y, N aparece en el eje x, y en forma de gradiente T, con el fin de representar “*la densidad de redes en función del ancho de viario*” (Zapatero, 2017, p. 45).

Los modelos garantizan versatilidad al análisis, permitiendo “*un diagnóstico rápido y fácil para entender la situación morfológica del área estudiada, haciendo posible observar los indicadores en los que se ha de trabajar para modificar la posición del área estudiada sobre el gráfico*” (López Ordoñez, 2020, p. 50). Berghauser y Haupt (2005) confirman que sus modelos tienen un carácter objetivo por establecer una relación clara entre cantidad —unidades de medida—, y forma —la representación gráfica—. De esta manera, la comprensión de la morfología urbana viabiliza una formulación más precisa —incluyendo la detección de dificultades a tiempo—, de los instrumentos de planificación y las tareas de diseño, generando una oportunidad de control a mayor escala y la libertad para proyectar en un ámbito menor (págs. 67-68).

En el año 2014, Philip Steadman publica “*Density and built form: integrating “Spacemate” with the work of Martin and March*”, evidenciando los aportes que la Escuela de Cambridge ofrece para una explicación teórica adicional de los modelos de Berghauser y Haupt. Con este objetivo, Steadman introduce acertadamente dos nuevas variables al modelo: la profundidad de la edificación (*d*, *building depth*) y el ángulo de soleamiento (*α*, *cut-off angle*) para alcanzar una “*categorización morfológica más precisa*” (p. 1). El artículo ilustra de manera clara como las formas de edificaciones de patio, calle y pabellón se introducen en las regiones separadas del “*Spacemate*”: (A) urbanizaciones amplias de baja altura, (B) urbanizaciones compactas de baja altura, (C) bloques de edificios abiertos de mediana altura, (D) bloques de edificios espaciosos de mediana altura, (E) bloques de edificios cerrados de mediana altura, (F) edificios compactos de mediana altura, (G) bloques superpuestos de mediana altura, y (H) edificios de gran altura. La gradiente se conforma por las gráficas de tres funciones que representan los tipos de construcción y las de una familia de funciones en sentido opuesto que corresponde al número de plantas. Este modelo evalúa una serie de inmuebles, desde pequeñas edificaciones adosadas hasta grandes multifamiliares, cuyas densidades han alcanzado niveles inadmisibles (Steadman, 2014).

Los modelos matemáticos desde un pensamiento científico

Como se ha visto, a finales del siglo anterior el trabajo de la Escuela de Cambridge recuperó los orígenes de la aritmética moderna y la geometría en el estudio de la forma; destacando el papel que el pensamiento matemático juega en el avance del conocimiento genérico en la arquitectura y su uso potencial en la producción de diseños específicos (March, 2015). Ciertamente, los sofisticados modelos geométricos y matemáticos alcanzados, incentivaron nuevas reflexiones que sustituyen las representaciones tradicionales en el marco de la investigación de la arquitectura y el diseño urbano (De Esteban Garbayo, 2017). Steadman (2016) señala acertadamente que el análisis matemático sobre la forma, la simetría, la conectividad y la contigüidad, quedó implícito en los enfoques formales de las ciudades y su diseño.

La filosofía de la *“arquitectura de la ciencia”*, en palabras de Leslie Martin, preveía aportar una verdadera teoría que haga posible un conocimiento más certero, razonable y consciente que apoye el proyecto, más no que mecanice el proceso de diseño (Steadman, 2016). En este sentido, se busca superar las interpretaciones convencionales de los indicadores urbanos, tales como la densidad, con la finalidad de entender el modo de vida de la población y el entorno que se debe proyectar. Sin embargo, es necesario precisar que la idea de la ciencia en las ciudades no es nueva (Batty, 2018), lo novedoso es la oportunidad para recolectar y analizar datos en tiempo real, que facilitan la comprensión y caracterización de la forma urbana (Timarán, Hernández, Caicedo, Hidalgo, y Alvarado, 2016).

Alrededor de los nuevos avances tecnológicos es pertinente preguntarse ¿existen modelos informáticos que coadyuven a mejorar la formulación y gestión de los instrumentos de ordenación urbanística? Abarca, Campos y Osuna (2019) plantean una metodología de análisis multivariable desde la inteligencia artificial con el fin de caracterizar la morfología urbana y medir su densidad. El trabajo integra variables usando minería de datos a través de redes neuronales artificiales para la conformación de un mapa autoorganizado (*SOM, self-organizing map*), el cual consiste en un modelo interactivo que permite agrupar deferentes tejidos urbanos similares. De esta manera, se generan *“prototipos de conocimiento”* mediante del descubrimiento de patrones y tendencias de datos de 117 tejidos urbanos, que pueden ser verificadas estadísticamente. Los autores concluyen que la densidad no debe limitarse a un número definido de indicadores, sino que éstos deben agruparse para entender la forma de las urbes.

Como se ve en esta investigación, la nueva ciencia urbana se basa en tres principios fundamentales: relaciones, escala y predicciones (Batty, 2018). Ascher (2001/2004) indica que esta manera de analizar las ciudades proporciona un enfoque más vigoroso a la planificación urbana. Así, el estudio científico de las urbes se afianza para evitar propuestas dudosas, escepticismos y contradicciones (Geddes, 1915; Harvey, 2014). Si bien cada asentamiento humano tiene aspectos muy específicos y responde a fenómenos que requieren ser abordados desde sus particularidades, esta manera de estudiar lo urbano se sustenta en la búsqueda de variables comunes, regularidades y principios que puedan ser abordadas matemáticamente (Harvey, 2014/2014). Esta tendencia busca configurar modelos teóricamente consistentes que respondan a parámetros y supuestos para explorar la realidad y realizar ejercicios de simulación (Fujita, Krugman y Venables, 2000).

De acuerdo a Segura (2021), es urgente afianzar una *“teoría seria de las ciudades”*, la cual —necesariamente—, debe enmarcarse en la simplicidad asombrosa de las relaciones entre

variables que permiten comprender el comportamiento de la forma urbana desde modelos generales (Ortiz y Guzmán, 2017). En la reseña que realiza Inostroza (2015) del libro de Michael Batty *“The new science of cities”*, señala que *“las ciudades no son un lugar o un espacio, como la tradición urbanística todavía asume, (...) sino un conjunto de redes de complejas relaciones”*, siendo conveniente *“excavar para revelar las leyes subyacentes que gobiernan el funcionamiento de las ciudades”* (p. 280). Por consiguiente, esta ciencia se basa en el paradigma de la complejidad que hace posible estudiar a la ciudad como un sistema.

El complejo diálogo entre la ciencia matemática y la dinámica de la morfología urbana se esboza en diferentes perspectivas de investigación enfocadas en la modelización y simulación de la forma de las ciudades (Bellomo y Terna, 2019). Entre algunas contribuciones resaltan: la sintaxis espacial, orientada a la severa aplicación de regulaciones de ocupación del suelo, con énfasis en las alturas de los edificios y el precio de la tierra (Brueckner y Singh, 2020); los aportes vinculados a la optimización espacial de los ecosistemas urbanos a través de la implementación de ecuaciones de programación lineal (Elliot et al., 2019); y, el establecimiento de modelos genéricos que relacionan la densidad y la forma urbana en búsqueda de la sostenibilidad (Ahmadian et al., 2019).

En este contexto, las ocasionales incursiones en la geometría de las ciudades se resumen, como lo señala Batty, en diversos enfoques clave, que van desde el estudio fractal de la forma, los autómatas celulares y la física estadística, hasta una teoría más profunda que impulsó varias propuestas sobre cómo entender la ciudad y cómo debe ser diseñada. Sin embargo, es pertinente advertir que estos métodos concretos para analizar la forma y el espacio urbano aún son muy reducidos (van Nes, 2019). Al respecto, Batty indica que las ciudades se resistieron al enfoque matemático que planteaba una teoría formal distinta a las desarrolladas en el marco de la localización teórica y la economía urbana (D’Acci, 2019).

Particularmente y como se ha visto, existe un limitado desarrollo de la modelización matemática en relación a los indicadores e índices de las formas de ocupación del suelo urbano, tales como las de aprovechamiento del medio natural para la urbanización, conversión del suelo rural en urbano, distribución del suelo para las actividades económico sociales, crecimiento, organización de las tramas y redes, fraccionamiento del suelo, organización de las infraestructuras básicas y las de aprovechamiento edificatorio; pero también en la concepción y formulación de métricas sobre las expresiones y variables más complejas de tales formas de ocupación del suelo, entre las que se puede mencionar la calidad ambiental, la forma urbana —en tanto resultado—, o el paisaje. Suscita, entonces, un reclamo permanente por abordar aspectos de la ordenación urbanística desde la modelización matemática, un reto al que este libro pretende contribuir.

GRÁFICO Nº 1:



CAPÍTULO 2

Aproximación conceptual a la modelización

Aproximación conceptual a la modelización

La palabra “modelo” es polisémica y en general sus acepciones no son trascendentes para la investigación, por cuanto carecen de utilidad técnica en el orden epistemológico. Según Carvajal Villaplana (2013), desde la etimología esta unidad lingüística tiene los siguientes significados: “i) medida, cantidad o proporción, ii) ejemplar o prototipo, y iii) un algo proporcionado de otra cosa” (p. 40), siendo provechosa esta última para caracterizar al concepto en referencia. Coincide con este punto de vista Wartofsky (1968/1983), para quien *“el modelo es una versión derivada o representativa de algo que se toma como el original; por consiguiente, la relación que así manejamos es la existente entre original y copia, y lo más frecuente es que se la tome asimismo como la que media entre lo concreto y lo abstracto”* (p. 190), pudiendo ser tal representación concreta —una maqueta física de una edificación— o abstracta —una función matemática— Así, tal acepción lleva al sentido epistemológico de modelo, por tanto, más productiva para el proceso de investigación.

Desde la perspectiva epistemológica, el modelo puede ser entendido entonces como una especie de descripción o representación de la realidad —tales como sucesos, contextos, fenómenos, evoluciones, tendencias, estructuras y sistemas—, generalmente en el marco de hipótesis teóricas o de una teoría; tal descripción es una construcción racional de un ámbito de estudio concreto que puede adquirir diferentes grados de abstracción. *“En consecuencia, se trata de: (a) una idealización, en cuanto que muestra las condiciones perfectas en las que se produce el fenómeno o el sistema; y (b) una aproximación esquematizada de este campo de estudio; es decir, no intenta representar la realidad como tal, sino sólo aquellos aspectos o variables más importantes y significativos, pues la realidad es difícil aprehenderla de forma cabal, a veces hay aspectos que no se han tomado en cuenta y que podrían modificar el modelo. Además, la realidad está en un proceso de cambio constante”* (Carvajal, 2013, pp. 40-41).

Ya en 1971 Haggett y Chorley señalaban justamente *“la necesidad de la idealización”*, argumentando que la reacción habitual del ser humano ante la complejidad de la realidad ha sido construirse una visión simplificada e inteligible de ella y que de este modo, la mente

humana descompone la realidad en un conjunto de sistemas simplificados, consiguiendo en una sola acción una visión general de los principales atributos de un dominio. Agregan que un sistema se investiga con un determinado propósito y todo aquello que no le afecta se elimina, por tanto, tales características o atributos deben ser entendidos como aspectos de un todo idéntico y que entonces, en el estudio de la realidad, entendida como una totalidad definida y estructurada de interdependencias, se emplean a su vez sistemas simplificados de símbolos, normas y procesos, llamados modelos. Haggett (1976) ratifica este entendimiento al afirmar: *“los modelos representan pues, partes idealizadas de los sistemas, del mismo modo que los sistemas representan un segmento arbitrariamente separado del mundo real”* (p. 32).

Así, es pertinente la precisión conceptual que también realiza Armatte (2000). El modelo en sentido estricto no representa directamente la realidad, representa a los sistemas sociales y económicos, y éstos son pensados en función de un propósito o proyecto mediante objetos reconstruidos o intermediarios —*“que sirven de mediación entre la representación y la realidad”*—, estos son: una teoría, pues *“no hay modelo de algo real, sino de una teoría de esa realidad”*; unas herramientas, que *“... han experimentado enormes cambios a lo largo del tiempo”*; el proyecto, en la medida que *“un modelo raramente sirve para la pura contemplación de la realidad, sino que suele servir para actuar sobre ella”*; y, la reducción en el modelo, pues *forzosamente “tomamos de la realidad los elementos que nos interesan, en un número muy reducido, para analizar esta realidad o transformarla”* (p. 15).

Echenique (1975b) refiriéndose en forma específica a la ciudad expresó que no es suficiente concebirla como sistema, sino que es necesario representarla. Que toda representación es un modelo y que su objetivo es proporcionar un cuadro abreviado e inteligible sobre la realidad, para comprenderla mejor; pero destacó, poniendo énfasis en la dimensión temporal, que por *“representación se entiende la expresión de ciertas características relevantes de la realidad observada, incluyendo ésta los objetos o sistemas que existen, han existido o podrían existir...”*, y, en coherencia con este concepto, si se logra tal comprensión, *“es posible manipular el modelo para proponer mejoras a la realidad”* (págs. 17, 19).

Al respecto de *“tal comprensión”*, Gelfert (2016) precisa que: *“En el caso de la comprensión de los modelos basados en la ciencia, hay que distinguir aún más entre nuestra comprensión del modelo (considerado como vehículo de representación, por ejemplo, como un conjunto de ecuaciones matemáticas) y nuestra comprensión basada en el modelo del sistema objetivo”*. Citando a Sang Wook Yi (2002) agrega que la comprensión del modelo supone indagar su potencial capacidad explicativa empleando diversas técnicas matemáticas, imaginarse varios mecanismos admisibles para él y cultivar las intuiciones físicas, y que solamente después de entender un modelo, se puede emplearlo para entender a su vez los fenómenos objetivo del mundo. Concluye que: *“De esta caracterización se desprende claramente que la comprensión de un modelo no es una mera cuestión de conocimientos teóricos, sino que también requiere destreza; por ejemplo, en el caso de los modelos matemáticos, la capacidad de derivar nuevos resultados o identificar casos límite interesantes”* (p. 73).

Para Gómez (2015), un modelo es una estructura con cierto grado de complejidad que representa de alguna manera no solo las características de *“algo”*, sino también su *“comportamiento”*, con un propósito y resultados precisos para los destinatarios o intérpretes del mismo, lo cual le da interés al concepto de cara al rol del modelo para coadyuvar a la transformación de la realidad; en esta línea agrega: *“Así, se puede definir operacionalmente un modelo como una estructura M que representa un objeto O para un agente A que la utiliza para comprender, conocer, controlar o modificar a O ”* (p. 74).

Finalmente y con interés, entre otros, para los modelos matemáticos, Toniut (2020), siguiendo a Foss y Saebi (2015) resalta que *“un modelo es fundamentalmente un conjunto de relaciones entre variables, diseñadas para capturar la realidad, tienen una visión similar al modelo mental, representa las relaciones claves entre sus elementos”* (p. 144).

Se puede otorgar la calidad de conclusión sustancial de los enunciados anteriores, la expresada por Joshua y Dupin (2004), pues siguiendo sus términos: el modelo pertenece al campo teórico y en éste se produce la representación de una situación-objetivo, en consecuencia dicha representación no es una descripción, ni siquiera simplificada, del campo de la realidad al que se dirige. Se trata de una construcción teórica que abarca conocimientos o ideas de base definidas unas en relación a otras, por medio de expresiones que constituyen vínculos entre ellas. Añaden que la relación del modelo con la situación-objetivo, corresponde al ámbito de la experimentación, mediante acciones sobre el campo al que se dirige y que configuran una *“estructura praxeológica”*, es decir, que responden a fines y medios.

Sobre la discutida relación entre modelo y teoría, Carvajal (2013) comparte con Ladrière el pensamiento de que la comprensión de la realidad no se efectúa de forma directa e inmediata por la teoría, que no puede transitarse directamente de la percepción y la práctica de propio impulso a la construcción teórica y a la práctica experimental, que en este sentido se requiere de una intermediación y que este rol lo asume el modelo. En suma, para pasar de la práctica espontánea a la teoría, de lo concreto a lo abstracto, se requiere del modelo; así a través del modelo la teoría se refiere a la realidad, describe al modelo.

Los modelos constituyen hoy en día un instrumento primordial de análisis, descripción y predicción con los que cuenta la ciencia para llevar a cabo la sistematización, control y comprensión de los aspectos más trascendentes de la realidad física y social (Viscarret Garro, 2009). En esta línea de reflexión, Haggett y Chorley (1971) establecen varias funciones específicas para los modelos: psicológica, adquisitiva, lógica, normativa y cognoscitiva, pero Echenique (1975b) añade las funciones: sistemática, partitiva y evaluativa; siendo pertinente para esta obra destacar a las siguientes: i) la psicológica, en tanto posibilita visualizar y entender un grupo de fenómenos que de otra forma no sería factible, por su dimensión y complejidad, ii) la lógica, que explica cómo acontece un fenómeno, iii) la sistemática, que proporciona una estructura en la que la explicación de la realidad —o de realidades posibles—, pueden ser verificada y, iv) la evaluativa, en tanto la estructura facilita que el efecto de diversas decisiones al interior de un sistema pueda ser evaluado.

Así mismo Echenique (1975a) clasifica a los modelos en tres categorías, de acuerdo a los siguientes factores: i) *“para qué está hecho el modelo”*, identificando cuatro tipos funcionales: *“descriptivos”*, *“predictivos”*, *“exploratorios”* y de *“planeamiento”*, ii) *“de qué está hecho”*, distinguiendo los modelos *“físicos”* —en éstos, los *“icónicos”* y los *“analógicos”*—, y los *“conceptuales”* —que pueden ser *“verbales”* o *“matemáticos”*— éstos últimos a su vez se subdividen en *“determinísticos”* y *“estocásticos”*; y, iii) *“cómo se trata el factor tiempo”*, diferenciando los modelos *“estáticos”* y los *“dinámicos”*.

Sin duda se trata de una de las clasificaciones más completas de los modelos, pues de la investigación bibliográfica efectuada, se desprende que los mayores esfuerzos recientes se han dirigido a la formulación de clasificaciones más específicas; por ejemplo, de los modelos matemáticos: digitales, pedagógicos, econométricos, de simulación, evaluación, datos y optimización, entre otros.

De todos modos vale comentar por su amplitud igualmente, la clasificación hecha por Orellana (2015), quien distingue tres subconjuntos de modelos generados al intersecarse lo que llama *“el conjunto de modelos científicos”*, con cada uno de los tres mundos de Popper, a saber y en su orden: i) *“concretos-artificiales”*, por ejemplo el modelo miniaturizado a escala del perfil aerodinámico de un vehículo de competición, ii) *“mentales-artificiales”*, por ejemplo un ensayo mental para verificar la solidez lógica de una teoría; y, iii) *“abstractos-artificiales”*, por ejemplo el modelo de una singularidad matemática por medio de ecuaciones diferenciales para conocer su emergencia, forma y tiempo crítico. A su vez, según este autor, aplicando el diagrama de Ven, es posible encontrar cuatro subconjuntos más de modelos científicos como producto de la intersección de los tres antes detallados.

Gómez (2015) aporta nuevos elementos en relación a los modelos, al establecer sus *“tipos de componentes”*: i) *“el componente formal, lógico-matemático o sintáctico”*, que se refiere al lenguaje usado para expresar la estructura interna del modelo, ii) *“el componente significativo o semántico”*, que alude a los significados filosóficos, científicos, tecnológicos y técnicos contenidos en un modelo, entendido como un sistema de signos, iii) *“el componente operativo o pragmático”*, corresponde a la dimensión instrumental del modelo, vale decir sus fines y las formas de alcanzarlos; y, iv) *“el componente ético y social”*, esto es, el sistema de interacciones entre entornos y agentes en el cual el modelo se desarrolla o funciona, así como los tipos y jerarquía de valores que considera o prescinde, particularmente en el orden ético.

Haggett y Chorley (1971) advierten sobre los *“peligros de la construcción de modelos”*, pues el constructor de modelos, por las características especiales de éstos, generalmente está expuesto al error, así: *“la simplificación puede conducir a olvidos intolerables; la estructuración a falsas correlaciones; el carácter sugestivo, a predicciones impropias; la aproximación, a lo fantástico; y la analogía a pasos injustificados de un dominio a otro”* (p. 17). Puntualizan que pese al peligro de la generalización desorbitada y del desprecio por los aspectos particulares —advertidos por varios filósofos—, la construcción de modelos y el razonamiento son inseparables, y que no cabe sino la necesaria vigilancia.

El mismo Haggett (1976) interroga: *“¿Por qué, entonces —nos preguntamos—, nos afanamos por crear modelos en lugar de estudiar directamente los “hechos” de la geografía humana?”* La respuesta está en que la construcción de modelos es: i) *“ineludible”*, porque no hay una línea divisoria fija entre hechos y creencias, ii) *“económica”*, porque permite transferir una información generalizada en una forma muy comprimida; y, iii) *“estimulante”*, porque justamente a través de sus generalizaciones, pone de relieve las áreas en las que falta un perfeccionamiento (pp. 33-34).

En este marco conceptual y en relación con esta obra, interesa tratar con algún detalle los modelos descriptivos, exploratorios, de planeamiento y matemáticos.

Los modelos descriptivos

La modelización descriptiva es la más conocida por su fuerte presencia en los campos de las ciencias sociales y naturales. Según Galbraith, Holton y Turner (2020), en la forma más habitual de esta práctica, se determina de modo preciso un problema del mundo real, se elabora un modelo y los resultados matemáticos obtenidos se interpretan y evalúan con respecto al problema original. Los enfoques que abordan entonces el tratamiento de problemas con fundamento en esta modelización, siguiendo a Stattner y Collard (2015), contienen el conjunto de técnicas que pretenden resumir los datos, identificando algunas características relevantes, con el propósito de describir cómo se constituyen y operan.

Para Marcial Echenique (1975b): *“La intención principal del modelo descriptivo es la comprensión de la realidad, usualmente con la finalidad de establecer cómo acaece un fenómeno en particular y la descripción de las relaciones entre factores relevantes. En otras palabras, la intención principal es explicativa. Este tipo es esencial para cualquiera de los demás, dado que no es posible predecir, explorar o planear sin una descripción previa de la realidad en estudio”* (p. 21).

Las conceptualizaciones hechas por varios autores más recientemente, se aproximan a este enfoque y ponen en cierta forma énfasis en que el modelo descriptivo si bien representa tales relaciones —vale decir, describe una condición real de un determinado sistema (Hernández, 2011)—, no señala ningún curso de acción o alternativa.

Gómez, Amicarelli, Alvarez y di Sciascio (2004), distinguen *“tipologías”* de modelos matemáticos en atención a la cantidad de información adicional que contienen sus estructuras, importando referirse en esta obra a los descriptivos y a los explicativos. Los primeros son aquellos que se limitan a representar los fenómenos relativos a un sistema y en ningún caso a explicarlos; en tanto que los segundos, por contener la mayor información adicional posible, explican tales fenómenos. Cano Flores y Oliviera Gómez (2008) coinciden en que los modelos descriptivos no contienen ningún juicio de valor sobre los fenómenos, su único objeto es presentar las reglas internas de un sistema.

Relacionando estos conceptos de los modelos descriptivos, ellos no son enteramente coincidentes, pues para Echenique —se ha señalado ya—, dichos modelos suponen la comprensión de la realidad para determinar cómo sucede un fenómeno y la representación de las relaciones entre sus factores significativos; aproximándose más bien a los términos en los que conciben los modelos explicativos Gómez et al. (2004).

Al parecer la diferencia estribaría en el nivel de entendimiento de las causas del fenómeno, aunque sin poder establecerse límites definitivos. Así, Concarí (2001) profundiza la sustentación del propósito de los modelos descriptivos, *“describir implica varias cuestiones: definir el fenómeno, sus características y componentes, así como definir las condiciones en que se presenta y las distintas maneras en que puede manifestarse...”*; y, en cuanto a los modelos explicativos, *“explicar significa incrementar el entendimiento de las causas del fenómeno, y además, refiere a la prueba empírica de las proposiciones de la teoría, a las que les da apoyo”* (pp. 88-89).

Echenique (1975a) advierte que aparejado a estos modelos se encuentra el asunto de la precisión, pues la búsqueda de un buen ajuste entre ellos y la realidad, demanda sobre todo en las ciencias sociales una gran cantidad de datos respecto de cada hecho o valor, que incluso puede o no obtenerse. Pero, por otro lado, la búsqueda de tal ajuste resulta contradictoria con la generalidad que debe caracterizar al modelo —en tanto propiedad—; pues no sirve mucho una teoría que no puede aplicarse a situaciones distintas. De este modo, la precisión del modelo debe subordinarse a la generalidad.

Desde otra perspectiva y considerando el empleo de la minería de datos espaciales en las investigaciones referidas a la ciudad, vale destacar la utilidad de los modelos descriptivos para el cumplimiento de los objetivos de este proceso, esto es, descubrir conocimientos ocultos en conjuntos de datos mediante agrupaciones, reglas de asociación y selección de factores (Oviedo-Carrascal y Almendrales-Jiménez, 2018); en términos de Guerra, Rivero, Díaz y Arciniegas (2019) revelar conocimiento de hechos pasados, relacionando variables, extrayendo conclusiones del éxito o fracaso para saber cómo abordar el futuro. De esta forma, los modelos descriptivos reconocen patrones que explican o resumen los datos, ayudan a

explorar las propiedades de los datos examinados, pero no predicen nuevos datos (Corso, García, Ciceri y Romero, 2014).

Se ha de reconocer las limitaciones de los modelos descriptivos en extremo simplificados, que pretendían por ejemplo describir la estructura espacial de las ciudades a partir de teorías geográficas o económicas, en la primera mitad del siglo pasado, e incluso hoy en día, de los modelos territorial y urbano formulados en los estudios de diagnóstico previos a la redacción de planes; modelos analógicos todos ellos, con limitaciones para representar ciertas características dinámicas, pues aunque contribuyen a indagar sobre la ciudad y el territorio, no son útiles justamente para fines prospectivos o de planeación. Ya en 1973, David Harvey en su conocida obra *“Social justice and the city”*, al referirse a los modelos de las zonas concéntricas, de los núcleos múltiples y de los sectores, señalaba que no son *“sino descripciones generales de modelos de uso en la economía del espacio urbano”* (p. 160).

Efectivamente López Ramírez (2008) amplía esta sustentación al precisar que estos modelos *“... al ser puramente descriptivos (o sumamente simplificados como el caso del modelo de Von Thünen) no cuentan con mecanismos explícitos para evaluar escenarios futuros y responder a preguntas del tipo ¿Qué pasaría si ...? Históricamente la dirección que tomó el modelaje espacial para atacar este tipo de cuestiones fue la introducción del formalismo matemático derivado de la economía y de la física principalmente”* (p. 7).

I. Scott MacKenzie (2013) en su obra *“Human – Computer Interaction. An Empirical Research Perspective”*, manifiesta que los modelos descriptivos son herramientas más útiles para pensar que para predecir, que ayudan a comprender al ser humano, a delinear y categorizar sus aspectos. Agrega que el espacio de un problema tomado como un todo, sin divisiones, es muy extendido, no explorado, una gran nube difusa y que un modelo descriptivo puede ser tan sencillo como partir el espacio de un problema en partes.

Así, el espacio problemático *“con un poco de reflexión y organización, se convierte en un dominio particionado. Como dominio particionado, tenemos la facultad de pensar de manera diferente sobre el espacio del problema, de entrar en él y ver las partes o procesos constituyentes. Podemos centrarnos en ciertas partes del espacio del problema, considerar cómo una parte difiere o se relaciona con otra y sopesar las fortalezas, debilidades, ventajas o desventajas de ciertas partes sobre otras”* (MacKenzie, 2013, p. 234).

Se puede colegir, con interés para esta obra, que la ciudad entendida como un espacio problemático —más allá de su estructura física—, puede ser motivo de partición mediante los modelos descriptivos, para analizar sus partes, los procesos que las forman, sus relaciones y determinar sus características.

Los modelos exploratorios

Gelfert (2016) en el ya citado trabajo, *“How to Do Science with Models: A Philosophical Primer”*, en forma previa al abordaje de los modelos exploratorios realiza una larga exposición sobre la noción de “exploración”, dice que: *“Los historiadores solían hablar de la ‘Era de la Exploración’ y la ‘Era del Descubrimiento’, utilizando los términos prácticamente como sinónimos para referirse a la era de la exploración global europea a partir del siglo XV. Se podría concluir de este uso, que la exploración es simplemente una actividad que tiene como objetivo el descubrimiento de nuevos hechos, con el término ‘exploración’ designando un patrón de comportamiento y ‘descubrimiento’ refiriéndose a un nuevo avance epistémico en nuestro estado cognitivo”* (p. 74). Así, la exploración sería una pauta o modelo de actuación

o de estrategias para generar hallazgos sobre un determinado fenómeno, en tanto que el descubrimiento se referiría a una contribución al conocimiento exacto y razonado de él.

El mismo autor luego de las consideraciones que realiza sobre la exploración y experimentación, señala refiriéndose a los modelos exploratorios que: *“Una vez que se reconoce que las estrategias de exploración no se limitan a la experimentación, sino que son una característica de la práctica científica en general, se puede intentar aplicar la idea de exploración al caso de los modelos científicos. Sin embargo, cabe destacar que la ampliación de la discusión anterior a los modelos científicos no es tan simple y directa como se podría pensar”* (p. 82). Indica que hay que prestar atención a las diferencias entre la experimentación y el modelado y, que las estrategias de exploración, pese a que no todas son igualmente relevantes e informativas, ofrecen una visión específica de la práctica de la modelización científica.

Advierte también, que actualmente los científicos se han referido —aunque esporádicamente—, al carácter exploratorio de gran parte del modelado científico, pero sin mayor rigor conceptual —sin un análisis más detallado de las estrategias exploratorias y sus funciones específicas—; por esto, mediante la consideración de varios ejemplos describe por qué los científicos recurren a los modelos como herramientas exploratorias, esfuerzo que según él mismo, no puede ser sino un primer paso hacia una teoría del modelado exploratorio.

En este marco, una de las conceptualizaciones más sólidas de modelos exploratorios, es dada por Echenique (1975a): *“La principal intención del modelo exploratorio es descubrir, mediante la especulación, otras realidades que puedan ser lógicamente posibles variando sistemáticamente los parámetros básicos en el modelo descriptivo. Este tipo de modelo está principalmente asociado con la teoría conceptual. Su objetivo no es solamente explorar nuevas posibilidades, sino también revisar la realidad para ver si las posibilidades, teóricamente determinadas, existen verdaderamente o no”* (pp. 243-244). Coincidiendo sobre el propósito de estos modelos, Adúriz-Bravo (2012) desde su clasificación funcional, ellos serían útiles *“para aproximarse a un fenómeno desconocido”* (p. 252).

Gelfert (2016) afirma que los modelos en la investigación desempeñan cuatro funciones exploratorias distintas: i) *“punto de partida para futuras indagaciones”*; ii) *“demostraciones de prueba de principio”*; iii) *“generan posibles explicaciones de (tipos de) fenómenos observados”*; y, iv) *“evaluaciones de la idoneidad del objetivo”*. Pero además advierte que estas funciones no son excluyentes entre sí y que tampoco agotan el potencial exploratorio de los modelos; no obstante, definen el marco de usos o aplicaciones exploratorias de los modelos, desde los más *“débiles”* a los más *“fuertes”*, como puede ser desde la función *“punto de partida”* a *“generan posibles explicaciones”*, con significativos beneficios para la investigación (p. 85).

Massimi (2019), en su trabajo *“Two kinds of exploratory models”* —que se sustenta en los enfoques de Gelfert—, valora las funciones exploratorias de los modelos, expuestas por este autor, pero sugiere agregar dos más: i) *“proporcionar conocimiento de las posibilidades causales”* y ii) *“proporcionar conocimiento de las posibilidades objetivas de las entidades hipotéticas”* (p. 869). Estas funciones corresponden justamente a dos prácticas de modelización, que según Massimi son ejemplares al respecto:

- a. *“Modelización sin objetivo: modelos científicos sin un sistema objetivo”*, práctica en la cual los modelos ficticios son particularmente importantes; añade que los modelos ficticios sin objetivos actúan como guías de lo que es causalmente posible, *“el objetivo es permitir a los científicos explorar posibles mecanismos causales detrás de un determinado fenómeno de interés, para lo cual el objetivo ficticio inexistente proporciona un proxy”* (p. 870).

- b. *“Modelización hipotética: modelos científicos cuyo sistema objetivo es hipotético”, en la que alcanzan importancia los modelos perspectivos; indica que los modelos perspectivos hipotéticos actúan como guías de lo que es objetivamente posible, y “resultan igualmente fundamentales para explorar lo que podría ocurrir en la naturaleza” (p. 870).*

Así, la teoría del modelado exploratorio se encuentra en ciernes y es comprensible que espacios académicos como el workshop *“Exploratory models and Exploratory modelling in Science”*, afirme que el desarrollo de modelos exploratorios sólo recientemente ha empezado a tener un tratamiento sistemático. *“Durante los últimos años, varios estudios de caso han implementado las etiquetas ‘modelos exploratorios’ o ‘modelización exploratoria’ (por ejemplo, Fisher 2017, Shech y Gelfert 2017, Gelfert 2018, Carrier y Götzhäuser 2018, Massimi 2018) para describir episodios de modelado científico durante los cuales la existencia de un cuerpo aceptado de conocimiento teórico no puede asumirse, o se cuestiona a sí misma” (p. 1).*

Según este espacio académico, generalmente en la comprensión de los fenómenos o problemas científicos que han recibido mayor atención, particularmente de los filósofos de la ciencia, se admite haber tenido a disposición un importante cuerpo previo de conocimiento teórico, que permite, al menos en principio, que ellos sean teóricamente manejables; pero *“en la investigación exploratoria, se reconoce que esta suposición ya no es sostenible”...* que *“la etiqueta ‘exploratoria’ pertenece a un modo particular de hacer ciencia: uno que apunta a comprender un fenómeno o problema científico en ausencia de una teoría bien entendida y viable del dominio en cuestión...” (p. 1).*

Los modelos de planeamiento

Echenique (1975b, p. 22) cita a Lowry (1965) para indicar que con estos modelos *“se introduce una medida de optimización en términos de los criterios elegidos para determinar medios de alcanzar las metas de planeamiento fijadas” (p. 22).* Destaca que son profusos los ejemplos de la aplicación de modelos para alcanzar estas metas y evaluar los efectos de distintas decisiones opcionales en los sistemas, pero aclara que para este propósito es necesario una descripción muy precisa de los valores a ser optimizados.

En esta misma línea también indica que los valores cuyas descripciones son de difícil cuantificación, enfrentan dificultades para ser optimizados y que en algunos sistemas la operativización de las metas es complicada, pues incluso éstas pueden ser contradictorias. Expone este último caso señalando las metas relativas a la disminución de los tiempos de viaje al trabajo en la ciudad y la dotación de *“espacios habitables más generosos”*, que en cambio supondría una ocupación más extensiva del suelo urbano.

Cano Flores y Olivera Gómez (2008), en su artículo *“Algunos modelos de planeación...”*, presentan los resultados de una exhaustiva revisión de las conceptualizaciones dadas sobre planeación y planeación estratégica por William Newman, Frank Banghart, Tom Lambert, Colón y Rodríguez, Bateman y Snell, Sergio Kauffman y por el Banco Interamericano de Desarrollo; así como de los modelos que estos autores proponen correlativamente. De éstos, los dos primeros muestran provecho para esta obra, porque establecen en forma clara y completa el proceso de planeación en el nivel más general. Así, el modelo de William Newman identifica las fases: i) diagnóstico del problema, ii) determinación de soluciones optativas, iii) pronóstico de resultados de cada acción; y, iv) elección del camino a seguir. A su vez, Frank Banghart conforma su modelo con las fases: i) conceptualización del problema y diseño de planes o

alternativas, ii) evaluación, iii) selección, iv) instrumentación del plan o alternativa seleccionada; y, v) retroalimentación.

Estos modelos entonces —como se habrá notado—, parten del conocimiento de un fenómeno, que bien puede implicar el empleo de modelos descriptivos y a los cuales —bajo el enfoque de Echenique—, se debe incorporar medidas de optimización para alcanzar metas de planeamiento, sin perjuicio de la evaluación de decisiones alternativas.

Por tanto, si todos estos modelos de planeación suponen la incorporación de medidas de optimización a los modelos descriptivos, es pertinente indagar sobre los llamados “modelos de optimización”, mismos que entraron en vigencia a mediados del siglo pasado para alcanzar el desafío de la “eficiencia económica”, ante la escasez de recursos.

En este ámbito, Camargo, Casanova, Pérez y Schweickardt (2019) definen como “*metodologías*” del modelo básico de optimización a los modelos “*econométricos*” y de “*programación matemática*”. Los primeros constituyen una representación simplificada mediante símbolos matemáticos, pertenecientes a un conjunto de relaciones económicas; en tanto que en los segundos, uno o varios valores de las variables de decisión correspondientes a un determinado “*espacio de búsqueda*”, proveen el mayor o menor valor de la función objetivo, es decir de la función que se pretende optimizar.

Estos modelos tienen cuatro elementos principales: parámetros —valores dados por el problema—, las variables de decisión del problema, las restricciones —que constituyen las condiciones de vínculo obligatorias que los valores de las variables deben observar simultáneamente para estructurar una solución factible, son las limitaciones o condicionantes externas que presenta el problema—, y la función objetivo —que representa una medida de eficiencia de las variables— (Jennings y Shah, 2014; Camargo et al., 2019; Campo, Cano y Gómez Montoya, 2020).

A su vez con respecto a los parámetros del modelo, su grado de probabilidad y la variable tiempo, en atención al modelo básico de optimización planteado por Camargo et al. (2019) “... *se habla de modelos deterministas cuando se conoce con exactitud los parámetros que intervienen en el modelo. En cambio, si se conoce la distribución de probabilidad de los mismos, se habla de modelos estocásticos. Se habla de problemas dinámicos cuando la variable tiempo interviene de forma explícita en el modelo, caso contrario, se habla de problemas estáticos*” (p. 10).

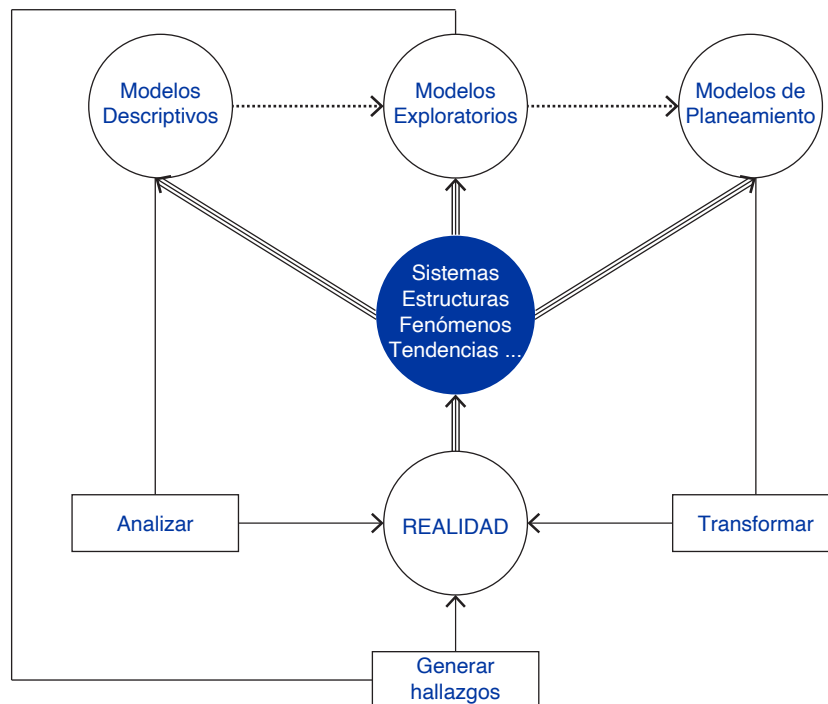
Según Pérez (2018), en relación a estos modelos “*los problemas de programación lineal quizás son los más conocidos o difundidos, pero existen problemas de programación no lineal, de programación dinámica, de optimización discreta, de optimización combinatoria, optimización cóncava, optimización estocástica, etc.*” (p. 10).

Añade, por una parte, que en el enunciado de un problema de optimización en general se emplean palabras o expresiones como máximo, mínimo, el más, el menos, el mejor, el peor, a lo más, por lo menos, el mayor, el menor, o en su caso expresiones parecidas; y, por otra, que al dar a conocer valores máximos o mínimos de una variable, se debe determinar de modo preciso un conjunto C en el cual se consideren los valores de la variable. En términos exactos, un primer nivel de problema de optimización es tener un elemento máximo o mínimo en un conjunto C —el “*espacio de búsqueda*” al cual se refieren Camargo et al. (2019)—, en el que se ha definido una relación de preorden completo, es decir una relación binaria o conjunto de pares.

Así, los modelos de optimización abordan centralmente los llamados “*problemas de optimización*”, representan matemáticamente un problema real respecto del cual mediante algoritmos es posible encontrar soluciones; dicho de otra manera, se trata de todo problema cuya solución tiene como objetivo primordial establecer un valor máximo o un valor mínimo de una variable (Williams, 1986, como se citó en Pérez, 2018). Por ejemplo, maximizar o minimizar costos, ventas, nivel de servicios, superficies de construcción de una edificación en un lote, longitud de la red vial urbana, entre otros. Hoy en día es un ámbito muy amplio de las matemáticas que está avanzando aceleradamente en variados campos de las ciencias naturales y sociales.

En este marco conceptual, para los modelos exploratorios, al igual que para los de planeamiento, los modelos descriptivos son fundamentales, en la medida que no pueden generarse sin una descripción previa de la realidad motivo de estudio; es decir, sin la descripción no es posible explorar, ni planear. Siendo así y conforme se expresa en el gráfico adjunto, los modelos exploratorios mantienen interrelaciones con los descriptivos, esto es, pueden formularse a partir de éstos, sin perjuicio de retroalimentarlos; en tanto que, con respecto a los modelos de planeamiento, —que buscan mejorar la realidad a través de medidas de optimización—, los exploratorios son asimismo esenciales para su elaboración.

MODELOS DESCRIPTIVOS, EXPLORATORIOS Y DE PLANEAMIENTO: FORMULACIÓN Y PROPÓSITOS



Martin y March (1975) señalan que un modelo con capacidad para describir un sistema, no solamente lo hace respecto de la situación para la cual fue creado, sino que en tanto esté elaborado sobre una teoría de la interacción, se puede aplicar a otras situaciones. Así, refiriéndose al modelo de estructura urbana espacial construido por Marcial Echenique en

Cambridge, señalan también cómo un modelo descriptivo puede transformarse en modelo exploratorio y éste en un modelo de planeamiento: *“La naturaleza de las relaciones en la teoría es tal que un cambio en los datos en cualquiera de las formas inherentes a la representación de la realidad hecha por el modelo, alteraría la totalidad de sus relaciones de interacción. Sin embargo, un modelo se convierte en un modelo exploratorio si cualquiera de sus partes teóricas se cambia para representar no otro espacio urbano, sino el mismo alterado experimentalmente para corresponderse con posibles decisiones de planeamiento”* (pp. 228-229).

Los modelos matemáticos

En cuanto a los modelos matemáticos, Villa Ochoa (2007) en su trabajo *“La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo”*, examina algunos conceptos de modelo matemático, señalando que para: i) Maki y Thompson (1973, como se citó en Leal, 1999), *“es un sistema axiomático constituido por términos indefinidos que son obtenidos por la abstracción y cualificación de ideas del mundo real”*, ii) Giordano, Weir y Fox (1997), *es “una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del ‘mundo real’. Este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales”*, iii) Biembengut y Hein (2004) se refiere a un fenómeno o situación problema y *“es un conjunto de símbolos y de relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión”*; y, iv) para Rutherford (1978) *“al referirse a un sistema prototipo S (físico, biológico, social, químico, etc.)” es “un completo y consistente sistema de ecuaciones matemáticas Σ , que es formulado para expresar las leyes de S y su solución intenta representar algún aspecto de su comportamiento”* (p. 66).

Sin duda, mientras los conceptos dados por Maki y Thompson, y Rutherford, ponen énfasis en los atributos o cualidades del modelo matemático en tanto sistema, su propósito, sus partes y el origen de éstas; en los dados por Giordano et al., y Biembengut et al., el énfasis se traslada a los elementos empleados para la representación del fenómeno.

Villa Ochoa (2007), insiste en que desde una óptica didáctica, un modelo debe expresar las ideas de modo claro, estar libre de ambigüedades y generar gran cantidad de resultados que lleve al empleo de la informatización, y en esta perspectiva señala que un modelo matemático *“es un conjunto de símbolos y de relaciones matemáticas que intentan explicar, predecir y solucionar algunos aspectos de un fenómeno o situación”* (p. 67). Como se verá, pone asimismo énfasis en los elementos usados en la representación, al igual que en su momento Echenique (1975b), para quien en este modelo la realidad se expresa mediante símbolos y sus relaciones a través de operaciones propias de esta ciencia; y, también Roldán (2019), cuando afirma que estos modelos constituyen una representación simplificada de un fenómeno por medio de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas.

Finalmente importa revisar la versión impartida por Lesh y Harel (2003), porque alude —aunque no explícitamente—, a los modelos matemáticos descriptivos, exploratorios y de planeamiento. Indican que los modelos son sistemas conceptuales que usualmente se enuncian por una variedad de medios de representación: escritos, símbolos, lenguaje hablado, gráficos, diagramas y metáforas basadas en la realidad. *“Sus propósitos son construir, describir o explicar otro(s) sistema(s). Los modelos incluyen tanto: (a) un sistema conceptual para describir o explicar los objetos, relaciones, acciones, patrones y regularidades matemáticas relevantes que se atribuyen a la situación de resolución de problemas; y b) los procedimientos complementarios para generar construcciones útiles, manipulaciones o predicciones para lograr metas claramente reconocidas”* (p.159). Destacan que los modelos matemáticos son

distintos de otros modelos, por cuanto éstos se centran en las características estructurales —y no en las físicas, biológicas o artísticas—, de los sistemas que describe.

Alonso y Palazón (2008) ponderan las bondades del lenguaje matemático, pues *“permite describir y modelizar sistemas de manera parsimoniosa, objetiva y no ambigua; hasta el punto de que hoy en día se considera a los modelos matemáticos como representaciones de teorías acerca de los sistemas que se modelizan. El lenguaje simbólico que aportan las matemáticas permite expresar ideas de gran complejidad”* (p. 43). Señalan además que es necesario diferenciar la concepción de modelo como representación de una teoría a través de una ecuación más o menos simple y la idea de modelo como agrupación de ecuaciones —que responden a diferentes teorías—, interconectadas de modo tal que representen las distintas transferencias entre los componentes del sistema modelizado.

Evies Barco (2013), de acuerdo con Varsavsky (1971), también destaca que los modelos matemáticos son *“un lenguaje creado especialmente para facilitar los razonamientos lógico-deductivos, además de que tienen éxito en eliminar los defectos que tienen los modelos mentales, el lenguaje verbal, y el físico, ya que estos sólo reparan a medias: inconsistencias, lagunas, borrosidad de conceptos y relaciones, poca reproducibilidad, dificultad para hacer cadenas largas de implicaciones”* (p. 21).

Los autores Alonso y Palazón (2008), proponen una amplia subclasificación de los modelos matemáticos en *“tipos”*, que obedecen a características dicotómicas:

- a. Empíricos o basados en principios físicos. Los modelos empíricos se fundamentan en relaciones estadísticamente representativas entre variables, las ecuaciones que lo describen no son por tanto físicamente o dimensionalmente consistentes ni universales, en la medida que son válidas para el contexto espacio-temporal respecto del cual se calibraron. Los físicos en cambio se fundamentan en las leyes físicas que gobiernan los procesos, son modelos en los que *“las transferencias de materia y energía entre sus componentes se rigen mediante ecuaciones físicas y que además cumplen las leyes de conservación de la materia y la energía, tanto para el conjunto del modelo como para cada uno de los submodelos”* (p. 44).
- b. Estocásticos o deterministas. Los modelos estocásticos incorporan procesos aleatorios que modifican ligeramente algunas variables, por lo que para un mismo conjunto de datos de entrada, las salidas no serían siempre las mismas. A su vez, los deterministas, dado asimismo un conjunto de parámetros y variables de entrada, generan siempre el mismo conjunto de variables de salida.
- c. Agregados o distribuidos, en relación a una determinada área de estudio. Así, en los primeros los parámetros asumen un valor único para la totalidad de ella, por lo que produce unas salidas para las entradas causadas, sin dar cuenta de lo que ocurre al interior del sistema. En cambio, en un modelo distribuido el área de estudio está fraccionada en porciones, *“cada una de ellas con su propio conjunto de parámetros y sus propias variables de estado. Cada porción recibe un flujo de materia y energía de algunas de sus vecinas que a su vez reemite a otras”* (p. 45).
- d. Estáticos o dinámicos, en cuanto a la forma en la que se trata el factor tiempo. Los estáticos dan resultados agregados para un determinado período de tiempo motivo de estudio, en tanto que los dinámicos producen series temporales de las variables consideradas durante dicho periodo.

De Torres Curth (2015), coincide con las distinciones de los modelos matemáticos señaladas en los literales b) y d), pero agrega otra, entre modelos discretos y continuos, según si la variable es considerada por intervalos discretos o en forma continua. Como ya se indicó, Echenique (1975b) señala también una subclasificación de los modelos matemáticos, pero se limita a observar el grado de probabilidad incluido en ellos, definiendo los ya mencionados modelos estocásticos y deterministas; pero a la vez, según su clasificación general, estos modelos pueden ser estáticos y dinámicos en atención al factor *“cómo se trata el factor tiempo”*, y descriptivos, predictivos, exploratorios y de planeamiento, si se considera el factor *“para qué está hecho el modelo”*, esto es, la interpretación del autor del modelo y las materias en que éste pretende incidir.

Chorley en su interesante trabajo *“Geography and analogue theory”* (1964) presenta un *“modelo de modelos”*, que establece las rutas de construcción de los modelos y que en el caso de los matemáticos, es posible resumir así: se parte de la selección de un *“segmento del mundo real”*, mismo que a través de la idealización es representado en un *“modelo conceptual (modelo teórico)”* y éste a su vez es motivo de una simplificación para obtener el *“modelo simplificado”*, toda esta fase la denomina *“abstracción”*. Una segunda, ya de carácter específico, se inicia con la matematización del *“modelo simplificado”*, obteniendo el producto central *“sistema matemático (modelos deterministas o estocásticos)”*, el que luego de la argumentación matemática lleva a las *“conclusiones logicomatemáticas”*, y éstas a través de la interpretación teórica a las *“conclusiones acerca del mundo real”* (p.129).

El problema consiste entonces en traducir el *“segmento del mundo real”* a alguna forma análoga más simple, más accesible, o más fácilmente controlable y mensurable; estudiarle en esta forma análoga o modélica y volver a aplicar los resultados al sistema original.

Por su parte, Lesh y Harel (2003) señalan que la construcción de modelos matemáticos generalmente supone cuantificar, organizar, sistematizar, dimensionar, coordinar y matematizar objetos, relaciones, operaciones, patrones o reglas que se imputan al sistema modelado. *“En consecuencia, el desarrollo de modelos suficientemente útiles típicamente requiere una serie de ‘ciclos de modelado’ iterativos donde las descripciones de prueba (construcciones, explicaciones) se prueban y revisan repetidamente”* (p. 159).

Más recientemente, Aymerich y Albarracín (2022) señalan que la actividad de modelización matemática incluye *“múltiples ciclos de interpretaciones, descripciones, conjeturas, explicaciones y justificaciones que se redefinen y reconstruyen iterativamente...”* (p. 5), y —entre otros—, autores como León Tejada (2020) y Pino Romero, Melchor Barrionuevo y Mejía Alemán (2022), identifican con algún detalle los pasos del proceso de construcción de modelos matemáticos. No obstante, el diagrama de flujo propuesto por Chorley define con mayor claridad pedagógica, los escalones y sus transformaciones en la construcción de modelos matemáticos.

Resulta también importante abordar *“las técnicas utilizadas por los modelos matemáticos”* a las que alude Wilson (1967, como se citó en Echenique, 1975b), porque cuando un modelo se vuelve complejo y supone la interacción de varias expresiones matemáticas separadas, las técnicas para establecer el resultado total probable de todas las interacciones se tornan crecientemente complicadas. Así, distingue cuatro clases de técnicas: i) técnica estadística, ii) sistemas de ecuaciones, iii) simulación y iv) algoritmo de computador. Tienen mayor interés para esta obra los sistemas de ecuaciones, *“en las cuales las interrelaciones de varias partes del modelo pueden expresarse como un sistema de ecuaciones simultáneas, lo cual implica que las relaciones entre las variables son conocidas”* (Echenique, 1975b, p. 25). Esta distinción de las técnicas usadas por los modelos, al parecer no ha sido motivo de consideraciones y análisis posteriores.

Finalmente, Moore (1993), precisa las características deseables de los modelos matemáticos: i) *"parsimonia"*, no necesariamente un modelo es mejor por tener numerosos parámetros, pues la simplicidad será siempre más pertinente, ii) *"modestia"*, debe propenderse a que un modelo tenga objetivos factibles y por tanto limitarse a resaltar aquellos aspectos de interés para su aplicación, y no imitar a la realidad, iii) *"exactitud"*, un modelo está llamado a reproducir en lo posible el funcionamiento del sistema y generar valores para las variables de salida y estado, análogos a los observados en la realidad; y, iv) *"verificabilidad"*, los resultados del modelo deben ser susceptibles de comparación con datos reales a fin de comprobar su grado de exactitud.

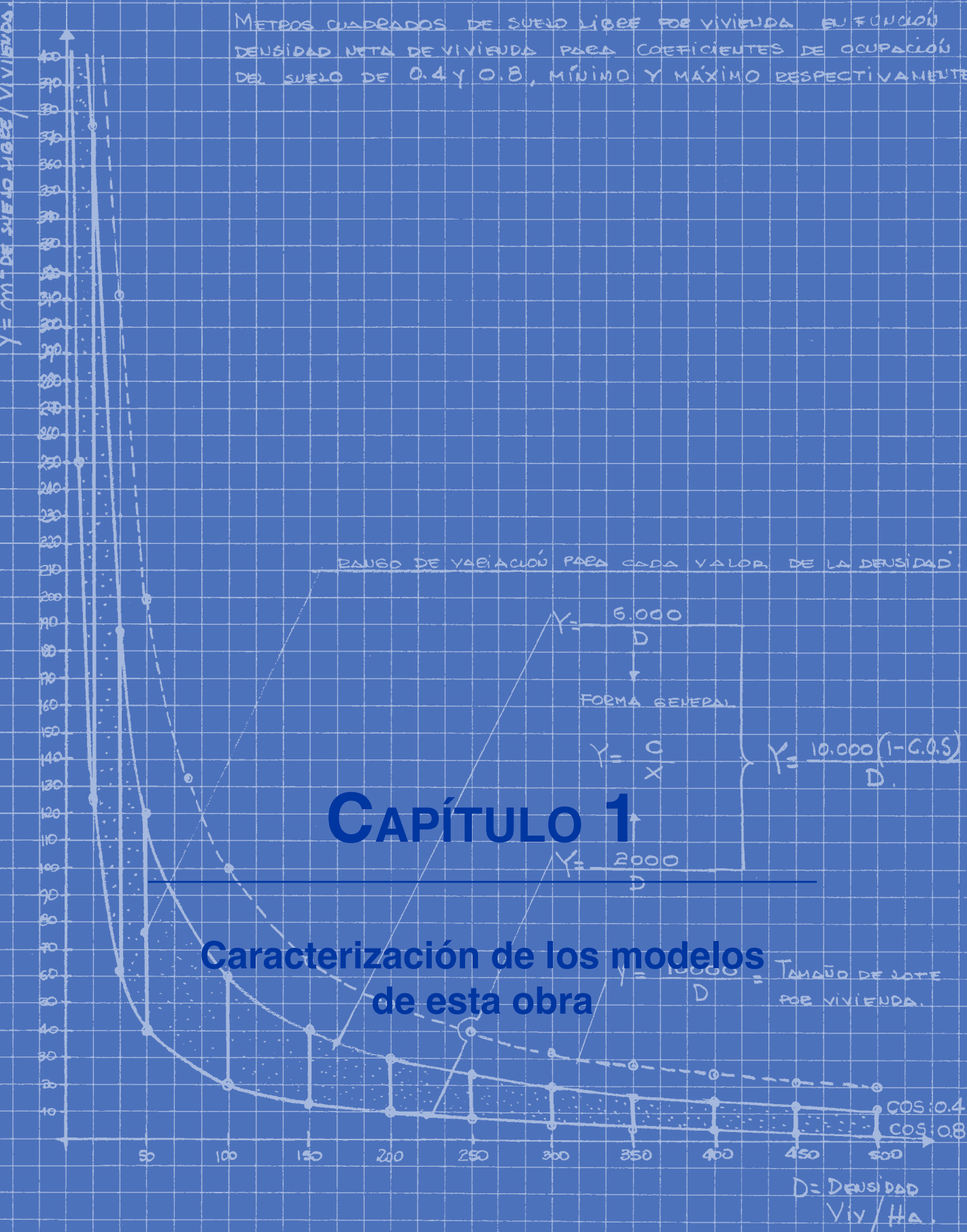
Desde la perspectiva de los procesos de planificación, los modelos matemáticos han mostrado gran potencialidad para el estudio, por ejemplo, de los problemas de la ciudad, esto es, de fenómenos complejos, incluyendo la búsqueda de medidas para enfrentarlos y contando para esto con la ayuda de la informatización. Así la planificación urbana puede sustentarse en elaboraciones teóricas sólidas y en evidencias empíricas, alcanzando como disciplina una mayor responsabilidad social. Hoy se estudian los modelos matemáticos desde lo abstracto hasta su aplicabilidad.



Parte 2 | MODELIZACIÓN

GRAFICO N°1

METROS CUADRADOS DE SUELO LIBRE POR VIVIENDA EN FUNCIÓN DE DENSIDAD NETA DE VIVIENDA PARA COEFICIENTES DE OCUPACIÓN DEL SUELO DE 0.4 Y 0.8, MÍNIMO Y MÁXIMO RESPECTIVAMENTE



Caracterización de los modelos de esta obra

Siguiendo a Castells (2001/2004), el espacio es la expresión de la sociedad, es la sociedad misma. Así el espacio urbano se encuentra estructurado y los procesos sociales que con él se relacionan, manifiestan de modo específico los determinismos de cada tipo y de cada período de la organización social. Según el mismo autor: *“Las formas y procesos espaciales están formados por las dinámicas de la estructura social general, que incluyen tendencias contradictorias derivadas de los conflictos y estrategias existentes entre los actores sociales que ponen en juego sus intereses y valores opuestos. Además, los procesos sociales conforman el espacio al actuar sobre el entorno construido, heredado de las estructuras socioespaciales previas”* (Castells, 2001/2004, p. 433). La expresión síntesis de Henri Lefebvre al respecto es concluyente: la ciudad es la inscripción de la sociedad en el suelo (1974).

De esta forma, el análisis del espacio en tanto expresión fundamentalmente de la estructura social supone investigar su transformación por los elementos de los sistemas económico, político e ideológico, sus combinaciones y las prácticas sociales resultantes de ello, y explicar las formas espaciales históricamente dadas en la que se manifiestan las lógicas internas de estos sistemas (Castells, 2004). Tal transformación incluye a los elementos y procesos del ambiente natural, mismo que de soportar la degradación permanente y el despilfarro de sus recursos, puede llegar al estadio de la destrucción ecológica, que ya muestran las llamadas —por este mismo autor—, “regiones metropolitanas”, una nueva forma urbana del capital, específica en lo espacial, en lo económico y en lo cultural, pero también en lo ecológico. Esta nueva forma de urbanización del tercer milenio, tiene como atributo peculiar los vínculos de orden funcional en un inmenso territorio, con patrones de uso de suelo discontinuos; sus jerarquías funcionales y sociales tienden a desvanecerse y combinarse desde la visión espacial, se organiza en asentamientos fortificados y se halla esparcida en forma desigual por concentraciones de usos indeseables (Castells, 2014).

Siguiendo una perspectiva parecida, Zoido et al. (2013), señalan que la estructura urbana debe ser interpretada como el resultado de los procesos de producción, consumo e intercambio —es decir los elementos del sistema económico—, que se materializan en las diferentes formaciones socio-económicas y en distintos períodos históricos.

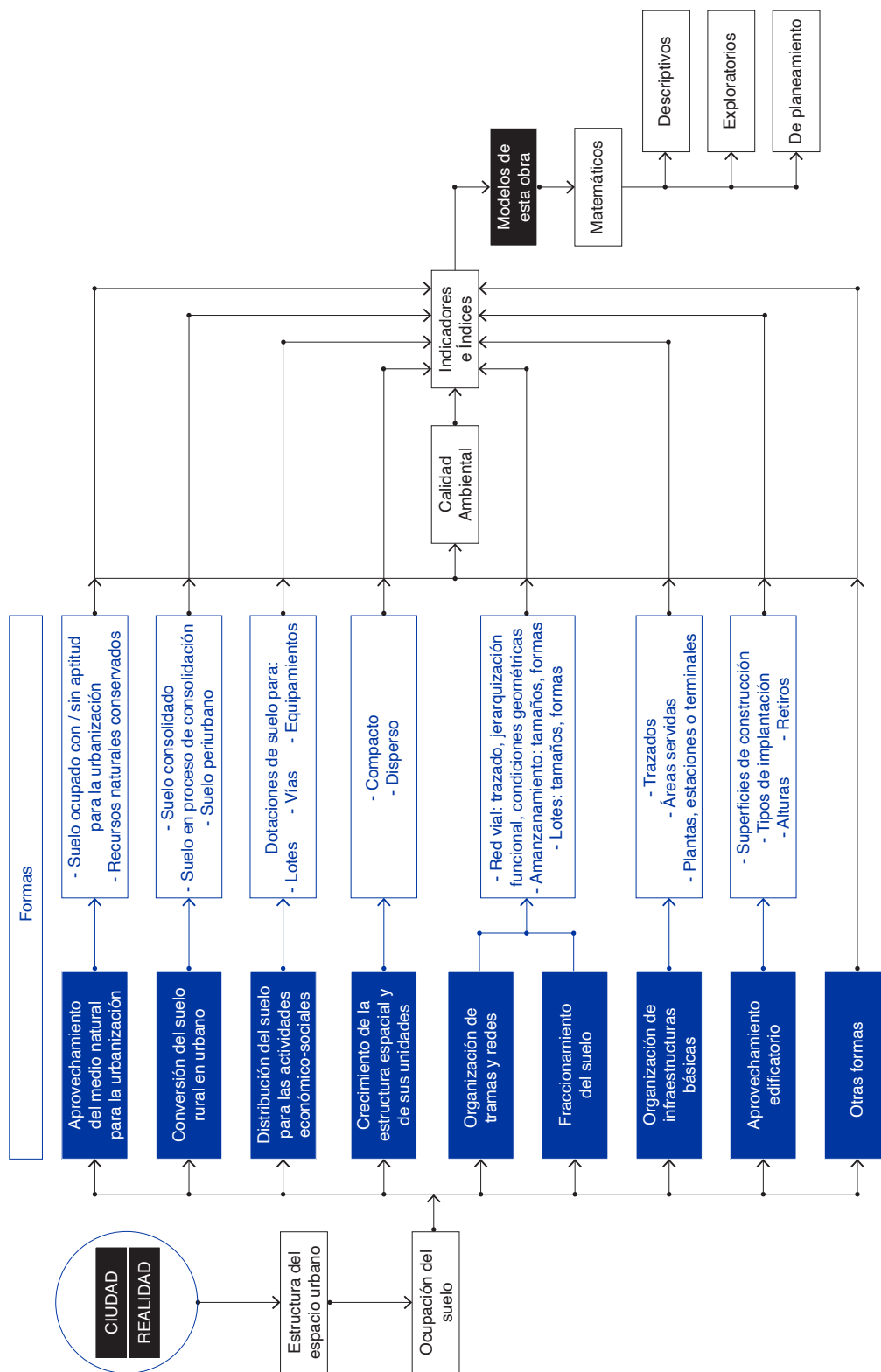
En este contexto, las formas que estructuran el espacio se constituyen, organizan o construyen aprovechando los valores de uso del suelo. Según Lojkin (1979) la tierra —el suelo—, a más de los dos valores de uso o funciones identificadas por Marx, esto es, de *“instrumento de producción”* en su relación con las actividades productivas primarias y de *“simple soporte pasivo”* de medios de producción —por ejemplo fábricas—, circulación —almacenes y bancos—, o de consumo —viviendas y equipamientos—, tiene un tercer valor de uso nacido de la socialización de las condiciones generales de la producción, su *“capacidad de aglomerar”*, vale decir, la función de combinar socialmente medios de producción y reproducción de una formación social.

De este modo, de las formas que estructuran el espacio urbano, es lícito distinguir aquellas referidas a la ocupación del suelo, esto es, las materializadas de modo directo por sus funciones *“simple soporte pasivo”* y *“capacidad de aglomerar”*. Entre otras conviene mencionar —siguiendo el gráfico adjunto—, las formas de aprovechamiento del medio natural para la urbanización, de conversión del suelo rural en urbano, de distribución del suelo para las actividades económico-sociales —o elementos de la estructura urbana—, de crecimiento de ésta y de sus unidades, de organización de las tramas y redes, de fraccionamiento del suelo, de organización de las infraestructuras básicas y de aprovechamiento edificatorio. En relación a estas formas espaciales generales se puede establecer otras varias de carácter más específico, como las explicitadas en el ya aludido gráfico, las cuales a su vez producen variables y expresiones más amplias y complejas de la ciudad o de las unidades espaciales que la conforman, tal es el caso de la calidad ambiental. A su vez, todas estas formas espaciales se hallan inmersas en procesos o estadios de la estructura urbana, tales son la consolidación, expansión, renovación y conservación, entre los principales.

Con sustento en este antecedente conceptual y dirigiendo la exposición hacia el interés de esta obra, debe precisarse que varias de estas formas de ocupación del suelo casi siempre son objeto del establecimiento, análisis y determinación normativa de índices o indicadores en el marco de las investigaciones sobre la ciudad y la ordenación urbanística, pero careciendo la mayoría de ellos —como se ha precisado ya—, de la debida fundamentación científica de los comportamientos de las variables y las relaciones que los estructuran, a cuya superación puede contribuir de modo significativo la modelización matemática, más todavía si también es evidente la ausencia o insuficiencia de ellos con respecto a algunas de tales formas de ocupación.

Sobre los indicadores e índices de algunas de estas formas de ocupación del suelo urbano versan justamente los modelos de esta obra, por lo que adaptando a éstos las conceptualizaciones genéricas de modelo impartidas por Carvajal (2002) y Echenique (1975b), ellos se entenderán como la descripción o representación de una determinada forma de ocupación del suelo urbano con diferentes grados de abstracción; en consecuencia, se trata de una idealización de las condiciones en las que se presenta, de una aproximación esquematizada que no intenta representarla en tanto porción de la realidad como tal, sino a través de la expresión de sus características más relevantes, incluyendo los objetos o materias de conocimiento y las relaciones o sistemas que ella —la forma de ocupación—, tiene, tuvo o puede tener. El propósito final: que la comprensión de las formas de ocupación del suelo urbano a través de modelos apoye a su conocimiento científico, pero que éstos también coadyuven a la transformación positiva de tales formas a través —entre otras estrategias—, de la ordenación urbanística;

FORMAS DE OCUPACIÓN DEL SUELO URBANO Y MODELOS DE ESTA OBRA



entendiendo que la ciudad es un producto y proceso social colectivo, y que en consecuencia debe ser puesta al servicio de sus habitantes. Ver gráfico adjunto.

En este sentido —y como ya se ha señalado en la introducción de esta obra—, se trata de contribuir al estudio de la estructura urbana en el plano de la producción de los “*útiles teóricos*” señalados por Castells (2004). Efectivamente para este autor los planos de tal estudio deben ser, por una parte, la de producir útiles teóricos capaces de aprehender significativamente lo concreto-real, —es decir el espacio urbano, la ciudad—, y por otra, de emplear estos útiles en una serie intermitente de análisis específicos sobre fenómenos históricamente determinados.

Resulta interesante, desde esta perspectiva, considerar el pensamiento de David Harvey (1973/1977) sobre la “*forma física espacial*” de la ciudad. Efectivamente, este autor indica que la forma física espacial es “*una construcción de la geometría euclidiana tridimensional*”, que los fenómenos que se producen en ella “*pueden ser conceptualizados como puntos (tiendas, escuelas, hospitales), líneas (redes de transporte), áreas (distritos electorales, territorios) y volúmenes (edificios)*” (p. 86), y, por tanto —se deduce—, que estas conceptualizaciones pueden dar lugar a la construcción de modelos.

Añade que esta forma física espacial debería permitir el funcionamiento coherente de los procesos sociales, pero que no siempre es adaptable y que asimismo —coincidiendo con Castells—, no siempre las demandas sociales presentes en ella son reconciliables. “*La forma física real es necesariamente un compromiso entre toda una serie de demandas conflictivas. Cuando tomamos decisiones acerca de la forma espacial, es de suponer que tratamos de que este compromiso sea eficiente. Lo cual no es nada fácil*” (Harvey, 1973/1977, p. 86).

Avanzando en la caracterización de los modelos de esta obra, sus funciones pueden ser precisadas tomando de las señaladas por Haggett y Chorley (1971) y Echenique (1975b) a las siguientes: i) la psicológica, en tanto posibilita visualizar y entender las formas de ocupación del suelo urbano, que de otra manera no sería factible, dada su dimensión y complejidad, ii) la lógica, que explica cómo acontecen dichas formas, iii) la sistemática, que proporciona una estructura para explicar la realidad de ellas —o en su caso de realidades posibles—, pueden ser verificada y, iv) la explicativa, en tanto la estructura facilita que el efecto de diversas decisiones al interior de los sistemas que subyacen asimismo en ellas, pueda ser evaluado.

Por otra parte, los modelos de esta obra son matemáticos y por tanto, constituyen, siguiendo a Maky y Thompson (1973), sistemas axiomáticos —incontrovertibles, evidentes—, conformados por términos no definidos o expresiones que se convierten en variables, obtenidas por la abstracción de ellas. Unas construcciones matemáticas dirigidas a estudiar las formas de ocupación del suelo urbano, de acuerdo con Giordano, Weir y Fox (1977) y un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que las representan, en los términos de Biembengut y Hein (2004). Finalmente, aplicando el concepto dado por Villa (2007), tal conjunto intentaría explicar, predecir y solucionar varios aspectos de la ocupación del suelo urbano. Ver gráfico anejo.

En cuanto a su clasificación, observando las definidas por Alonso y Palazón (2008), los modelos de esta obra son físicos, pues se fundamentan en principios de este orden y por tanto, las ecuaciones que los describen son dimensionalmente consistentes y universales. Son modelos deterministas, esto es, no incorporan procesos aleatorios, por lo que para un mismo conjunto de parámetros —o constantes—, y variables de entrada, las salidas o resultados son los mismos. Se trata, finalmente, de modelos continuos, pues las variables de las funciones que las conforman casi siempre son continuas y en los casos en los que efectivamente cierta variable es discreta, se justifica su consideración como continua. Se deduce de lo expuesto, que la técnica utilizada

por los modelos de esta obra son funciones y ecuaciones, cuyo estudio corresponde a las ramas de las matemáticas conocidas como álgebra, cálculo y análisis matemático.

Desde la faceta descriptiva, los modelos de esta obra:

- Apuntan a contribuir a la comprensión de la ciudad, concretamente de las formas de ocupación del suelo, bajo el entendimiento, siguiendo a Concari (2001), que describir implica definir las, establecer sus características y componentes, así como las condiciones en que se presentan y los diversos modos en que pueden manifestarse. Se trata entonces de establecer las reglas internas de las formas de ocupación del suelo¹.
- Buscan apoyar al revelamiento de las formas de ocupación del suelo con el empleo de los conjuntos de datos, mediante agrupaciones, reglas de asociación y selección de elementos —Oviedo Carrascal y Almendrales Jiménez (2019)—, en otras palabras a relacionarlos mediante variables, con el fin de obtener conclusiones para abordar de mejor manera el futuro —Guerra et al. (2018)—; y,
- Pretenden constituirse —orientados por las reflexiones de MacKencie (2013)—, en herramientas para pensar sobre las formas de ocupación del suelo urbano, considerando que permiten particionar el “espacio problemático” llamado ciudad, y que con respecto a estas formas podemos determinar y sopesar sus fortalezas, debilidades, ventajas o desventajas, a más de las relaciones o diferencias entre ellas. Ver gráfico adjunto.

A su vez, desde la faceta exploratoria, los modelos de esta obra:

- Se inscriben básicamente en los esfuerzos o patrones de actuación por generar hallazgos en relación a las formas de ocupación del suelo urbano. Tienen —en la línea del pensamiento de Echenique (1975a)—, como principal intención, explorar nuevas formas lógicamente posibles, en comparación con las observadas en la situación actual, mediante la investigación de los comportamientos de las variables y relaciones que estructuran los indicadores e índices de la ocupación del suelo urbano.
- Aportan, en cuanto a las funciones definidas por Gelfert (2016), con probables explicaciones de las formas de ocupación del suelo urbano vigentes, a la vez que también constituyen puntos de partida para nuevas investigaciones; y,
- Se encuentran, en relación a la clasificación expuesta por Massimi (2019), entre los modelos hipotéticos, importante si se mira que actúan como guías para explorar formas de ocupación de suelo en las ciudades, objetivamente posibles. Ver gráfico anejo.

Finalmente, desde la faceta del planeamiento, los modelos de esta obra:

- Posibilitan —siguiendo a Echenique (1975b)—, la incorporación de medidas de optimización destinadas a alcanzar metas u objetivos referidos a las formas de ocupación del suelo urbano, a través de la gestión de los instrumentos de ordenación urbanística.

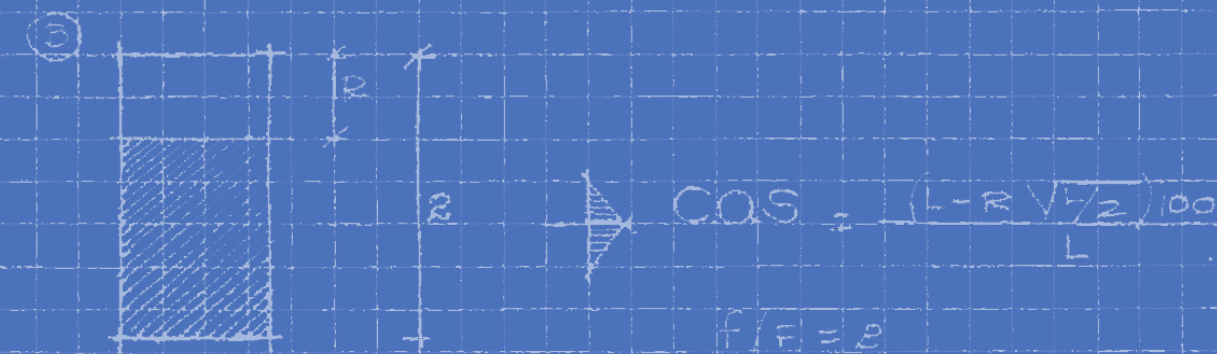
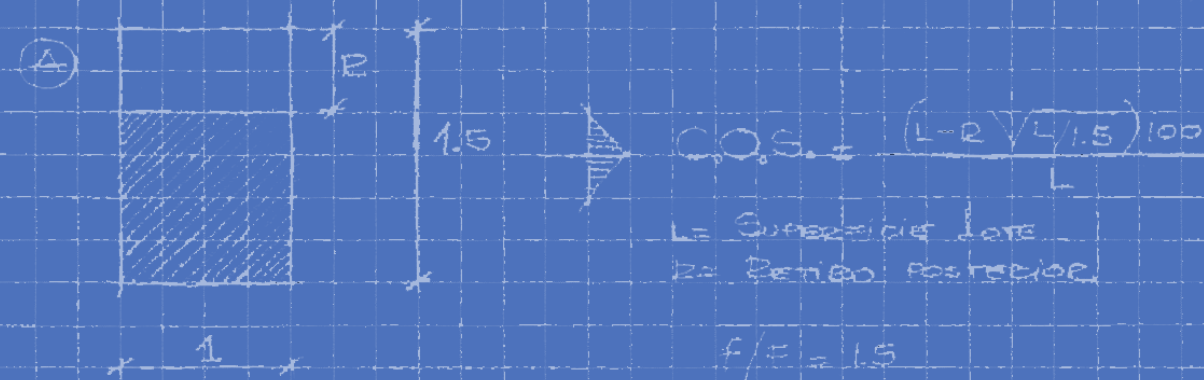
¹ Para referirse a las formas de ocupación del suelo urbano, también se usan las palabras “configuraciones” o “expresiones”.

- Suponen para el efecto antes expresado, el conocimiento de tales formas de ocupación, que bien puede implicar el empleo de modelos descriptivos —partiendo del diagnóstico o conceptualización del problema, como sugieren los modelos de Newman y Banghart—, sin perjuicio de la evaluación de decisiones alternativas a través de la faceta exploratoria de los modelos; y,
- Son de “*programación matemática*” en los términos de Camargo et al. (2019), por tanto, uno o varios valores de las variables de decisión correspondientes a un determinado “*espacio de búsqueda*”, proporcionan el mayor o menor valor de la función objetivo, es decir de la función que se procura optimizar. Sus elementos son: parámetros, variables de decisión del problema, las restricciones y la función objetivo. Ver gráfico adjunto.

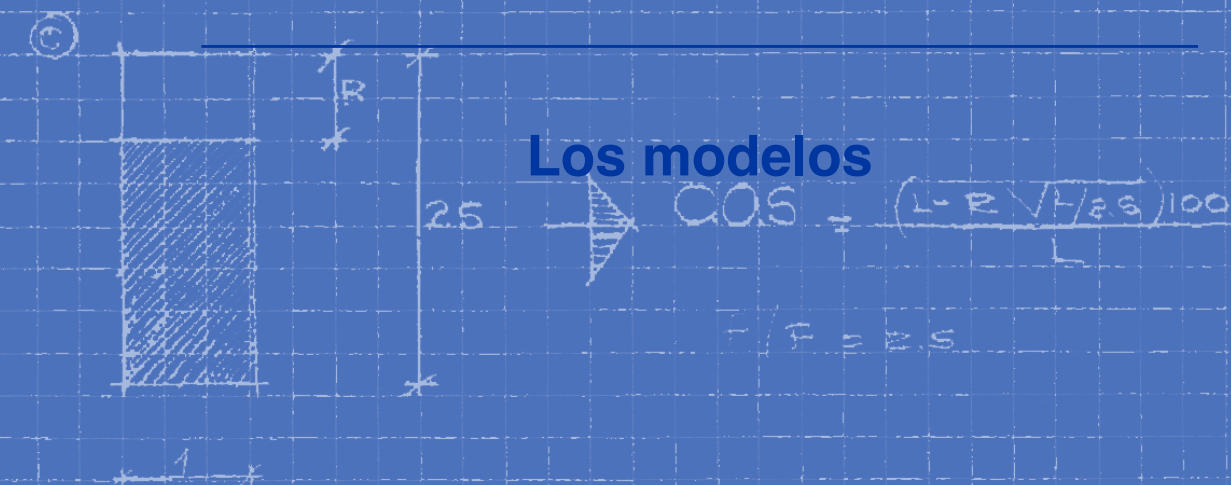
CUALES SON LOS C.O.S. MÁXIMO Y MÍNIMO CORRESPONDIENTES AL TIPO DE IMPLANTACIÓN: Edificación Continua SIN RETIRO FRENTE EN UN SECTOR DE PLANEAMIENTO CON RESPECTO AL CALLE Y EN EL MEDIO DE LOS LOTES MEDIO, MÁXIMO Y MÍNIMO Y LOS FRENTEROS MÁXIMO Y MÍNIMO DE CORRESPONDENCIA CON LO ESTIPULADO EN LA TABLA 1. SE TOMA COMO EL RETIRO POSTERIOR R_1 .

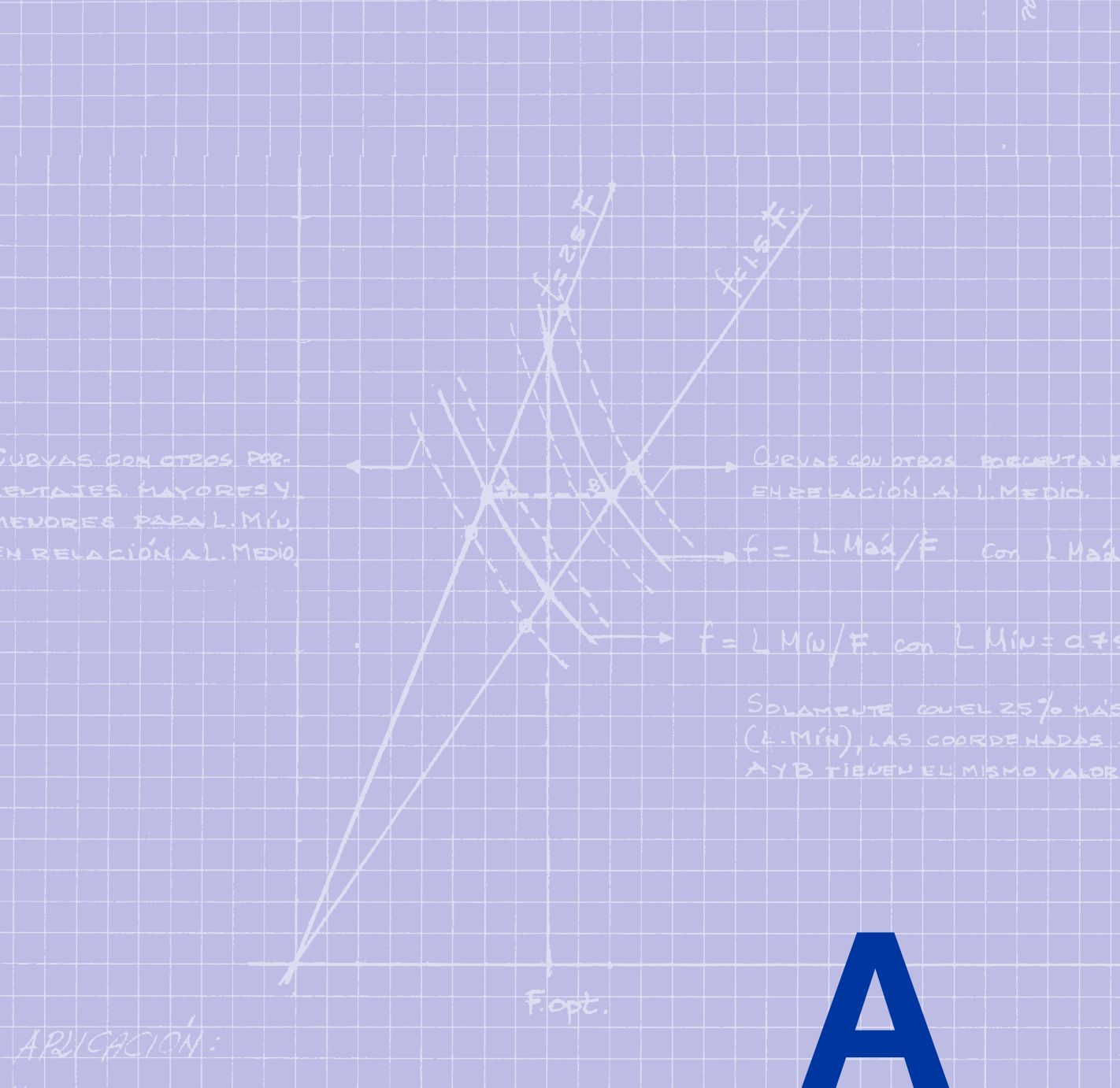
DESARROLLA:

SE ESTABLECEN LOS MODELOS DE FRENTE PARA EL DISEÑO DE LOS C.O.S. EN LOS SIGUIENTES USOS:



CAPÍTULO 2





Modelización matemática del aprovechamiento del suelo con la edificación aislada

Modelización matemática del aprovechamiento del suelo con la edificación aislada

Dada la importancia que generalmente alcanza en la ciudad este tipo de implantación de la edificación —particularmente por la llamada “edificación en altura”—, y que se produce cuando ésta se emplaza en un lote o parcela observando retiros con respecto a la vía de acceso y a sus linderos, en el presente subcapítulo se formulan cinco grupos de modelos generales relacionados con el aprovechamiento de suelo urbano que procura esta forma específica de ocupación.

Tal aprovechamiento es considerado en términos de las siguientes variables de entrada agrupadas por su analogía y que se hallan repartidas entre los diferentes modelos dependiendo de sus características, sin perjuicio de su necesaria repetición en varios de ellos o en todos: i) en relación al lote: **L** = superficie, **F** = frente, **f** = fondo, ii) con respecto a la edificación: **C** = superficie de construcción, **H** = número de pisos, **E** = superficie de emplazamiento, **A** = frente de la superficie de emplazamiento, **B** = fondo de la superficie de emplazamiento, **Rf** = retiro frontal, **Rp** = retiro posterior y **Rl** = retiro lateral, iii) **SL** = suelo libre de edificación, iv) **CUS** = coeficiente de utilización del suelo; y v) **DNv** = densidad neta de vivienda.

Los parámetros de entrada —o “constantes”—, son los siguientes y mantienen también la repartición comentada: i) en cuanto al lote: **L** = superficie, **F** = frente, **f** = fondo, **P** = perímetro, ii) con respecto a la edificación: **C** = superficie de construcción, **A** = frente de la superficie de emplazamiento y **h** = altura de un piso; y, iii) **Cv** = superficie de construcción por vivienda.

La restricción —o relación entre las variables de decisión—, que debe destacarse, es la relativa a la longitud de los retiros —**r**—, y el número de pisos de la edificación —**H**—, más cuando se encuentra en todos los modelos. Al respecto se asume una opción en la que las edificaciones se separan tanto como su altura y que busca garantizar adecuadas condiciones de habitabilidad a los predios, reconociendo, en todo caso, que tal restricción y sus implicaciones en la calidad

ambiental de un asentamiento, constituyen asuntos de determinación local. Entonces si el parámetro altura de un piso es 3 m, la restricción es: $r = 3H/2$.

A la restricción expuesta deben adicionarse la forma cuadrada del lote, es decir $F = f$ y la forma rectangular, aunque sin proporción entre sus lados.

En sus facetas descriptivas y exploratorias estos modelos pueden ser empleados para analizar justamente el aprovechamiento del suelo urbano con este tipo de implantación de la edificación y sus diferentes repercusiones ambientales, en una determinada ciudad o asentamiento, o en sus unidades espaciales: una zona, un sector y aún una manzana, y sin perjuicio de la comparación de sus resultados. En el primer caso se asiste a una descripción o exploración agregada del área de estudio y en el cual los parámetros y restricciones asumen un único valor, por lo que las salidas o resultados no dan cuenta de lo que ocurre al interior de la ciudad acerca de esta forma de ocupación; en tanto que en el segundo se pasa a la descripción o exploración distribuida o de porciones del área de estudio, en el que los parámetros y restricciones asumen valores propios para cada porción.

Se trata entonces de revisar la realidad, en este caso, una forma específica de ocupación del suelo de una unidad espacial, con estudios que partan, por ejemplo, del establecimiento —usando la información del catastro inmobiliario—, de las medidas de tendencia central relativas tanto a los parámetros considerados en los modelos generales, como a las variables involucradas en las restricciones; que procedan luego a la construcción de los modelos particulares con las restricciones deducidas de la realidad actual y con otras opciones de restricción que permitan pensar asimismo otras realidades lógicamente posibles de dicha forma específica; y, que, finalmente, determinen los comportamientos de las variables y confronten sus resultados.¹

Para estas indagaciones será fundamental entonces hallar la restricción de la realidad actual correspondiente a la relación longitud de los retiros y número de pisos de la edificación, en función de las medias de los tamaños de lotes, de las superficies de construcción y del número de pisos de las edificaciones por lote²; sin perjuicio de que también consideren con respecto

¹ A fin de obviar innecesarias reiteraciones, vale advertir que los estudios descriptivos y exploratorios sugeridos en esta obra sobre una ciudad o asentamiento determinado -o una unidad espacial de éste-, tanto con respecto a la realidad actual de sus formas de ocupación del suelo, cuanto en relación a la búsqueda de las respectivas funciones objetivo, requerirán siempre de la construcción de modelos particulares a partir de los modelos generales que se exponen.

² Para deducir la restricción de la situación actual, se puede proceder así:

Llamando:

- L = superficie del lote medio
- F = frente del lote medio
- f = fondo del lote medio
- n = número de veces en las que f es mayor a F, por tanto, $n = f/F$. Relación predominante entre los lados de los lotes que muestre el fraccionamiento del suelo.
- H = media del número de pisos de las edificaciones
- H1 = altura de un piso, generalmente 3 m
- 3H = media de la altura de la edificación
- C = media de la superficie de construcción de edificaciones por lote
- E = media de la superficie del emplazamiento de la edificación
- r = retiro de las edificaciones
- n_1 = número de veces que 3H está contenida en r

a la realidad actual, al menos los valores de las medidas de tendencia central y de dispersión, relativos a todas las variables y parámetros de los modelos, procesando para el efecto la información del mencionado catastro inmobiliario. Se ha de señalar también que si parámetros como la media de las superficies de los lotes, presentan un grado de dispersión muy alto, será necesario que el análisis se practique fijando intervalos.

Estas mismas dimensiones exploratorias de los modelos pueden anteceder a las de planeamiento, en los siguientes términos, por ejemplo:

- a. Si con respecto a la superficie de un lote medio asignado por un plan a una unidad de ordenación urbanística, se fijan diferentes alternativas de retiros mínimos, por tanto de restricción, y mediante la elaboración de modelos particulares a partir de los generales de esta obra, se estudian los respectivos comportamientos matemáticos de la superficie de construcción y el número de pisos de la edificación, la densidad neta de vivienda —si la residencia es la función principal y adoptando el parámetro de superficie de construcción por vivienda—, y de la superficie del emplazamiento de la edificación.

La evaluación de tales opciones y la selección de una —estimada como óptima—, dará lugar a un conjunto de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirán establecer:

- La máxima superficie de construcción que puede acoger el lote medio y el correspondiente número de pisos de la edificación, si el propósito de la determinación es mantener constantes estos indicadores en la unidad de ordenación urbanística.
- Las superficies de construcción que puede receptor el lote medio con números de pisos de la edificación mayores o menores a la de la máxima superficie de construcción, si el objetivo de la determinación es que en la referida unidad varíen estos indicadores, creando un intervalo cerrado que puede o no incluir a la superficie máxima. Tales superficies serán las “máximas” para cada número de pisos de la edificación comprendido en el intervalo seleccionado.
- Las respectivas densidades netas de vivienda, si la unidad tiene a la residencia como función principal.

Se ha de advertir que para este y todos los casos que se exponen, el plan de ordenación urbanística elegirá los indicadores que tendrán el carácter de normas y su forma de exposición.

- b. Si un plan asigna a una unidad de ordenación urbanística una superficie media de construcción por lote y se consideran diferentes alternativas de magnitud de los retiros mínimos, en consecuencia de restricción y a través de modelos particulares se analizan las correspondientes implicaciones matemáticas de la superficie mínima de lote y del número de pisos requeridos por la edificación.

Entonces:

$$E = C/H$$

$$E = (F - 2r)(f - 2r) \text{ y puesto que } F = f/n,$$

$$E = (f/n - 2r)(f - 2r), \text{ por tanto:}$$

$$4r^2 - 2r(f + f/n) + f^2/n - E = 0, \text{ ecuación que permite determinar la longitud } r$$

$$n_1 = r/3H$$

Conocidos r y n_1 , la restricción o relación entre las variables r y H es: $r = n_1(3H)$

Asimismo, la evaluación de dichas opciones y la selección de una —considerada óptima—, generará un modelo de planeamiento —una función objetivo—, que posibilitará fijar:

- La mínima superficie de lote que puede acoger la superficie media de construcción y el correspondiente número de pisos de la edificación, si el propósito de la determinación es mantener constantes estos indicadores en la unidad de ordenación urbanística; o, en su caso,
 - Las superficies de lotes que pueden receptor la superficie media de construcción con números de pisos de la edificación mayores o menores al de la mínima superficie de lote, si el objetivo de la determinación es que en la referida unidad varíen estos indicadores, formando un intervalo cerrado que puede o no incluir a la mínima superficie de lote. Tales superficies constituyen las “mínimas” para cada número de pisos de la edificación comprendido en el intervalo seleccionado; y,
- c. Si con respecto a la superficie de un lote medio asignado por un plan a una unidad de ordenación urbanística, se fijan diferentes opciones de retiros mínimos, por tanto de restricciones y mediante modelos particulares se estudian los respectivos comportamientos matemáticos del número de pisos de la edificación, del suelo libre, del coeficiente de ocupación del suelo y de la superficie de construcción en función del coeficiente de utilización del suelo.

Igualmente, la evaluación de tales alternativas y la selección de una —estimada como óptima—, dará lugar a un conjunto de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirán establecer, por una parte:

- Las mínimas superficies de suelo libre que puede tener el lote medio con diferentes números de pisos de la edificación y —en consecuencia—, los respectivos coeficientes máximos de ocupación del suelo, si el objetivo de la determinación es que en la referida unidad varíen estos indicadores, creando un intervalo cerrado; o, en su caso,
- La adopción de una de las mínimas superficies de suelo libre que puede disponer el lote medio, el correspondiente número de pisos de la edificación y —en consecuencia—, el máximo coeficiente de ocupación del suelo, si el propósito de la determinación es mantener constantes estos indicadores en la unidad de ordenación urbanística; y,

Por otra:

- La máxima superficie de construcción en función del coeficiente de utilización del suelo, que puede acoger el lote medio y el correspondiente número de pisos de la edificación, si el objetivo de la determinación es mantener constantes estos indicadores en la unidad de ordenación urbanística; o, en su caso,
- Las superficies de construcción en función del coeficiente de utilización del suelo, que puede receptor el lote medio con números de pisos de la edificación mayores o menores a la de la máxima superficie de construcción, si el propósito de la determinación es que en la referida unidad varíen estos indicadores, creando un intervalo cerrado que puede o no incluir a la superficie máxima. Tales superficies serán las “máximas” para cada número de pisos de la edificación comprendido en el intervalo seleccionado.

Modelos A1

Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, de superficie y perímetro conocidos, con la implantación de la edificación aislada

Los retiros frontales, laterales y posteriores, serán iguales a la mitad de la altura de las edificaciones, por tanto la separación entre éstas equivaldrá a su altura, a fin de garantizar en una determinada unidad de ordenación urbanística, adecuadas condiciones de habitabilidad a los predios en cuanto a iluminación y ventilación naturales, y soleamiento.

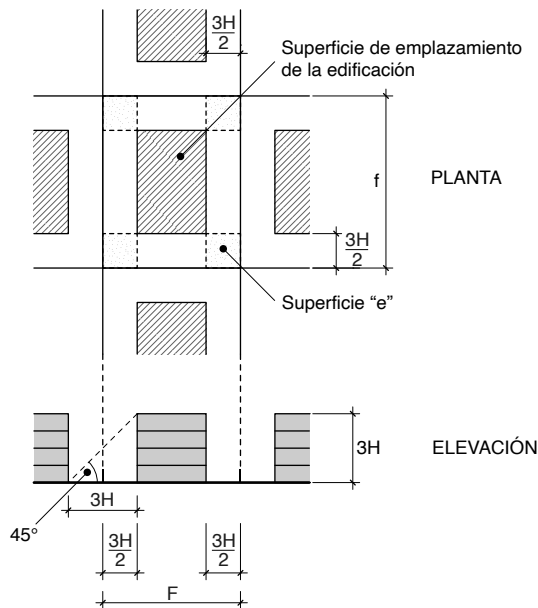
Para el efecto se llamará:

- L = superficie del lote
- P = perímetro del lote
- F = frente del lote
- f = fondo del lote
- C = superficie de construcción
- E = superficie del emplazamiento de la edificación
- H = número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
- h = altura de un piso = 3 m

Modelización

A partir de la geometría de las formas se puede establecer que:

$$H = \frac{C}{E}$$



de donde:

$$H = \frac{C}{L - \left[\frac{3HP}{2} - 4 \left(\frac{3H}{2} \right)^2 \right]}$$

Este término duplica la superficie de los espacios "e" Este término resta una vez la superficie de los espacios "e"

por tanto:

$$C = 9H^3 - \frac{3H^2P}{2} + LH$$

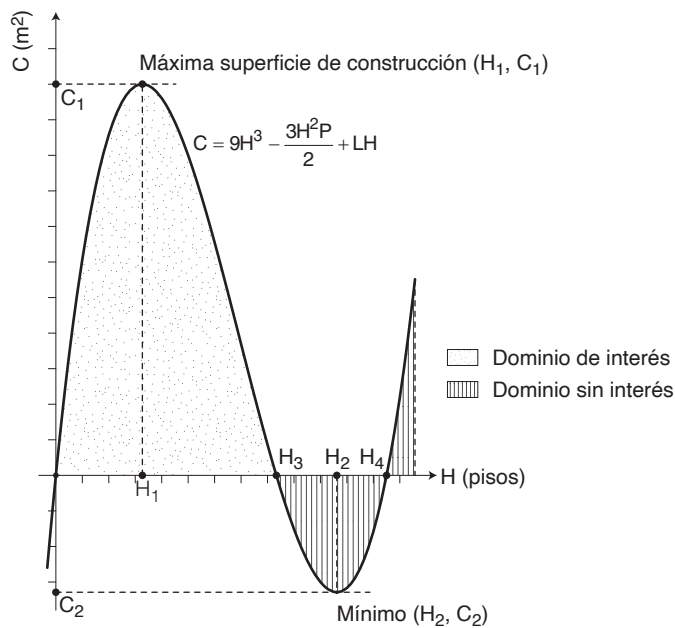
La graficación de la curva correspondiente a la ecuación encontrada, se observa en el Gráfico N° 1. Los puntos H en los que ocurren el máximo y mínimo se pueden calcular de la siguiente manera:

$$\frac{\partial C}{\partial H} = 27H^2 - 3HP + L = 0$$

Esto es, estableciendo en qué puntos la tangente es cero. Por lo tanto:

$$H = \frac{3P \pm \sqrt{9P^2 - 108L}}{54}$$

GRÁFICO N° 1



Se puede revisar el cálculo de H_a con (+) y de H_b con (-), de la siguiente forma:

- a) si $\sqrt{9P^2 - 108L} > 3P$ $\left\{ \begin{array}{l} H_a \text{ es (+)} \quad (\text{factible}) \\ H_b \text{ es (-)} \quad (\text{absurdo}) \end{array} \right.$
- b) si $\sqrt{9P^2 - 108L} = 3P$ $\left\{ \begin{array}{l} H'_a \text{ es (+)} = \frac{6P}{54} \quad (\text{factible}) \\ H'_b = 0 \end{array} \right.$
- c) si $\sqrt{9P^2 - 108L} < 3P$ $\left\{ \begin{array}{l} H''_a \text{ es (+)} \quad (\text{factible}) \\ H''_b \text{ es (+)} \quad (\text{factible}) \text{ Además, en esta posibilidad} \\ \text{necesariamente se cumplirá que } H''_a > H''_b \end{array} \right.$

Es posible efectuar el siguiente análisis adicional para los casos factibles:

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt{9P^2 - 108L} > 3P$ | b) $\sqrt{9P^2 - 108L} = 3P$ | c) $\sqrt{9P^2 - 108L} < 3P$ |
| $9P^2 - 108L > 9P^2$ | $9P^2 - 108L = 9P^2$ | $9P^2 - 108L < 9P^2$ |
| $-108L > 0$ | $-108L = 0$ | $-108L < 0$ |
| $108L < 0$ (absurdo) | $L = 0$ (absurdo) | $0 < L$ (válido) |

Así, se establece en consecuencia que las abscisas buscadas son H''_a y H''_b .

$$H''_a = H_2 = \text{Abscisa del mínimo} = \frac{3P + \sqrt{9P^2 - 108L}}{54}$$

$$H''_b = H_1 = \text{Abscisa del máximo} = \frac{3P - \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} \text{ . Ver Gráfico N° 1.}$$

Las coordenadas C correspondientes a los puntos máximo y mínimo, se pueden calcular con las siguientes expresiones:

$$C_{\text{máx}} = C_1 = 9 \left(\frac{3P - \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} \right)^3 - 3 \frac{\left(\frac{3P - \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} \right)^2}{2} P + L \left(\frac{3P - \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} \right)$$

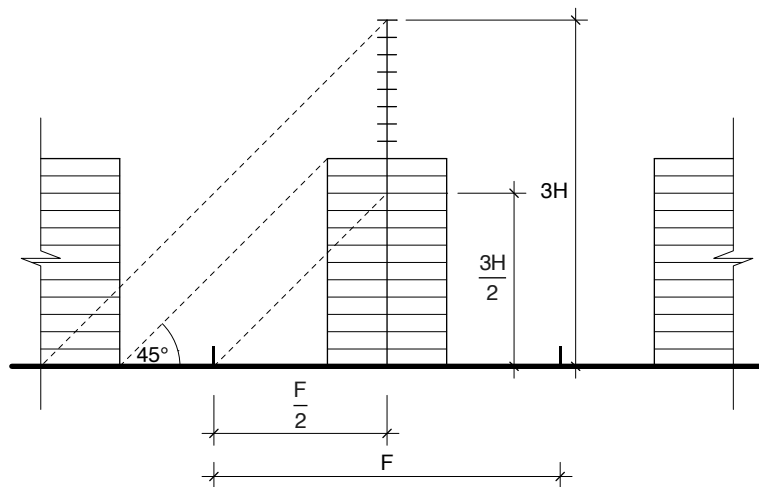
$$C_{\text{mín}} = C_2 = 9 \left(\frac{3P + \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} \right)^3 - 3 \frac{\left(\frac{3P + \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} \right)^2}{2} P + L \left(\frac{3P + \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} \right)$$

De hecho $C_{\text{mín}} = C_2$, es un valor negativo y por supuesto más allá de su significación matemática ya no interesa.

Por su parte, los puntos H_3 y H_4 en los cuales $C = 0$, pueden calcularse resolviendo la ecuación:

$$9H^3 - \frac{3H^2P}{2} + LH = 0$$

esto es, cuando $C = 0$. Pero también es posible conocerlos a partir de la geometría de las formas.



En efecto, la altura $3H$ puede aumentar a causa del incremento del número de pisos hasta el límite en el que el edificio es una “línea” que se ubica en la mitad del frente del lote y en consecuencia se cumple que $3H/2 = F/2$ y por lo tanto no existe ya superficie de construcción.

Así, si $3H/2 = F/2$; $H = F/3$ punto en el cuál $C = 0$.

Igual razonamiento se puede aplicar en relación al fondo, que permitirá, por ser de mayor longitud que el frente, un mayor número de pisos, pero como se observa en el Gráfico N° 1, con valores C negativos a partir del momento en que $H = F/3$. De modo similar al frente, cuando se cumple que $H = F/3$, $C = 0$. A partir de este punto, los valores positivos de C , al igual que los negativos, no forman parte del dominio de interés. Por tanto:

$$H_3 = \frac{F}{3} \text{ y } H_4 = \frac{f}{3}$$

Si $P = 2F + 2f$ y $L = Ff$, entonces:

$$f = \frac{L}{F}$$

y,

$$P = 2F + 2\frac{L}{F}$$

por consiguiente:

$$0 = 2F + 2\frac{L}{F} - P$$

Multiplicando los dos términos de la ecuación anterior por F para convertirla en la forma $ax^2 - bx + c = 0$:

$$0 = 2F^2 - FP + 2L$$

se pueden buscar F_a y F_b con:

$$F = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4(2)2L}}{2(2)}$$

en consecuencia:

$$F_a = \frac{P + \sqrt{P^2 - 16L}}{4}$$

y,

$$F_b = \frac{P - \sqrt{P^2 - 16L}}{4}$$

Nótese que:

$$F_a > F_b$$

En realidad F_a corresponde al fondo f y F_b al frente F , puesto que si la ecuación se expresa en función de f , se tendría también:

$$0 = \frac{2f^2}{P} - f + \frac{2L}{P}$$

esto es, la misma ecuación.

Así, si $H_3 = \frac{F}{3}$ y $H_4 = \frac{f}{3}$, entonces:

$$H_3 = \frac{\frac{P - \sqrt{P^2 - 16L}}{4}}{3} = \frac{P - \sqrt{P^2 - 16L}}{12}$$

y,

$$H_4 = \frac{\frac{P + \sqrt{P^2 - 16L}}{4}}{3} = \frac{P + \sqrt{P^2 - 16L}}{12}$$

Conclusiones:

- a) Para un lote determinado, manteniendo constantes su superficie, perímetro y la tangente del ángulo de soleamiento –la separación entre edificaciones paralelas aisladas es igual a su altura, generando un ángulo de 45° –, existe un máximo de superficie de construcción que corresponde a la función:

$$C = 9H^3 - \frac{3H^2P}{2} + LH$$

y a un número de pisos que tiene como modelo:

$$H_1 = \frac{3P - \sqrt{9P^2 - 108L}}{54}$$

- b) Evidentemente que a mayor número de pisos mayor superficie de construcción, pero ello se cumple solo hasta el máximo ya enunciado, a partir del cual, aunque aumente el número de pisos, dicha superficie tiende a reducirse, llegando a cero cuando la altura de la edificación es igual al frente del lote, o lo que es lo mismo cuando el número de pisos es igual al frente dividido para tres ($H_3 = F/3$).
- c) Por lo expuesto, en relación a la variación de la superficie de construcción, la densidad neta de vivienda –DNv– y en última instancia de población, experimenta un comportamiento similar a la de la superficie en referencia y en consecuencia cada lote, en las condiciones señaladas para el problema, experimenta un incremento de la densidad, como resultado del incremento también del número de pisos y por lo tanto del área de construcción. Dicho incremento llega a un máximo correspondiente a

$$H_1 = \frac{3P - \sqrt{9P^2 - 108L}}{54}$$

a partir del cual y a pesar del incremento del número de pisos, desciende la superficie de construcción y en consecuencia la densidad.

Llamando:

DNv = densidad neta de vivienda

V = número de viviendas que puede receptor la superficie de construcción; y,

Cv = superficie de construcción por vivienda

$$V = \frac{C}{C_v}$$

debido a que:

$$\begin{array}{ccc} \frac{C}{C_v} & \longrightarrow & L \\ DNv & \longrightarrow & 10\,000 \end{array}$$

entonces:

$$DNv = \frac{10\,000C}{C_vL}$$

Puesto que:

$$C = 9H^3 - \frac{3H^2P}{2} + LH$$

se tendrá:

$$DNv = \frac{10\,000}{C_vL} \left(9H^3 - \frac{3H^2P}{2} + LH \right)$$

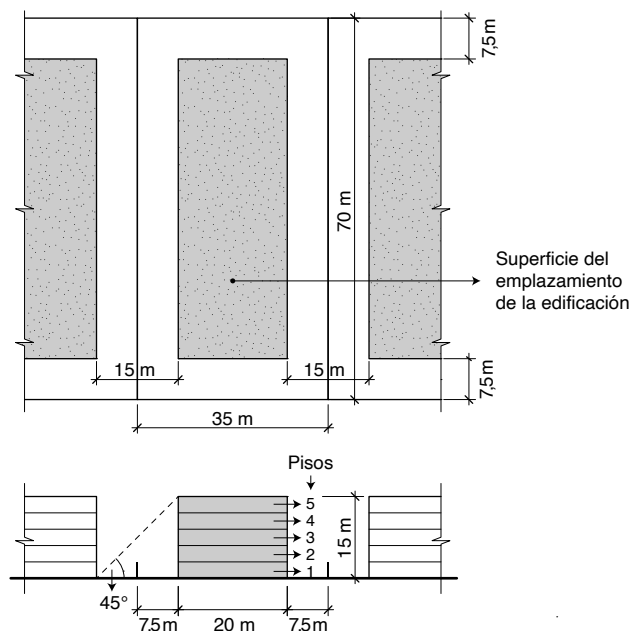
$$DNv_{\text{máx}} = \frac{10\,000}{C_vL} C_{\text{máx}}$$

Ejemplo:

Hallar la máxima superficie de construcción y la máxima densidad neta de vivienda que puede soportar un lote de 2 450 m², de 35 m de frente y 70 m de fondo, correspondiente a un tipo de implantación paralela aislada con una separación de edificaciones igual a su altura. Las viviendas tendrán una superficie de 120 m² de construcción.

Los datos en consecuencia son:

$$\begin{array}{ll} L & = 2\,450 \text{ m}^2 \\ F & = 35 \text{ m} \\ f & = 70 \text{ m} \\ P & = 210 \text{ m} \\ C_v & = 120 \text{ m}^2 \end{array}$$



Resolución:

Cálculo de abscisa de $C_{\text{máx}}$

$$H_1 = \frac{3P - \sqrt{9P^2 - 108L}}{54} = \frac{3(210) - \sqrt{9(210)^2 - 108(2\,450)}}{54}$$

$$H_1 = 4,93 \approx 5 \text{ pisos}$$

$$C_{\text{máx}} = 9(4,93)^3 - \frac{3(4,93)^2 \cdot 210}{2} + 2\,450(4,93) = 5\,500,865 \text{ m}^2 \approx 5\,500 \text{ m}^2$$

$$DNv_{\text{máx}} = \frac{10\,000}{CvL} C_{\text{máx}} = \frac{10\,000}{120(2\,450)} (5\,500) = 187,07 \frac{\text{Viv}}{\text{ha}}$$

La $DNv_{\text{máx}}$ expresada en Hab/ha con una composición familiar de 5 personas, sería igual a:

$$(5) 187,07 = 935 \frac{\text{Hab}}{\text{ha}}$$

La superficie del emplazamiento es igual a:

$$E = \frac{C_{\text{máx}}}{H_1} = \frac{5\,500}{5} = 1\,100 \text{ m}^2$$

Todo el cálculo se comprueba si se obtiene las dimensiones del frente y fondo del bloque edificado y se reproduce la superficie del emplazamiento E:

$$E = \left[35 - \frac{5(3)}{2}(2) \right] \left[70 - \frac{5(3)}{2}(2) \right] = 20(55) = 1\,100 \text{ m}^2 \text{ (l.q.q.d.)}$$

↑ Retiros laterales
 ↑ Retiros frontal y posterior

Finalmente, se puede observar como varía la superficie del emplazamiento de la edificación, puesto que:

$$E = \frac{C}{H} = \frac{9H^3 - \frac{3H^2P}{2} + LH}{H} = 9H^2 - 1,5PH + L = E$$

Para observar el comportamiento de la curva respectiva, vale igualar a cero y averiguar los puntos H en los que E = 0. Aplicando:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

se tiene:

$$H_a = \frac{1,5P + \sqrt{2,25P^2 - 36L}}{18}$$

$$H_b = \frac{1,5P - \sqrt{2,25P^2 - 36L}}{18}$$

Pero H_a y H_b son iguales a H_4 y H_3 , respectivamente, ya encontrados anteriormente, esto es corresponden, como no puede ser de otra manera, a los mismos puntos en los cuales $C = 0$.

Se puede conocer el punto H correspondiente al mínimo o al máximo, haciendo $\partial e / \partial H = 18H - 1,5P$ e igualando a cero: $18H - 1,5P = 0$ y por tanto $H = 1,5P/18$ que corresponde al punto H_2 , es decir a la abscisa del mínimo en la función de C.

La superficie del emplazamiento E para $H = 1,5P/18$, esto es, para $H = P/12$ se obtiene así:

$$E = 9\left(\frac{P}{12}\right)^2 - 1,5P\left(\frac{P}{12}\right) + L$$

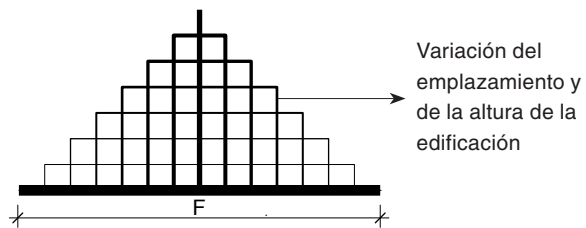
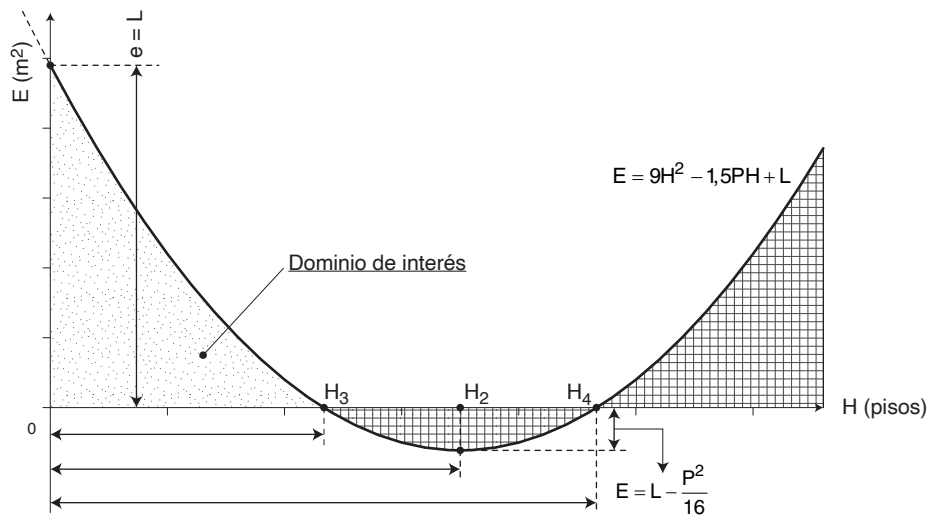
de donde:

$$E = L - \frac{P^2}{16}$$

que corresponde a un valor negativo.

Por último para $H = 0$, en la función $E = 9H^2 - 1,5PH + L$, se obtiene $E = L$. Ver Gráfico N° 2.

GRÁFICO N° 2



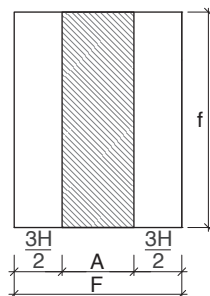
Modelos A2

Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, conocida su superficie, con la implantación de la edificación aislada sin retiros frontal y posterior

Los retiros laterales serán iguales a la mitad de la altura de las edificaciones, por tanto la separación entre éstas será igual a su altura.

Para el efecto se llamará:

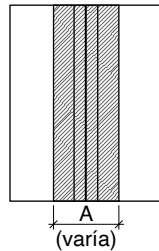
- L = superficie del lote
- F = frente del lote
- f = fondo del lote
- C = superficie de construcción
- A = frente del emplazamiento de la edificación
- H = número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
- h = altura de un piso = 3 m



Modelización

Opción a)

Se mantienen las longitudes de los lados del lote y varía la superficie y el frente del emplazamiento de la edificación.



1) Cálculo de la superficie de construcción C

$$C = (F - 3H)(f)(H)$$

pero $f = L/F$:

$$C = \frac{FLH - 3H^2L}{F}$$

2) Cálculo de la abscisa en la que C alcanza el máximo

$$\frac{\partial C}{\partial H} = L - \frac{6HL}{F} = 0$$

$$L = \frac{6HL}{F}$$

de donde:

$$H = \frac{LF}{6L}$$

por lo tanto:

$$H = \frac{F}{6}$$

Por su parte:

$$C_{\text{máx}} = \frac{FL\left(\frac{F}{6}\right) - 3\left(\frac{F}{6}\right)^2 L}{F}$$

$$C_{\text{máx}} = \frac{LF}{12}$$

3) Cálculo de los puntos H en los cuales $C = 0$

$$C = LH - \frac{3H^2L}{F}$$

$$C = \frac{3H^2L}{F} - LH = 0$$

por consiguiente:

$$H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$H = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 0}}{2\left(\frac{3L}{F}\right)}$$

de este modo:

$$H_a = \frac{F}{3}$$

$$H_b = \frac{0}{\frac{6L}{F}} = 0$$

4) El emplazamiento correspondiente a $C_{\text{máx}}$ tiene como frente $A = F/2$ y en consecuencia ocupa el 50% de la superficie del lote $-\text{COS} = 50\%$ -. Por lo tanto deberá cumplirse conocido H de $C_{\text{máx}}$, que:

$$A = F - 3H$$

para $H = F/6$, se tiene:

$$A = F - 3\left(\frac{F}{6}\right)$$

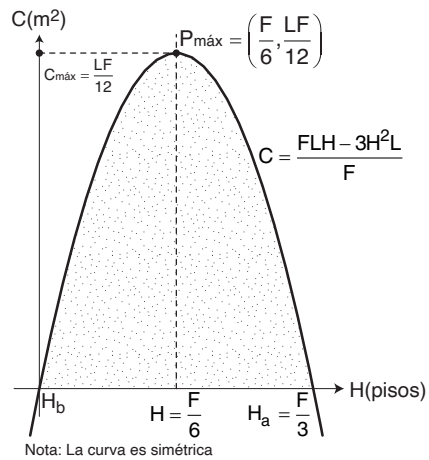
así pues:

$$F - 3\left(\frac{F}{6}\right) = \frac{F}{2}$$

$$F - \frac{F}{2} = \frac{F}{2}$$

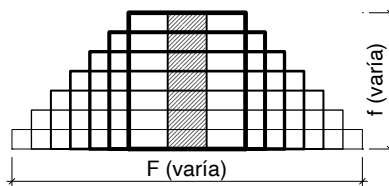
de donde: $F/2 = F/2$; l.q.q.d. Ver Gráfico N° 1.

GRÁFICO N° 1



Opción b)

Se mantiene constante el frente del emplazamiento de la edificación y varían las longitudes de los lados del lote y en consecuencia su fondo.



1) Cálculo de la superficie de construcción C

$$C = (A)(f)(H)$$

pero:

$$f = \frac{L}{(A + 3H)}$$

en consecuencia:

$$C = A \left(\frac{L}{A + 3H} \right) H$$

$$C = \frac{ALH}{A + 3H}$$

2) Cálculo del límite con H tendiendo al infinito

$$C = \frac{\frac{ALH}{H}}{\frac{(A + 3H)}{H}} = \frac{AL}{\frac{A}{H} + 3}$$

y, límite con $H \rightarrow \infty$,

$$C = \frac{AL}{\frac{A}{\infty} + 3} = \frac{AL}{0 + 3}$$

por tanto:

$$C = \frac{AL}{3}$$

En el Gráfico N° 2 se observan las curvas correspondientes a la Opción b). A su vez, como Gráfico N° 3 se han registrado las curvas de las dos opciones, para un mismo valor de L y fijando las longitudes A y f, de modo tal que $A = f$, a fin de conocer el comportamiento de las superficies de construcción en este caso especial, que lleva también en la Opción a) a que el frente F sea mayor al fondo f, configuración no aceptable, sino únicamente para la investigación.

GRÁFICO N° 2

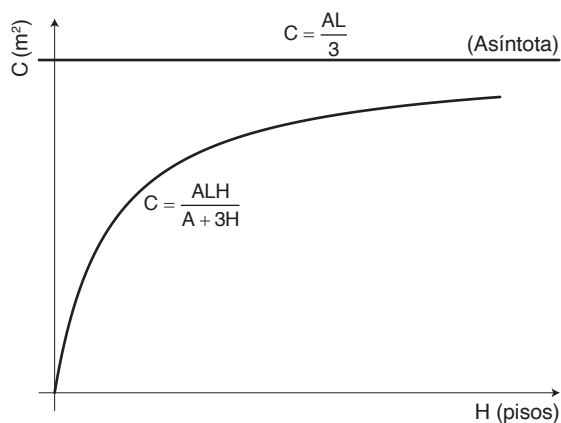
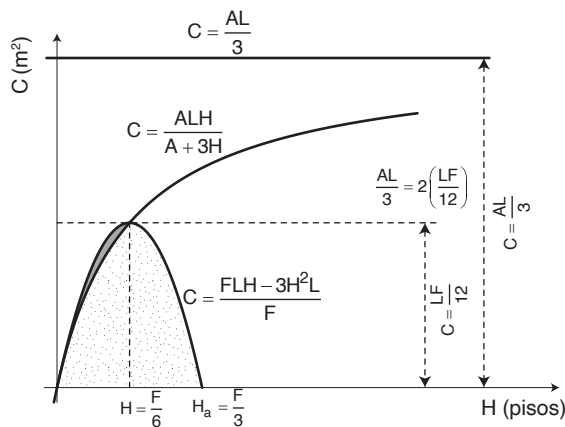


GRÁFICO N° 3



De su análisis se desprende que:

- La máxima superficie de construcción correspondiente a la opción en la cual los lados del lote se mantienen constantes y varían la superficie y el frente del emplazamiento de la edificación, es menor a la máxima que se lograría con la opción en la cual se mantiene constante el frente del emplazamiento de la edificación y varían las longitudes de los lados del lote y en consecuencia su fondo. Pero este incremento sensible de la superficie de construcción se produce a costa de un incremento extraordinario en el número de pisos y con la limitación de que el máximo es inalcanzable incluso con el número de pisos tendiendo al infinito.
- Cuando en las ecuaciones anteriores $A = L/F$, esto es igual a f , el máximo de superficie de construcción que define la asíntota $C = AL/3$, es igual al doble del máximo que establece $C = LF/12$; vale decir:

$$\left(\frac{(AF)F}{12} \right) 2 = \frac{A(AF)}{3}, \text{ cuando } L = AF$$

por tanto:

$$\frac{AL}{3} = 2 \left(\frac{LF}{12} \right)$$

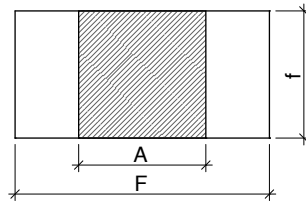
reemplazando $A = L/F$

$$\frac{\left(\frac{L}{F} \right) L}{3} = \frac{LF}{6}$$

$$\frac{L^2}{3F} = \frac{LF}{6}$$

$$L = \frac{F^2}{2}$$

En este caso deberá tomarse en cuenta que si $A = f$, entonces $F > f$, como se registra en el gráfico adjunto:



- Cuando el frente del emplazamiento A correspondiente a $C_{\text{máx}}$ de la función $C = \frac{FLH - 3H^2L}{F}$, esto es $F/2$, se reemplaza como A en la función $C = \frac{ALH}{A + 3H}$ y $F/6$

como H se obtiene asimismo $C = LF/12$. El análisis del comportamiento de la geometría de las formas y de las propias funciones así lo demuestran. Ver Gráfico N° 3.

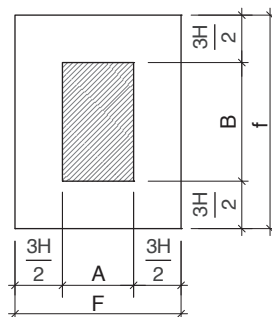
Modelos A3

Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, conocida su superficie, con la implantación de la edificación aislada

Los retiros serán iguales a la mitad de la altura de las edificaciones, por tanto la separación entre éstas será igual a su altura.

Para el efecto se llamará:

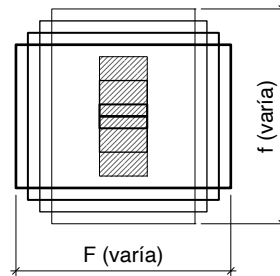
- L = superficie del lote
- F = frente del lote
- f = fondo del lote
- C = superficie de construcción
- A = frente del emplazamiento de la edificación
- B = fondo del emplazamiento de la edificación
- H = número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
- h = altura de un piso = 3 m



Modelización

Opción a)

Se mantiene constante el frente del emplazamiento de la edificación y varían las longitudes de los lados del lote y en consecuencia su fondo.



1) Cálculo de la superficie de construcción C

$$C = ABH$$

Pero $L = (A + 3H)(B + 3H)$; y por tanto, $B = \frac{L - 9H^2 - 3HA}{A + 3H}$

$$C = A \left(\frac{L - 9H^2 - 3HA}{A + 3H} \right) H$$

$$C = \frac{ALH - 9H^3A - 3H^2A^2}{A + 3H}$$

$$C = \frac{-9H^3A - 3H^2A^2 + ALH}{A + 3H}$$

2) Cálculo de la abscisa en la que C alcanza el máximo

$$\frac{\partial C}{\partial H} = \frac{(A + 3H)(-27H^2A - 6HA^2 + AL) - (-9H^3A - 3H^2A^2 + ALH)(3)}{(A + 3H)^2}$$

$$= \frac{-54H^3A - 36H^2A^2 - 6HA^3 + A^2L}{(A + 3H)^2} = 0$$

Factorizando por agrupación se tiene:

$$\left[\frac{A}{(A + 3H)^2} \right] (-54H^3 - 36AH^2 - 6A^2H + AL) = 0$$

A su vez:

$$a) \frac{A}{(A+3H)^2} = 0; \text{ que se cumplirá cuando } A = 0$$

$$b) -54H^3 - 36AH^2 - 6A^2H + AL = 0$$

Esta función puede resolverse aplicando el Método de Cardano, por tanto dividiendo sus términos para el coeficiente de H^3 , se tiene:

$$H^3 + \frac{2AH^2}{3} + \frac{A^2H}{9} - \frac{AL}{54} = 0$$

Según dicho método:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}} - \frac{a}{3}$$

$$P = \frac{3b - a^2}{3}; q = \frac{2a^3 - 9ab + 27c}{27}; \Delta = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3$$

para el efecto:

$$a = \frac{2A}{3}; b = \frac{A^2}{9}; c = -\frac{AL}{54}$$

entonces:

$$P = -\frac{A^2}{27}; q = \frac{-4A^3 - 27AL}{1458}; \Delta = \frac{24A^4L + 81A^2L^2}{944786}$$

por tanto la abscisa del máximo será:

$$H = \sqrt[3]{\frac{4A^3 + 27AL}{2916}} + \sqrt[3]{\frac{24A^4L + 81A^2L^2}{944784}} + \sqrt[3]{\frac{4A^3 + 27AL}{2916}} - \sqrt[3]{\frac{24A^4L + 81A^2L^2}{944784}} - \frac{2A}{9}$$

3) Cálculo de los puntos H en los que $C = 0$

$$C = \frac{-9H^3A - 3H^2A^2 + ALH}{A + 3H}$$

$$C = \frac{-9H^3A - 3H^2A^2 + ALH}{A + 3H} = 0$$

$$-9H^3A - 3H^2A^2 + ALH = 0$$

Factorizando por agrupación se tiene:

$$(H)(-9H^2A - 3HA^2 + AL) = 0$$

a su vez:

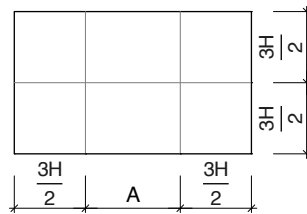
a) $H = 0 = H_a$

b) $-9H^2A - 3HA^2 + AL = 0$, a resolver mediante: $H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$H_b = \frac{3A^2 + \sqrt{(-3A^2)^2 - 4(-9A)(AL)}}{2(-9A)}$$

$$H_c = \frac{3A^2 - \sqrt{(-3A^2)^2 - 4(-9A)(AL)}}{2(-9A)}$$

Alternativamente y a partir de la geometría de las formas, se pueden calcular las abscisas H_b y H_c , mediante la siguiente ecuación:



$$(A + 3H)(3H) = L$$

$$3HA + 9H^2 = L$$

$$9H^2 + 3HA - L = 0$$

por tanto:

$$C = 9H^2 + 3HA - L = 0$$

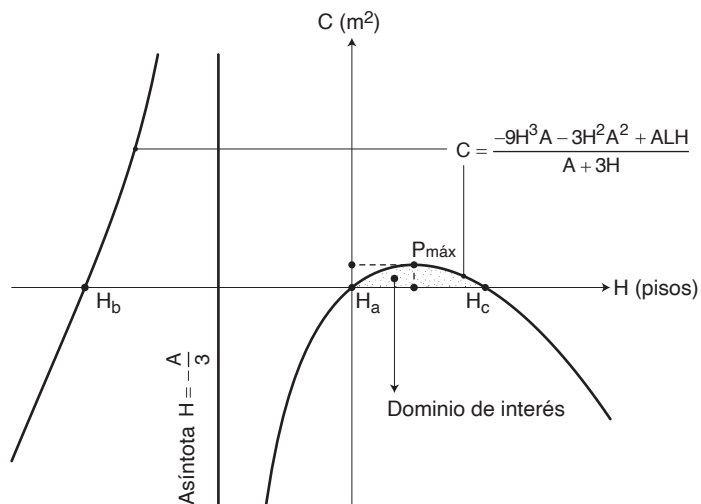
4) Cálculo de la asíntota vertical

Haciendo el denominador $A + 3H = 0$; se tiene:

$$H = -\frac{A}{3}$$

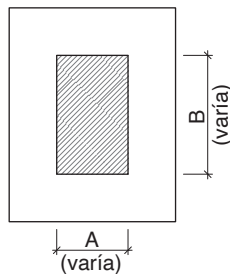
En el Gráfico N° 1 se observan las curvas correspondientes.

GRÁFICO N° 1



Opción b)

Se mantienen las longitudes de los lados del lote y varía la superficie y el frente del emplazamiento de la edificación.



1) Cálculo de la superficie de construcción C

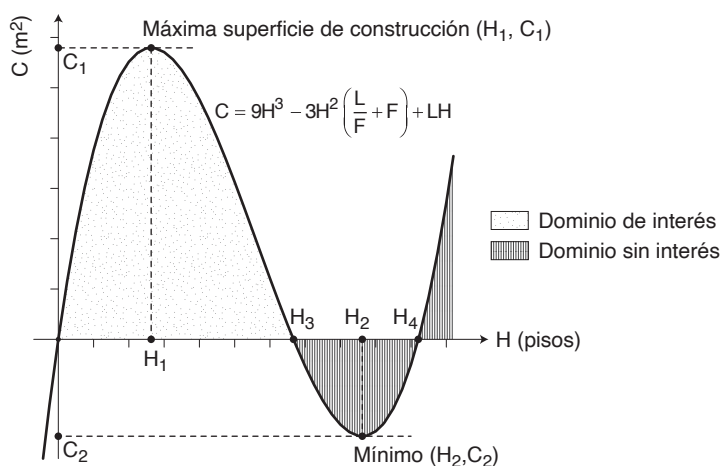
$$C = (F - 3H)(f - 3H)(H)$$

pero $f = L/F$ y $C = (F - 3H)\left(\frac{L}{F} - 3H\right)(H)$

$$C = 9H^3 - 3H^2\left(\frac{L}{F} + F\right) + LH$$

La representación de la curva correspondiente se observa en el Gráfico N° 2.

GRÁFICO N° 2



2) Cálculo de las abscisas en las que C es máxima y mínima

$$\frac{\partial C}{\partial H} = 27H^2 - 6H\left(\frac{L}{F} + F\right) + L$$

A resolverse mediante $H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$H = \frac{6\left(\frac{L}{F} + F\right) \pm \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)}}{2(27)}$$

Se puede revisar el cálculo de H_a con (+) y de H_b con (-), de la siguiente forma:

a) Si $\sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)} > 6\left(\frac{L}{F} + F\right)$

H_a es positivo (factible)

H_b es negativo (absurdo)

b) Si $\sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)} = 6\left(\frac{L}{F} + F\right)$

H'_a es positivo = $\frac{12\left(\frac{L}{F} + F\right)}{54}$ (factible)

H'_b es negativo = 0

$$c) \quad \text{Si } \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)} < 6\left(\frac{L}{F} + F\right)$$

H''_a es positivo (factible)

H''_b es negativo (factible). Además en esta posibilidad necesariamente $H''_a > H''_b$.

Se puede efectuar el siguiente análisis adicional para los casos factibles:

$$a) \quad \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)} > 6\left(\frac{L}{F} + F\right)$$

$$\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L) > \left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2$$

$$- 4(27)(L) > 0$$

$$4(27)(L) < 0 \text{ (absurdo)}$$

$$b) \quad \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)} = 6\left(\frac{L}{F} + F\right)$$

$$\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L) = \left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2$$

$$- 4(27)(L) = 0$$

$$L = 0 \text{ (absurdo)}$$

$$c) \quad \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)} < 6\left(\frac{L}{F} + F\right)$$

$$\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L) < \left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2$$

$$- 4(27)(L) < 0$$

$$0 < L \text{ (válido)}$$

Así, se establece en consecuencia que las abscisas buscadas son H''_a y H''_b .

$$H''_a = H_2 = \text{abscisa del mínimo} = \frac{6\left(\frac{L}{F} + F\right) + \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)}}{2(27)}$$

$$H''_b = H_1 = \text{abscisa del máximo} = \frac{6\left(\frac{L}{F} + F\right) - \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)}}{2(27)}$$

3) Cálculo de puntos H en los cuales $C = 0$

$$C = 9H^3 - 3H^2\left(\frac{L}{F} + F\right) + LH$$

$$H\left[9H^2 - 3H\left(\frac{L}{F} + F\right) + L\right] = 0$$

Cuando $H = 0$

$$9H^2 - 3H\left(\frac{L}{F} + F\right) + L = 0$$

$$\text{Aplicando } H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$H_3 = \frac{3\left(\frac{L}{F} + F\right) - \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(9)(L)}}{2(9)}$$

$$H_4 = \frac{3\left(\frac{L}{F} + F\right) + \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(9)(L)}}{2(9)}$$

Análisis de las ecuaciones de las opciones consideradas

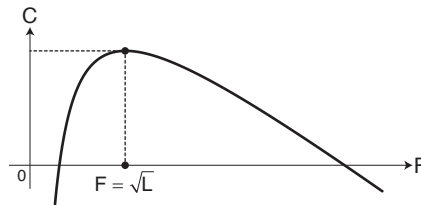
1) Si en la Opción b) para un lote de superficie L, varía la longitud del frente F y se calculan las correspondientes abscisas del $F_{\text{máx}}$ y los valores de $C_{\text{máx}}$ en:

$$\text{Abscisa del máximo} = \frac{6\left(\frac{L}{F} + F\right) - \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)}}{2(27)}$$

y,

$$C = 9H^3 - 3H^2 \left(\frac{L}{F} + F \right) + LH$$

Se determina que cuando $F = \sqrt{L}$, se obtiene el mayor valor de $C_{\text{máx}}$, como se insinúa en el esquema adjunto; esto debido a que en el lote cuadrado la superficie de los retiros es la menor de las requeridas por los lotes cuyas formas geométricas se definen por lados que se intersectan formando ángulos rectos.



2) En consecuencia, la mayor superficie de construcción de un lote L se logra cuando su frente $F = \sqrt{L}$ y por tanto el ancho del bloque edificado o frente del área de emplazamiento de la edificación $A = \sqrt{L} - 3H$. Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones que posibilitan el cálculo de C en las Opciones a) y b), esto es, en:

Opción a)

$$C = \frac{-9H^3A - 3H^2A^2 + ALH}{A + 3H}$$

$$C = \frac{-9H^3(\sqrt{L} - 3H) - 3H^2(\sqrt{L} - 3H)^2 + (\sqrt{L} - 3H)LH}{(\sqrt{L} - 3H) + 3H}$$

Opción b)

$$C = 9H^3 - 3H^2 \left(\frac{L}{F} + F \right) + LH$$

$$C = 9H^3 - 3H^2 \left(\frac{L}{\sqrt{L}} + \sqrt{L} \right) + LH$$

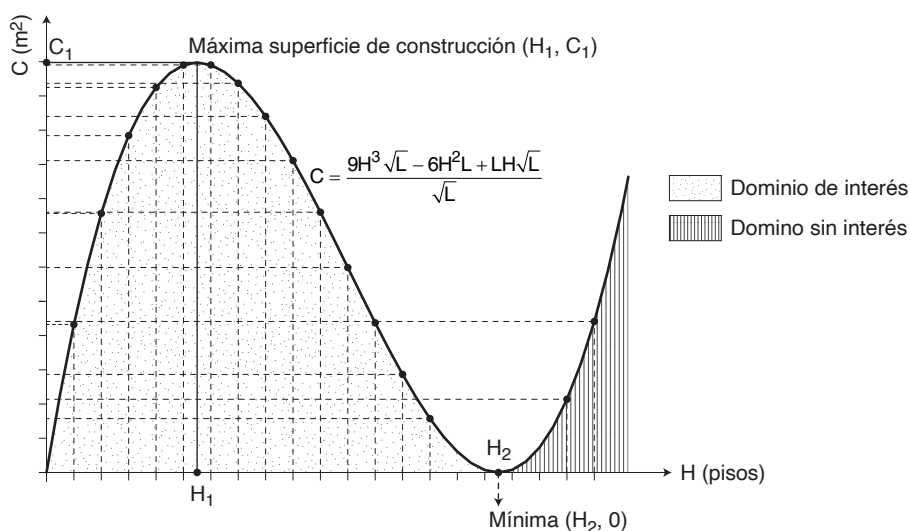
Su resolución conduce a que ellas sean iguales a:

$$C = \frac{9H^3\sqrt{L} - 6H^2L + LH\sqrt{L}}{\sqrt{L}}$$

que constituye la Opción c).

La representación correspondiente se observa en el Gráfico N° 3.

GRÁFICO N° 3



3) Cálculo de las abscisas en las que C es máxima y mínima

$$\frac{\partial C}{\partial H} = \frac{\sqrt{L}(27H^2\sqrt{L} - 12HL + L\sqrt{L})}{(\sqrt{L})^2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial H} = 27H^2 - 12H\sqrt{L} + L = 0$$

A resolver mediante: $H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$H = \frac{12\sqrt{L} \pm \sqrt{(-12\sqrt{L})^2 - 4(27)L}}{2(27)}$$

por tanto:

$$H_2 = \text{abscisa del mínimo} = \frac{12\sqrt{L} + \sqrt{(-12\sqrt{L})^2 - 108L}}{54}$$

$$H_1 = \text{abscisa del máximo} = \frac{12\sqrt{L} - \sqrt{(-12\sqrt{L})^2 - 108L}}{54}$$

4) Cálculo de puntos H en los cuales $C = 0$

$$C = \frac{9H^3\sqrt{L} - 6H^2L + LH\sqrt{L}}{\sqrt{L}} = 0$$

$$\frac{H}{\sqrt{L}}(9H^2\sqrt{L} - 6HL + L\sqrt{L}) = 0$$

de donde:

$$\frac{H}{\sqrt{L}} = 0$$

$$9H^2\sqrt{L} - 6HL + L\sqrt{L} = 0$$

A resolver mediante: $H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

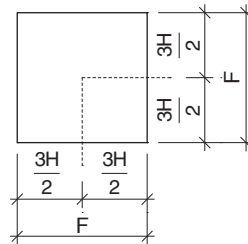
$$H = \frac{6L \pm \sqrt{(-6L)^2 - 4(9\sqrt{L})(L\sqrt{L})}}{2(9\sqrt{L})}$$

$$H = \frac{6L \pm \sqrt{0}}{2(9\sqrt{L})}$$

por tanto:

$$H = \frac{6L}{18\sqrt{L}} = H_3 \text{ y que coincide con } H_2.$$

En la abscisa H_3 la superficie de construcción es igual a cero, en la medida que los retiros suman F . Los valores de H mayores a H_3 no son pertinentes.



5) Resulta pertinente indagar sobre el comportamiento de A en la Opción c), por lo que si para un lote L se calculan:

$$H_{\text{máx}} = \frac{12\sqrt{L} - \sqrt{(-12\sqrt{L})^2 - 108L}}{54}$$

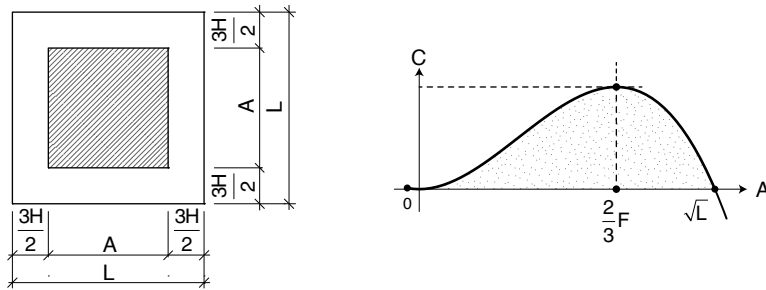
$$C = \frac{9H^3\sqrt{L} - 6H^2L + LH\sqrt{L}}{\sqrt{L}}; \text{ y,}$$

$A = \sqrt{\frac{C}{H}}$, pues el emplazamiento de la edificación es un cuadrado.

Cuando H toma valores menores a $H_{\text{máx}}$, A aumenta tendiendo a $\sqrt{L}$ y C va disminuyendo; en tanto que para valores mayores a $H_{\text{máx}}$ comprendidos en el dominio de interés, A disminuye llegando a cero y por tanto asimismo C .

Finalmente, el estudio de la geometría de las formas de esta variación, permite determinar que para $H_{\text{máx}}$ y en consecuencia para $C_{\text{máx}}$:

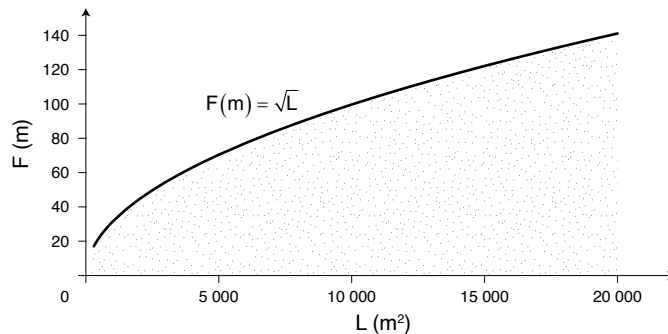
$A = \sqrt{\frac{C}{H}}$ corresponde a $\frac{2}{3}\sqrt{L}$ o $\frac{2}{3}F$. Ver esquemas adjuntos que relacionan A y C .



6) Conclusiones

Con este propósito se ha preparado el Cuadro N° 1 en el que para superficies de lotes comprendidas entre 300 y 10 000 m² se han determinado F , $H_{\text{máx}}$, $C_{\text{máx}}$, A , coeficiente de ocupación del suelo –COS–, coeficiente de utilización del suelo –CUS–, y A/F . De su examen y en función de las condiciones establecidas, se desprende que:

- Conforme se incrementa la superficie del lote – L –, también lo hace el frente – F –, pero más lentamente; ver esquema adjunto. Efectivamente, comparando los extremos 300 y 10 000 m², se determina para L : $10\,000/300 = 33,3$ y para F : $100/17,3 = 5,8$; y, que la relación $5,8/33,3$ es igual a 0,17.



CUADRO N° 1

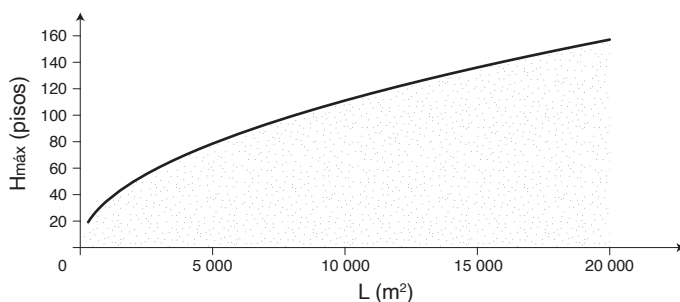
F, H_{máx}, C_{máx}, A, COS ⁽¹⁾, CUS ⁽²⁾, y A/F, según tamaños de L.

L (m ²)	F (m) = $\sqrt{L}$	H _{máx} (pisos)	C _{máx} (m ²)	A (m)	COS (%)	CUS (%)	A/F
300	17,3	1,9	256,6	11,5	44,4	85,5	0,667
400	20,0	2,2	395,1	13,3	44,4	98,8	0,667
500	22,4	2,5	552,1	14,9	44,4	110,4	0,667
600	24,5	2,7	725,8	16,3	44,4	121,0	0,667
700	26,5	2,9	914,6	17,6	44,4	130,7	0,667
800	28,3	3,1	1 117,4	18,9	44,4	139,7	0,667
900	30,0	3,3	1 333,3	20,0	44,4	148,1	0,667
1 000	31,6	3,5	1 561,6	21,1	44,4	156,2	0,667
1 500	38,7	4,3	2 868,9	25,8	44,4	191,3	0,667
2 000	44,7	5,0	4 416,9	29,8	44,4	220,8	0,667
2 500	50,0	5,6	6 172,8	33,3	44,4	246,9	0,667
3 000	54,8	6,1	8 114,4	36,5	44,4	270,5	0,667
3 500	59,2	6,6	10 225,3	39,4	44,4	292,2	0,667
4 000	63,2	7,0	12 492,9	42,2	44,4	312,3	0,667
4 500	67,1	7,5	14 907,1	44,7	44,4	331,3	0,667
5 000	70,7	7,9	17 459,4	47,1	44,4	349,2	0,667
6 000	77,5	8,6	22 951,0	51,6	44,4	382,5	0,667
7 000	83,7	9,3	28 921,6	55,8	44,4	413,2	0,667
8 000	89,4	9,9	35 335,4	59,6	44,4	441,7	0,667
9 000	94,9	10,5	42 163,7	63,2	44,4	468,5	0,667
10 000	100,0	11,1	49 382,7	66,7	44,4	493,8	0,667

⁽¹⁾ COS = (A²)100/L

⁽²⁾ CUS = (A²H)100/L

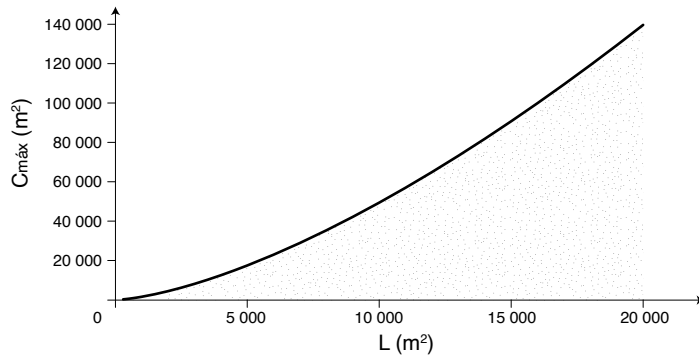
- b) El número de pisos en los cuales se obtiene C_{máx}, esto es H_{máx}, asimismo se incrementa con L, pero también más lentamente; ver esquema anexo. Para los mismos extremos la relación entre los H_{máx} es 11,1/1,9 = 5,8, igual que para el caso de los valores de F; lo cual significa que el ritmo de incremento de F y H_{máx} es el mismo.



- c) La máxima superficie de construcción C_{máx} igualmente aumenta con L, pero al contrario de F y H_{máx}, lo hace a un ritmo mucho mayor; ver esquema adjunto. Mientras las curvas de F y H_{máx}, son convexas, la de C_{máx} es cóncava.

En efecto, para los ya conocidos extremos la relación entre los C_{máx} es 49 383,7/256,6 = 192,5; resultado que al compararlo con el crecimiento de H_{máx} y

con F, pone en evidencia que mientras éstos lo hacen en 5,8 veces al pasar L de 300 a 10 000 m², vale decir, cuando ésta crece en 33,3 veces, C_{máx} lo hace en 192,5 veces. La relación 192,5/33,3 es igual a 5,8.



En consecuencia al pasar L de 300 a 10 000 m², el incremento de C_{máx} es 5,8 veces mayor al de L, tanto como el que muestra H_{máx}; por lo que con carácter general se tiene que si L₁ es mayor a L₂, el incremento de C_{máx} dividido por el incremento de L, es igual al incremento de H_{máx}:

$$\frac{\frac{C_{máx}L_1}{C_{máx}L_2}}{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{H_{máx}L_1}{H_{máx}L_2}$$

A su vez, el incremento de C_{máx} con respecto al de H_{máx}, es tanto como el de L, puesto que 192,6/5,8 = 33,3. Asimismo con carácter general se tiene entonces que si L₁ es mayor a L₂:

$$\frac{\frac{C_{máx}L_1}{C_{máx}L_2}}{\frac{H_{máx}L_1}{H_{máx}L_2}} = \frac{L_1}{L_2}$$

En buenas cuentas se obtiene la misma igualdad, pero de ella es posible obtener la siguiente expresión más comprensible:

$$\frac{C_{máx}L_1}{C_{máx}L_2} = \left(\frac{L_1}{L_2} \right) \left(\frac{H_{máx}L_1}{H_{máx}L_2} \right)$$

Esta igualdad puede ser leída en los siguientes términos: si L₁ es mayor a L₂ y se obtienen los respectivos H_{máx}, las veces de incremento de C_{máx} es igual al producto de las veces de incremento de L por las veces de incremento de H_{máx}.

- d) El ancho del bloque edificado A y el CUS se comportan como F y H_{máx}. Finalmente, por las condiciones establecidas en el modelo matemático, el COS es constante, al igual que la relación A/F.

7) Conclusión General

Lo expuesto a lo largo de este modelo pone en evidencia que para una superficie de lote cualquiera, su mayor capacidad de acogida de superficies de construcción de edificaciones, se produce cuando él es de forma cuadrada.

Esta potencialidad de los lotes cuadrados, se evidencia en que para alcanzar $C_{\text{máx}}$ de un lote cuadrado en uno de forma rectangular, manteniendo $H_{\text{máx}}$, se requiere que éste sea de una superficie mayor; lo que se puede demostrar calculando en relación a una determinada superficie de lote L de forma cuadrada, la máxima superficie de construcción por piso mediante $C_{\text{máx}}/H_{\text{máx}}$ y a través de la siguiente igualdad, las superficies de lotes requeridas para proporciones fondo/frente (f/F) distintas y mayores a 1:

$$(F - 3H_{\text{máx}})(nF - 3H_{\text{máx}}) = \frac{C_{\text{máx}}}{H_{\text{máx}}}$$

en la que:

n = número de veces que el fondo es mayor al frente

nF = f

para despejar F se tiene:

$$nH_{\text{máx}}F^2 - 3H_{\text{máx}}^2(1+n)F + (9H_{\text{máx}}^3 - C_{\text{máx}}) = 0$$

a resolver mediante:

$$F = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$F = \frac{3H_{\text{máx}}^2(1+n) + \sqrt{9H_{\text{máx}}^4(1+n)^2 - 36H_{\text{máx}}^4 + 4nH_{\text{máx}}C_{\text{máx}}}}{2nH_{\text{máx}}}$$

Puesto que $L = nF^2$, una vez conocidos F y n , esto es, la relación f/F , es posible determinar la superficie del lote.

Así, si para el caso de $L = 10\,000\text{ m}^2$ se toma la información del Cuadro N° 1: $C_{\text{máx}} = 49\,382,7\text{ m}^2$ y $H_{\text{máx}} = 11,1$ pisos, y se calcula la superficie de construcción por piso, esto es: $C_{\text{máx}}/H_{\text{máx}}$, se obtiene $4\,448,89\text{ m}^2$.

Para alcanzar esta última superficie en lotes con $f/F = 1,5; 2; 2,5$ y 3 , se requiere que éstos sean de $10\,208$, $10\,620$, $11\,111$ y $11\,637\text{ m}^2$, respectivamente. Manteniendo este orden, los incrementos respecto de la superficie de $10\,000\text{ m}^2$, son los siguientes: $2,1$; $6,2$; $11,1$ y $16,4\%$. Ver Cuadro N° 2. El esquema adjunto grafica la variación de la relación f/F y el aumento de L .

En el mismo cuadro y con el ánimo de ratificar la validez de las conclusiones anteriores, se ha procedido a determinar para la misma superficie de construcción $C_{\text{máx}} = 49\,382,7\text{ m}^2$ las superficies de lotes requeridas –incluyendo aquellos con la relación $f/F = 1$ –, cuando se incrementa y disminuye $H_{\text{máx}}$ en un piso: $H_{\text{máx}} + 1$ y $H_{\text{máx}} - 1$, y por lo tanto las superficies de construcción por piso son: $C_{\text{máx}}/H_{\text{máx}} + 1 = 4\,081,21\text{ m}^2$ y $C_{\text{máx}}/H_{\text{máx}} - 1 = 4\,889,38\text{ m}^2$.

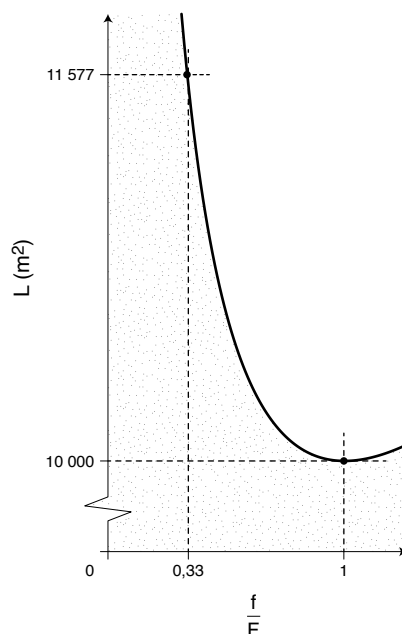
CUADRO N° 2

Superficie de L, por superficie del emplazamiento de la edificación y según relación f/F , para $C_{\text{máx}} = 49\,382,7 \text{ m}^2$ y $H_{\text{máx}} = 11,1$ pisos ⁽¹⁾.

$\frac{f}{F}$	Superficie del emplazamiento de la edificación					
	$\frac{C_{\text{máx}}}{H_{\text{máx}}}$		$\frac{C_{\text{máx}}}{H_{\text{máx}} + 1}$		$\frac{C_{\text{máx}}}{H_{\text{máx}} - 1}$	
	L	% INC (2)	L	% INC	L	% INC
1	10 000	0,0	10 038	0,4	10 044	0,4
1,5	10 208	2,1	10 275	2,8	10 225	2,2
2	10 620	6,2	10 748	7,5	10 584	5,8
2,5	11 111	11,1	11 311	13,1	11 009	10,1
3	11 638	16,4	11 917	19,2	11 465	14,6

⁽¹⁾ Datos del Cuadro N° 1

⁽²⁾ INC: incremento



Los resultados indican que en general todas las superficies aumentan, más cuando se trata de $H_{\text{máx}} + 1$ y por tanto menos al considerar $H_{\text{máx}} - 1$, con excepción de la relación $f/F = 1$; pero al igual que para $H_{\text{máx}}$, conforme la relación f/F va en aumento y por tanto el fondo es cada vez mayor al frente, la superficie del lote muestra incrementos notorios, tanto para $H_{\text{máx}} + 1$ —de $10\,038 \text{ m}^2$ a $11\,917 \text{ m}^2$ —, como para $H_{\text{máx}} - 1$ —de $10\,044 \text{ m}^2$ a $11\,465 \text{ m}^2$ —.

Finalmente amerita destacar nuevamente la potencialidad para la construcción de los lotes cuadrados, es decir cuando $f/F = 1$, observando los casos de $H_{\text{máx}} + 1$ y $H_{\text{máx}} - 1$, pues en éstos los incrementos de la superficie del lote son muy pequeños: 37 m^2 (0,3%), al aumentar un

piso –incidencia vertical de $C_{\text{máx}}$ en la superficie del lote–, y 45 m^2 (0,4%) al disminuir un piso –incidencia horizontal de $C_{\text{máx}}$ en la superficie del lote–. Pero más todavía, los datos anteriores indican que a diferencia de las proporciones f/F mayores a 1, en ésta el incremento de L es menor cuando aumenta el número de pisos que cuando disminuye; asunto que se ratifica si se calcula L para $H_{\text{máx}} + 2$ y $H_{\text{máx}} - 2$, pues los resultados son: $10\,140 \text{ m}^2$ y $10\,194 \text{ m}^2$, respectivamente, y los incrementos 1,4% y 1,9%.

Así, estas propiedades de los lotes cuadrados son importantísimas y deben ser consideradas en la formulación de los instrumentos de ordenación urbanística, particularmente en las determinaciones relacionadas con el dimensionamiento de los lotes, la superficie de construcción y la altura de la edificación, por sus incidencias en el paisaje urbano, las condiciones de habitabilidad y los costos de construcción.

Modelos A4

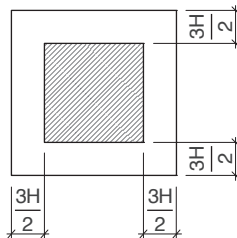
Establecimiento para una unidad espacial, con sustento en los Modelos A3, de la superficie mínima del lote de forma cuadrada, la correspondiente altura de la edificación y su aprovechamiento con la implantación de la edificación aislada, conocida la superficie de construcción

Se mantienen las condiciones en cuanto a la implantación de la edificación y los retiros.

Tal superficie de construcción puede ser, por ejemplo, el producto de la dotación de esta superficie por unidad de vivienda, por el número de viviendas a emplazarse en el lote.

Para el efecto se llamará:

- L = superficie de lote
- C = superficie de construcción
- H = número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
- h = altura de un piso = 3 m



Modelización

1) Cálculo de la superficie del lote

$$L = \left(\sqrt{\frac{C}{H}} + 3H \right) \left(\sqrt{\frac{C}{H}} + 3H \right)$$

por tanto:

$$L = 9H^2 + 6H\sqrt{\frac{C}{H}} + \frac{C}{H}$$

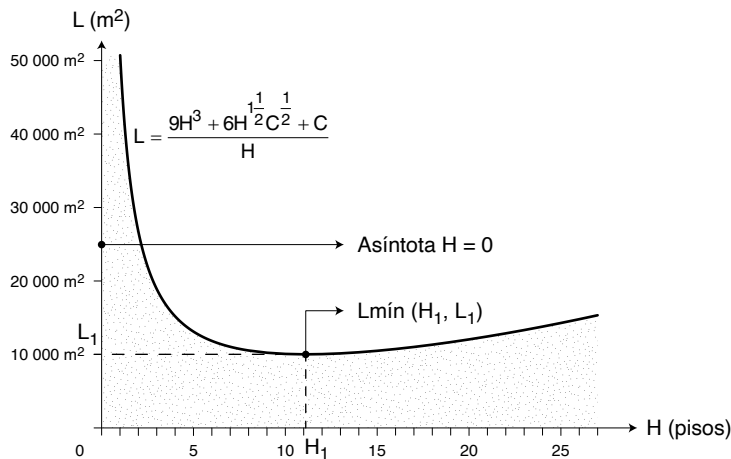
$$L = 9H^2 + 6\sqrt{H}\sqrt{C} + \frac{C}{H}$$

de donde:

$$L = \frac{9H^3 + 6H^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}} + C}{H}$$

La figura de esta ecuación se observa en el Gráfico N° 1.

GRÁFICO N° 1



2) Cálculo de la asíntota vertical

Igualando a cero el denominador se tiene $H = 0$, por tanto el eje L es la asíntota vertical. La función tiende al $+\infty$, si se revisa el $\lim_{H \rightarrow 0}$.

3) Cálculo de H en el que L es mínima

$$L = \frac{9H^3 + 6H^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}} + C}{H}$$

dividiendo para el denominador se tiene:

$$L = 9H^2 + 6H^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}} + CH^{-1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial H} = 18H + 3H^{-\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}} - CH^{-2} = 0$$

pasando al otro miembro $-CH^{-2}$ y multiplicando los dos términos por H^2 , se tiene:

$$\left(18H + 3H^{-\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}}\right)H^2 = CH^{-2}(H^2)$$

$$18H^3 + 3H^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}} = C$$

$$18H^3 + 3\sqrt{H^3}\sqrt{C} - C = 0$$

haciendo:

$$(18H^3 - C)^2 = (-3\sqrt{H^3}\sqrt{C})^2$$

se tiene:

$$324H^6 - 36H^3C + C^2 = 9H^3C$$

$$36H^6 - 5H^3C + \frac{C^2}{9} = 0$$

Asumiendo $H^3 = M$ y aplicando:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

se determina que H en el cual L es mínima, puede calcularse así:

$$36M^2 - 5CM + \frac{C^2}{9} = 0$$

y,

$$M = \frac{5C - \sqrt{(5C)^2 - 144\frac{C^2}{9}}}{72}$$

en consecuencia:

$$H = \sqrt[3]{\frac{5C - \sqrt{(5C)^2 - 16C^2}}{72}}$$

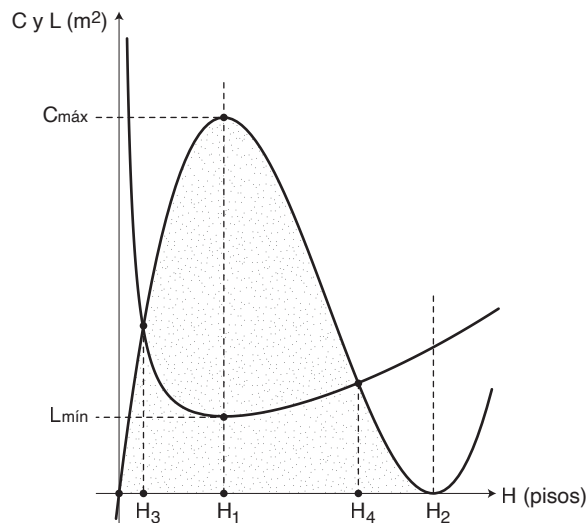
$$H = \sqrt[3]{\frac{5C - \sqrt{25C^2 - 16C^2}}{72}}$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{C}{36}}$$

Si en la ecuación resultante $C = 49\,382,7 \text{ m}^2$, máxima superficie de construcción determinada para el $L = 10\,000 \text{ m}^2$ en los Modelos A3 en función de las condiciones establecidas, se obtiene el mismo valor de H calculado en ella, esto es: 11,1 pisos; cuestión que amerita profundizar el análisis.

4) Análisis de las ecuaciones centrales de los Modelos A3, Opción c) y Modelos A4

De la confrontación de las ecuaciones centrales de este modelo y de los Modelos A3, Opción c) se tiene el esquema adjunto y de su análisis se desprende que:



- a) El número de pisos en el que L alcanza la superficie de construcción $C_{\text{máx}}$, es el mismo en que L se vuelve $L_{\text{mín}}$ para esta misma superficie. Es decir si:

$$H_1 = \text{abscisa del máximo} = \frac{12\sqrt{L} - \sqrt{(-12\sqrt{L})^2 - 108L}}{54}$$

y,

$$H_1 = \text{abscisa del mínimo} = \sqrt[3]{\frac{C}{36}}$$

entonces:

$$\frac{12\sqrt{L} - \sqrt{(-12\sqrt{L})^2 - 108L}}{54} = \sqrt[3]{\frac{C}{36}}$$

- b) Por tanto, dadas unas determinantes para los retiros de una edificación a emplazarse en un lote de forma cuadrada, resulta que la máxima superficie de construcción que éste puede admitir, tiene al mismo lote como la menor superficie para acogerla.
- c) Por una parte a partir de H_1 , si H disminuye y L se mantiene constante, C disminuye, y asimismo si H disminuye y C se mantiene constante, L aumenta.
- d) Por otra, a partir de H_1 , si H aumenta y L se mantiene constante, C igualmente disminuye, pero a un ritmo similar; y, asimismo si H aumenta y C se mantiene constante, L aumenta, empero lo hace a un ritmo mucho menor, lo que ratifica la ya comentada potencialidad para la construcción de los lotes cuadrados.
- e) Los puntos H_3 y H_4 son de intersección de las dos funciones, por tanto, en ellos se cumple que las superficies del lote y construcción son iguales:

$$\frac{9H^3 + 6H^{\frac{1}{2}}C^{\frac{1}{2}} + C}{H} = \frac{9H^3\sqrt{L} - 6H^2L + LH\sqrt{L}}{\sqrt{L}}$$

- f) Las ecuaciones de los Modelos A3, Opción c) y Modelos A4 y en las condiciones impuestas para los retiros de las edificaciones, permiten calcular para un lote cuadrado cualquiera, la máxima superficie de construcción que pueda receptor; y a la vez, conocida una superficie de construcción cualquiera, la mínima superficie de lote cuadrado necesaria para acogerla.

Modelos A5

Comportamiento del suelo libre de edificación y de la superficie de construcción, con la implantación de la edificación en altura

La implantación de las edificaciones será aislada y la separación entre ellas igual a su altura. La superficie de construcción será considerada en la función que determina el coeficiente de utilización del suelo – CUS.

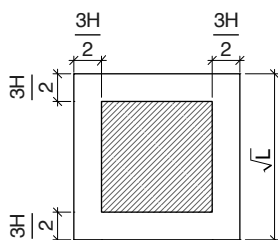
La llamada “edificación en altura”, casi siempre ha sido justificada porque simultáneamente permite en un lote determinado, incrementar el suelo libre de edificación y la superficie de construcción, y tratándose del uso vivienda, la densidad poblacional. No obstante, algunos estudios han tenido un enfoque parcial de esta forma de asentamiento en la perspectiva señalada, al limitarse a estudiar el primer beneficio, esto es, el incremento del suelo libre de edificación, manteniendo constante la superficie de construcción.

En rigor, estos beneficios que procura la edificación en altura y que en conjunto apuntan también a incidir positivamente en la extensión de las ciudades y en los costos de urbanización y servicios públicos, deben ser estudiados determinando la variación que experimenta la mayor superficie de construcción que puede receptor un lote conforme se incrementa el número de pisos de la edificación; obviamente, considerando una cierta distancia entre bloques edificados en función del número de pisos y por tanto con un límite que impone el tamaño y forma del lote.

Como en otros modelos de esta obra y con cargo a sus resultados, este supone que el lote es cuadrado, que su superficie es conocida y se mantiene constante, y que el tipo de implantación de la edificación es aislada.

Para el efecto se llamará:

- L = superficie del lote
 C = superficie de construcción
 SL = suelo libre expresado en números relativos
 H = número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
 h = altura de un piso = 3 m
 COS = coeficiente de ocupación del suelo. Relaciona a la superficie del emplazamiento de la edificación existente o prevista para un lote, con la superficie de éste y se expresa en números relativos. Por tanto, COS = superficie del emplazamiento de la edificación (100)/L.
 CUS = coeficiente de utilización del suelo. Relaciona a la superficie de construcción existente o prevista para un lote, con la superficie de éste, y se expresa en números relativos. Por tanto, CUS = C (100)/L.



Modelización

Parte 1: Comportamiento del suelo libre de edificación

1. Cálculo de SL

De la ilustración antes expuesta se desprende que:

$$SL = 100 - \frac{(\sqrt{L} - 3H)^2}{L}(100)$$

por tanto:

$$SL = 100 - \frac{(L - 6\sqrt{L}H + 9H^2)}{L}(100)$$

así:

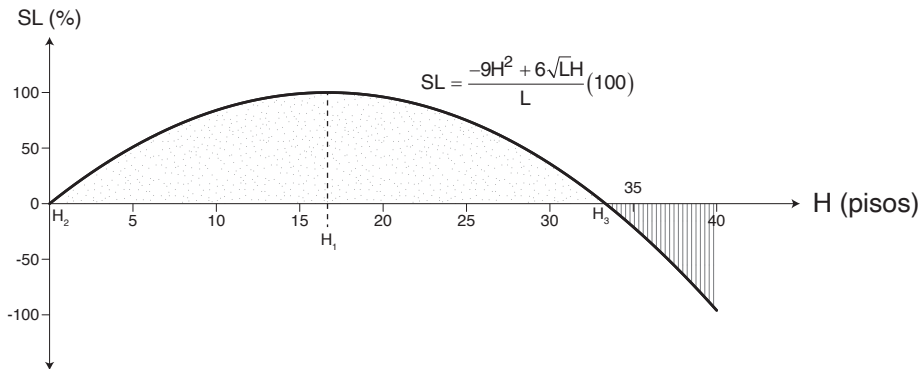
$$SL = \frac{-9H^2 + 6\sqrt{L}H}{L}(100)$$

Su expresión se observa en el Gráfico N° 1.

Del gráfico en mención y en principio, se deduce que conforme se incrementa la altura de la edificación aumenta la superficie de suelo libre hasta llegar al 100%; alcanzado este máximo, así se incrementa H, SL disminuye hasta volverse cero, como en el origen. No obstante, en ninguno de estos puntos, esto es, cuando SL = 0, la función cumple una de las condiciones de partida,

esto es, el emplazamiento de una edificación con el tipo de implantación aislada. A su vez, $SL = 100\%$ tampoco cumple la condición básica, esto es, la existencia de un bloque edificado.

GRÁFICO N° 1



2. Cálculo de la abscisa H , en la que SL alcanza el máximo

$$\frac{\partial SL}{\partial H} = \frac{L(-1800H + 600\sqrt{L}) - (-900H^2 + 600\sqrt{L}H)0}{L^2}$$

por consiguiente:

$$\frac{\partial SL}{\partial H} = \frac{-1800H + 600\sqrt{L}}{L}$$

igualando a cero y resolviendo se tiene:

$$H_1 = \frac{\sqrt{L}}{3}$$

Así, $SL = 100\%$, se produce cuando H es igual a la tercera parte del frente del lote.

3. Cálculo de las abscisas H , en las que SL es igual a cero

Igualando a cero la función que calcula SL , se tiene:

$$\frac{-900H^2 + 600\sqrt{L}H}{L} = 0$$

$$H(3H - 2\sqrt{L}) = 0$$

por lo que:

$$H = 0; \text{ y}$$

$$3H - 2\sqrt{L} = 0$$

$$H = \frac{2\sqrt{L}}{3}$$

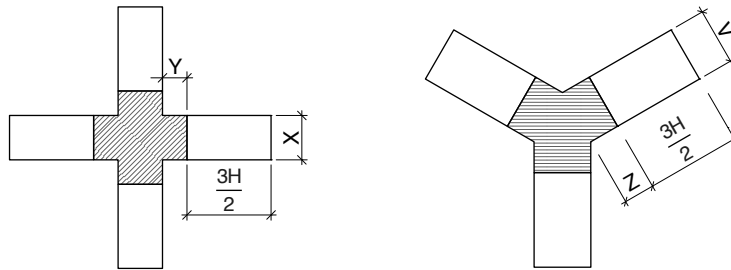
en consecuencia:

$$H_2 = 0$$

$$H_3 = \frac{2\sqrt{L}}{3}$$

Las abscisas antes determinadas permiten señalar:

- Que la curva es simétrica, pues H_3 , es el doble de H_1 , abscisa que corresponde al máximo.
- Que el dominio de la función desde H_1 hasta H_3 , no cumple las condiciones impuestas. Efectivamente, en dicho campo de existencia el lote abandona la forma cuadrada, pues el incremento de H conlleva a que la suma de los retiros $-3H-$, sea superior a la dimensión de su lado. Por tanteo, se ha podido establecer que en este dominio el lote y la edificación deben asumir formas como las que constan en las ilustraciones adjuntas, seguramente entre otras, para que se cumplan condiciones como el porcentaje de suelo libre que le corresponde al lote.



4. La intensidad con la que se produce la recuperación de suelo libre

Para el efecto vale tomar nuevamente la primera derivada $f'(x)$ de la función que calcula SL y que permitió calcular el máximo y mínimo relativos:

$$\frac{\partial SL}{\partial H} = \frac{-1\,800H + 600\sqrt{L}}{L}$$

Su expresión se observa en el Gráfico N° 2, mismo que demanda las siguientes apreciaciones:

- Alcanzando en $H = 0$ un determinado valor, la pendiente disminuye hasta volverse cero cuando la función alcanza su máximo, vale decir, cuando $H_1 = \sqrt{L}/3$; luego tiende a incrementarse conforme aumenta H , pero este comportamiento corresponde al campo de existencia que no cumple las condiciones impuestas.
- La intensidad de cambio instantánea o razón instantánea de cambio, va disminuyendo de $H = 0$ hasta $H_1 = \sqrt{L}/3$, en la que se vuelve cero. Así, con fines ilustrativos, cuando $L = 2\,500\text{ m}^2$ y H es igual a 0, 5, 10, 15 y 16,666 (H_1), $\partial SL/\partial H$ es igual a su vez a 12; 8,4; 4,8; 1,2; y, 0% de suelo libre, respectivamente.
- Portanto, son en los primeros pisos—en el ejemplo los cinco iniciales, aproximadamente—, los que procuran los mayores porcentajes de suelo libre, pues éstos luego disminuyen

drásticamente –en el ejemplo nuevamente, pasados los diez pisos–. En consecuencia y desde esta perspectiva, la edificación en altura tiene límites en números de pisos muy menores a los justificados con este propósito.

- d) Por su parte, la intensidad de cambio promedio o razón promedio de cambio, es otro de los análisis que debe efectuarse en relación a la intensidad con la que se produce la recuperación de suelo libre, en el caso del ejemplo entre $H = 0$ y $H = 16,666$, puede calcularse de la siguiente forma:

$$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

Haciendo entonces $x_1 = 0$ y $\Delta x = (16,666 - 0) = 16,666$; se tiene:

$$f(x_1 + \Delta x) = \frac{-9(0 + 16,666)^2 + 6(50)(0 + 16,666)}{2\,500}(100) = 100$$

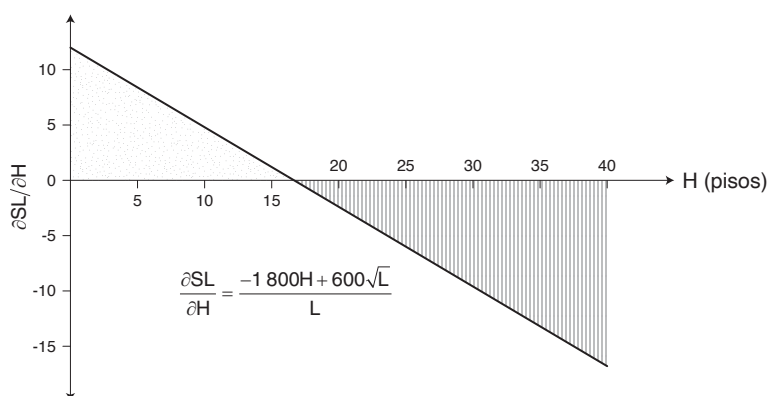
y,

$$f(x_1) = \frac{-9(0)^2 + 6(50)(0)}{2\,500}(100) = 0$$

Por tanto, la intensidad de cambio promedio es igual a $(100 - 0)/16,666 = 6\%$ de suelo libre, promedio que se halla cerca de la intensidad de cambio inmediata correspondiente a 8 pisos –6,96% de suelo libre–, y que ratifica lo expuesto sobre las limitaciones de la “edificación en altura”, operativamente la superior a diez pisos, en la recuperación de suelo libre.

- e) En lo concreto, si se calcula la intensidad de cambio promedio entre $H = 1$ y $H = 16$, por tanto, $x_1 = 1$ y $\Delta x = (16 - 1) = 15$, ella es igual a 5,88%; disminuyendo muy ligeramente.

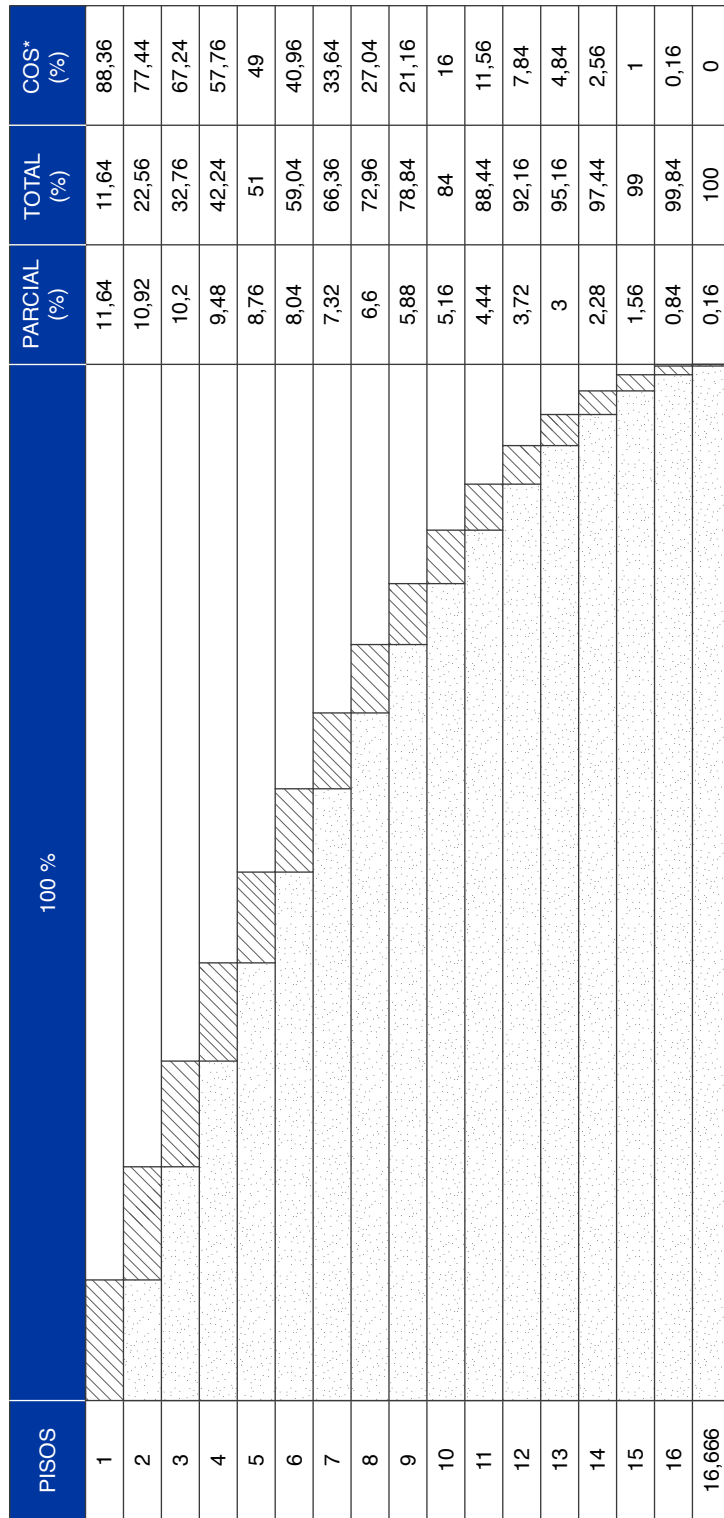
GRÁFICO N° 2



Con fines ilustrativos se ha preparado el Gráfico N° 3, mismo que expresa de manera más comprensible como se produce la recuperación de suelo libre en números relativos, diferenciando la recuperación parcial –la perteneciente a cada número de pisos–, y la acumulada. Se calcula también el coeficiente de ocupación del suelo (COS).

GRÁFICO N° 3

Recuperación de suelo libre en un lote de forma cuadrada y con la edificación aislada, manteniendo entre bloques edificados una separación igual a su altura.



Ratificando el análisis efectuado de la derivada de la función que calcula SL, la recuperación parcial partiendo de un máximo en un piso, va disminuyendo conforme aumenta el número de pisos, pudiendo estimarse como “importantes” las que se producen hasta seis pisos, “medias” entre esta altura y once pisos, y “bajas” las correspondientes a las alturas mayores hasta aquella en la que ya no existe edificación.

Parte 2: Comportamiento de la superficie de construcción

1. Cálculo de la superficie de construcción

En la medida que la recuperación de suelo libre no puede ser el único criterio urbanístico a tener presente en la definición de la altura de la edificación en un lote determinado –pues acercarse a la condición “óptima”, por ejemplo, sería considerar los porcentajes de SL muy cercanos al 100%, cuestión inviable en varios otros órdenes a más del urbanístico propiamente dicho–, justifica estudiar concurrentemente el comportamiento de la superficie de construcción.

Al respecto, el CUS o coeficiente de utilización del suelo, es sin duda el indicador más idóneo para estudiar tal comportamiento, habida cuenta que también SL ha sido investigada en términos relativos.

Así, de conformidad con el esquema gráfico de partida, se tiene que:

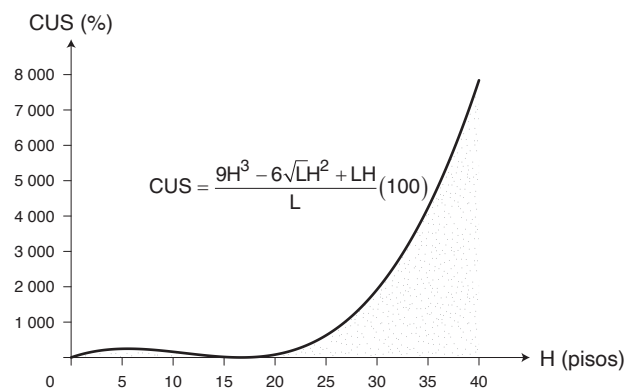
$$CUS = \left[\frac{(\sqrt{L} - 3H)^2 H}{L} \right] 100$$

resolviendo:

$$CUS = \frac{9H^3 - 6\sqrt{L}H^2 + LH}{L} (100)$$

La expresión de esta función se presenta en el Gráfico N° 4:

GRÁFICO N° 4

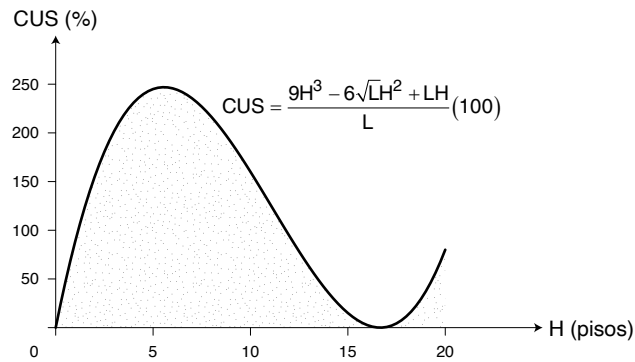


Como se observará, el CUS partiendo de cero alcanza un máximo, después desciende hasta que el eje H es tangente, volviéndose nuevamente cero, y luego crece, si H también lo hace. Todo indica que el referido punto de tangencia corresponde al punto en el que SL alcanza el máximo, configurándose seguidamente un campo de existencia que no cumple las condiciones

de partida. No obstante, en ninguno de los puntos en los que el CUS = 0, la función observa la condición del emplazamiento de un bloque edificado.

Para apreciar de mejor manera el comportamiento del CUS en el campo de existencia que interesa, se ha preparado el Gráfico N° 5.

GRÁFICO N° 5



2. Cálculo de las abscisas H, en la que el CUS alcanza el máximo y mínimo

$$\frac{\partial \text{CUS}}{\partial H} = \frac{(2700H^2 - 1200\sqrt{L}H + 100L)L - 0}{L^2}$$

por tanto:

$$\frac{\partial \text{CUS}}{\partial H} = \frac{2700H^2 - 1200\sqrt{L}H + 100L}{L}$$

igualando a cero, se tiene:

$$\frac{2700H^2 - 1200\sqrt{L}H + 100L}{L} = 0$$

por consiguiente:

$$27H^2 - 12\sqrt{L}H + L = 0$$

Ecuación a resolverse mediante: $H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

por tanto:

$$H = \frac{12\sqrt{L} \pm \sqrt{36L}}{54}$$

entonces:

$$H_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{L}}{9} = H_1$$

$$H_{\text{mín}} = \frac{\sqrt{L}}{3} = H_2$$

Debe destacarse entonces que la abscisa $\sqrt{L}/3$, corresponde tanto al máximo de SL, como al mínimo del CUS.

3. Cálculo de las abscisas H, en la que el CUS es igual a cero

Igualando a cero la función que determina el CUS, se tiene:

$$\frac{900H^3 - 600\sqrt{L}H^2 + 100LH}{L} = 0$$

$$9H^3 - 6\sqrt{L}H^2 + LH = 0$$

Factorizando, se pueden extraer las raíces:

$$H(9H^2 - 6\sqrt{L}H + L) = 0$$

en consecuencia:

$$H = 0 = H_3$$

A su vez, $9H^2 - 6\sqrt{L}H + L = 0$, puede resolverse mediante: $H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; por lo que:

$$H = \frac{6\sqrt{L} \pm 0}{18}$$

por tanto:

$$H = \frac{\sqrt{L}}{3} = H_4$$

Así, mientras $H_3 = 0$ corresponde al origen, $H_4 = \sqrt{L}/3$ es la abscisa del punto de tangencia de la gráfica de la función que calcula el CUS con el eje H, y a la vez del mínimo.

4. La intensidad con la que se produce el incremento del CUS

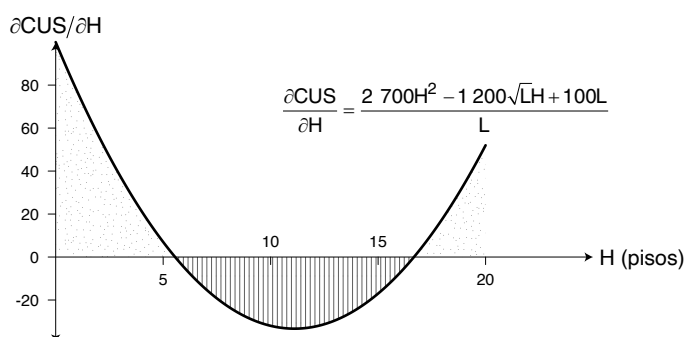
Asimismo, tomando nuevamente la primera derivada $f'(x)$ de la función que calcula el CUS y que permitió calcular el máximo y mínimo relativos:

$$\frac{\partial \text{CUS}}{\partial H} = \frac{2\,700H^2 - 1\,200\sqrt{L}H + 100L}{L}$$

Su expresión se observa en el Gráfico N° 6, mismo que demanda las siguientes apreciaciones:

- Alcanzando en $H = 0$ un determinado valor, la pendiente disminuye mientras aumenta H , volviéndose cero en $H_1 = \sqrt{L}/9$ —esto es, cuando el CUS alcanza su máximo—, y menor a cero; luego se altera la tendencia y retorna a cero en $H_2 = \sqrt{L}/3$, vale decir cuando el CUS es mínimo. De hecho, el comportamiento posterior a H_1 corresponde al campo de existencia que no cumple las condiciones impuestas.
- Por tanto, la intensidad de cambio instantánea o razón instantánea de cambio, va disminuyendo de $H = 0$ hasta $H_1 = \sqrt{L}/3$, en la que se vuelve cero. Así, y con fines ilustrativos, cuando $L = 2\,500\text{ m}^2$ y H es igual a 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 5,555 (H_1), $\partial\text{CUS}/\partial H$ es igual a su vez a 100; 77,08; 56,32; 37,72; 21,28; 7; y, 0% de CUS, respectivamente.

GRÁFICO N° 6



- Por tanto, nuevamente son en los primeros pisos, pero en un intervalo más estrecho —en el ejemplo tres pisos aproximadamente y a lo sumo cuatro—, los que procuran los mayores porcentajes de CUS o superficie de construcción, pues éstos luego disminuyen drásticamente —en el ejemplo pasados los cuatro pisos—. En consecuencia y desde las condiciones impuestas, la edificación en altura tiene límites en números de pisos muy menores a los justificados con esta finalidad.
- Por su parte, la intensidad de cambio promedio o razón promedio de cambio, es otro de los análisis que debe cumplirse en relación a la intensidad con la que se causa el incremento de la superficie de construcción, en el ejemplo entre $H = 0$ y $H = 5,555$, puede calcularse de la siguiente forma:

$$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

Haciendo entonces $x_1 = 0$ y $\Delta x = (5,555 - 0) = 5,555$, se tiene:

$$f(x_1 + \Delta x) = \frac{9(0 + 5,555)^3 - 6(50)(0 + 5,555)^2 + 2\,500(0 + 5,555)}{2\,500} (100)$$

$$f(x_1 + \Delta x) = 246,9$$

$$f(x_1) = \frac{9(0)^3 - 6(50)(0)^2 + 2\,500(0)}{2\,500} (100) = 0$$

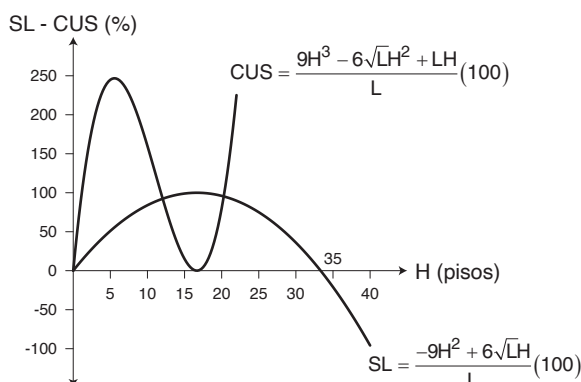
Por tanto, la intensidad de cambio promedio es igual a $(246,9 - 0)/5,555 = 44,44\%$ de superficie de construcción o CUS, promedio que se halla entre las intensidades de cambio inmediatas correspondientes a 3 y 4 pisos $-56,32$ y $37,72\%$ de superficie de construcción o CUS, respectivamente–, y que ratifica vigorosamente lo expuesto sobre las limitaciones de la “edificación en altura”, operativamente la superior a diez pisos, en el incremento de la superficie de construcción.

- e) En lo concreto, si se calcula la intensidad de cambio promedio entre $H = 1$ y $H = 5$, por tanto $x_1 = 1$ y $\Delta x = (5 - 1) = 4$, ella es igual a $35,67\%$; disminuyendo algo menos del 10% .

Parte 3: Análisis integrado de las funciones que calculan en términos relativos el comportamiento de las superficies libre y de construcción

Procede este estudio a fin de obtener las conclusiones que permitan la aprehensión conjunta de las implicaciones de la “edificación en altura” en la recuperación de suelo libre y en el incremento de la superficie de construcción. Para el efecto se ha preparado el Gráfico N° 7, de cuyo análisis se determina que:

GRÁFICO N° 7



- a) Si en $H_1 = \sqrt{L}/9$ el CUS alcanza el máximo, conviene conocer el valor de SL en esta abscisa, para lo cual:

$$SL = \frac{-9\left(\frac{\sqrt{L}}{9}\right)^2 + 6\sqrt{L}\left(\frac{\sqrt{L}}{9}\right)}{L}(100)$$

por tanto: $SL = 55,55\%$

- b) Lo expuesto significa que en el número de pisos en el cual la superficie de construcción alcanza su máximo, el suelo libre recuperado llega a algo más de la mitad de la superficie del lote, concretamente a $55,55\%$; esto independientemente del tamaño del lote.

- c) Determinando en la función que calcula el CUS, su valor cuando alcanza el máximo en $H_1 = \sqrt{L}/9$, se tiene:

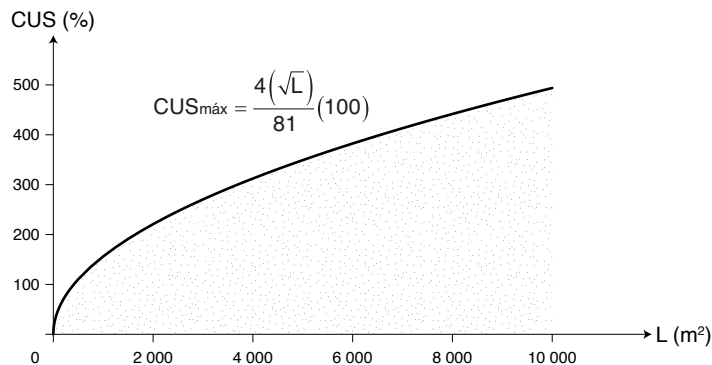
$$CUS_{\text{máx}} = \frac{9\left(\frac{\sqrt{L}}{9}\right)^3 - 6\sqrt{L}\left(\frac{\sqrt{L}}{9}\right)^2 + L\left(\frac{\sqrt{L}}{9}\right)}{L}(100)$$

por ende:

$$CUS_{\text{máx}} = \frac{4(\sqrt{L})}{81}(100)$$

La función anterior significa que conforme aumenta el tamaño del lote, también aumenta el $CUS_{\text{máx}}$, pero en este punto la recuperación de suelo libre siempre será 55,55%. Su comportamiento se observa en el Gráfico N° 8.

GRÁFICO N°8



- d) Las curvas se intersectan en tres puntos –incluyendo el origen-, y sus abscisas pueden establecerse igualando las funciones que calculan SL y CUS; por tanto:

$$\frac{-9H^2 + 6\sqrt{L}H}{L}(100) = \frac{9H^3 - 6\sqrt{L}H^2 + LH}{L}(100)$$

resolviendo,

$$-9H^3 + H^2(6\sqrt{L} - 9) + H(6\sqrt{L} - L) = 0$$

Factorizando, se pueden extraer las raíces:

$$H[-9H^2 + H(6\sqrt{L} - 9) + (6\sqrt{L} - L)] = 0$$

por consiguiente:

$H = 0$, que corresponde al origen.

A su vez, $-9H^2 + H(6\sqrt{L} - 9) + (6\sqrt{L} - L) = 0$, es una ecuación a resolverse por:

$$H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

por lo que:

$$H = \frac{-6\sqrt{L} + 9 \pm \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{-18}$$

de este modo:

$$H_2 = \frac{-6\sqrt{L} + 9 + \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{-18}$$

$$H_3 = \frac{-6\sqrt{L} + 9 - \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{-18}$$

e) Como ya se insinuó, $H_4 = \sqrt{L}/3$ es la abscisa de SL máxima, igual a 100%, y de CUS mínima, igual a cero.

f) H_2 y H_3 , no son equidistantes de H_4 , pues $H_4 - H_2 \neq H_3 - H_4$, porque:

$$H_4 - H_2 = \frac{9 + \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{18}$$

y,

$$H_3 - H_4 = \frac{-9 + \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{18}$$

g) Por este motivo, los valores de SL y CUS en las abscisas H_2 y H_3 , no son iguales, pero son próximos al máximo: 100%. Sus expresiones son:

$$SL(H_2) = CUS(H_2) = \frac{-9 \left[\frac{-6\sqrt{L} + 9 + \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{-18} \right]^2 + 6\sqrt{L} \left[\frac{-6\sqrt{L} + 9 + \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{-18} \right]}{L} \quad (100)$$

$$SL(H_3) = CUS(H_3) = \frac{-9 \left[\frac{-6\sqrt{L} + 9 - \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{-18} \right]^2 + 6\sqrt{L} \left[\frac{-6\sqrt{L} + 9 - \sqrt{108\sqrt{L} + 81}}{-18} \right]}{L} \quad (100)$$

En este marco y por tanto de las condiciones impuestas en cuanto a la forma del lote y distancia entre bloques edificados, las dos funciones en análisis estructuran tres campos muy diferenciados, siguiendo el eje de la variable independiente, el número de pisos:

- a) El primero que va desde el origen hasta $H_1 = \sqrt{L}/9$, en el que el CUS alcanza su máximo $= \left[4(\sqrt{L})/81 \right] 100$ y $SL = 55,55\%$. En él, el CUS crece mucho más rápidamente que SL, lo demuestran las respectivas intensidades de cambio instantáneas, así como las intensidades de cambio promedio.

$SL = 55,55\%$, es constante. Así, un lote de mayor superficie que otro cualquiera, podrá receptar una edificación de mayor altura asimismo, alcanzando la respectiva máxima superficie de construcción, pero el suelo libre recuperado en términos relativos será siempre igual a $55,55\%$.

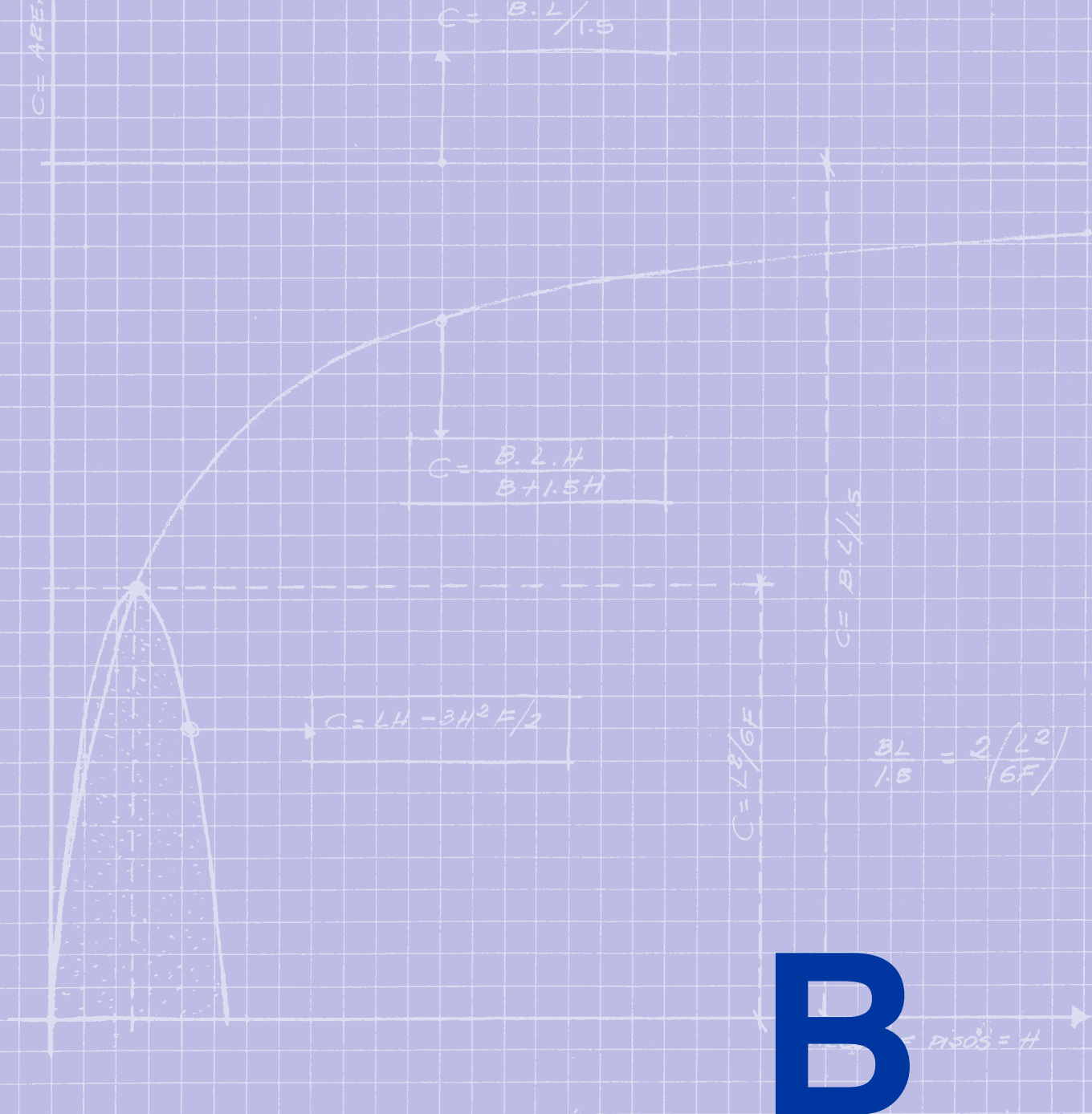
Sin duda este es el campo que procura las mejores condiciones para alcanzar el “urbanismo sostenible” y la “construcción sostenible”, pues permite la conciliación del aprovechamiento del suelo para la edificación, de las condiciones de habitabilidad y los costes del suelo y de la construcción.

- b) El segundo campo que va desde $H_1 = \sqrt{L}/9$ hasta $H_4 = \sqrt{L}/3$, en el cual el CUS descende rápidamente hasta volverse cero, en tanto que SL continúa incrementándose hasta llegar a su máximo.

En consecuencia, todo aumento de la recuperación de suelo libre supondrá aumentar el número de pisos y disminuir la superficie de construcción; cuestión que significa el incremento de los costos de suelo por unidad de superficie construida –a más de los de construcción–, y si se trata de edificaciones para el uso vivienda, un menor número de unidades y por tanto la reducción de la densidad neta de población. De todos modos y en aras de elevar SL, los primeros pisos sub-siguientes a H_1 , podrían también formar parte del campo que procura el “urbanismo y construcción sostenibles”.

En este campo se halla la primera intersección de las curvas de las funciones estudiadas, cuya abscisa ha sido identificada como H_2 . En ella el CUS es igual a SL y se cumple que por cada unidad de superficie de construcción $-m^2-$, existe una unidad de suelo libre y podría suponer la mejor condición ambiental o ecológica de la relación espacio construido / espacio libre en un lote determinado; pero ha de notarse que si bien en tal relación SL se aproxima a 100% , el CUS es significativamente menor al máximo, lo cual, por lo menos desde la perspectiva del mercado inmobiliario, le resta viabilidad financiera.

- c) Finalmente, a partir de H_4 se configura un campo de existencia de las funciones, que no cumplen las condiciones impuestas, pues el incremento de H conlleva a que la suma de los retiros $-3H-$, sea superior a la dimensión del lado del lote, obligando a que éste abandone su forma cuadrada.



**Modelización matemática del
aprovechamiento del suelo para la
edificación continua**

Modelización matemática del aprovechamiento del suelo con la edificación continua

Por la importancia que asimismo alcanza en la ciudad este tipo de implantación de la edificación, resultante de su emplazamiento en un lote o parcela de manera adosada a los linderos laterales, pudiendo mantener o no el retiro respecto a la vía de acceso —el llamado “retiro frontal”—, y en todo caso de forma obligatoria en relación al lindero posterior; en el presente subcapítulo se construyen dos grupos de modelos generales sobre esta forma de aprovechamiento de suelo urbano, que ponen su interés en la edificación sin retiro frontal.

Esta opción de aprovechamiento es abordada en términos de las siguientes variables de entrada agrupadas por similitud, mismas que se hallan repartidas entre los dos modelos dependiendo de sus características y sin detrimento de su necesaria repetición: i) con respecto al lote: **F** = frente, **f** = fondo y **n** = número de veces que **f** es mayor a **F**; y, ii) en relación a la edificación: **C** = superficie de construcción, **H** = número de pisos, **E** = superficie del emplazamiento, **B** = fondo del emplazamiento y **Rp** = retiro posterior.

Los parámetros de entrada —o “constantes”—, son los siguientes y mantienen también la repartición comentada: i) en cuanto al lote: **L** = superficie, **F** = frente y **f** = fondo; y, ii) con respecto a la edificación: **H** = número de pisos, **B** = fondo de la superficie de emplazamiento y **h** = altura de un piso.

La restricción que concierne a la longitud de los retiros y al número de pisos de la edificación y que fuera sustentada en el capítulo anterior, se mantiene en el caso de estos modelos y se aplica al retiro posterior. A esta restricción se suma la que establece una relación entre los lados del lote, en términos de que el fondo será igual o mayor al frente.

En sus facetas descriptivas y exploratorias estos modelos también pueden ser usados para analizar efectivamente el aprovechamiento del suelo urbano con este tipo de implantación de la edificación y sus distintas consecuencias ambientales, en una determinada ciudad o asentamiento, o en sus unidades espaciales: una zona, un sector y aún una manzana, y sin menoscabo de la confrontación de sus resultados. Se ha de observar en consecuencia las condiciones ya expuestas para la descripción o exploración integrada y de las porciones del área de estudio.

Se pretende entonces revisar la realidad sobre esta forma específica de ocupación del suelo de una unidad espacial, con análisis como los sugeridos en el capítulo anterior, esto es, deduciendo de la situación actual —vale decir de la información del catastro inmobiliario—, los parámetros y las restricciones antes señaladas, construyendo los modelos particulares, así como los correspondientes a otras opciones de restricción; y, por último, estableciendo los comportamientos de las variables y dando cuenta —como se ha dicho—, de su comparación.

Estas mismas dimensiones exploratorias de los modelos pueden preceder a las de planeamiento, en las siguientes situaciones, por ejemplo:

- a. Cuando en relación a la superficie de un lote medio previsto por un plan para una unidad de ordenación urbanística, se indagan diferentes alternativas de retiro posterior mínimo, por tanto de restricción, y mediante la elaboración de modelos particulares, se estudian los respectivos comportamientos matemáticos de la superficie de construcción y el número de pisos de la edificación, de las longitudes de los lados del lote y de la superficie del emplazamiento de la edificación.

La apreciación de tales opciones y el escogimiento de una —considerada como óptima—, permitirá obtener un conjunto de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que apoyarán a determinar —al igual que para la edificación aislada y para los propósitos normativos que se definan—, la máxima superficie de construcción que puede acoger el lote medio y el correspondiente número de pisos de la edificación; y, las superficies de construcción que puede receptar el lote medio con números de pisos de la edificación mayores o menores a la de la máxima superficie de construcción.

- b. Cuando un plan asigna a una unidad de ordenación urbanística una superficie para lote medio y se consideran diferentes alternativas de magnitud del retiro posterior, en consecuencia de restricciones, y a través de modelos particulares se analizan las correspondientes implicaciones matemáticas del número de veces que el fondo es mayor al frente, de la superficie de construcción y el número de pisos de la edificación, e incluso cuando varía la misma superficie del lote medio.

Asimismo, la evaluación de dichas opciones y la selección de una —considerada óptima—, generará un conjunto de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que posibilitarán fijar:

- La máxima superficie de construcción que puede acoger el lote medio, el correspondiente número de veces en las que el fondo será mayor al frente y también el número de pisos de la edificación, si el propósito de la determinación es mantener constantes estos indicadores en la unidad de ordenación urbanística.
- Las superficies de construcción que puede receptar el lote medio con el respectivo número de veces en las que el fondo será mayor al frente, menores a la de la máxima superficie de construcción, si el objetivo de la determinación es que en la referida unidad varíen estos indicadores y se mantenga constante la altura de la edificación, creando un intervalo cerrado que puede o no incluir a la superficie máxima. Tales superficies serán las “máximas” para cada número de veces en las que el fondo del lote es mayor al frente, comprendido en el intervalo seleccionado.

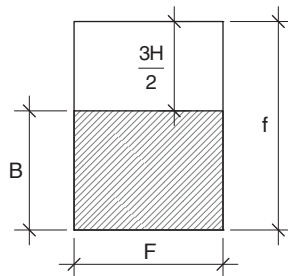
Modelos B1

Aprovechamiento del lote medio de una unidad espacial, conocida su superficie, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal

El retiro posterior deberá ser igual a la mitad de la altura de las edificaciones, por lo que la distancia entre éstas será igual a su altura.

Para el efecto se llamará:

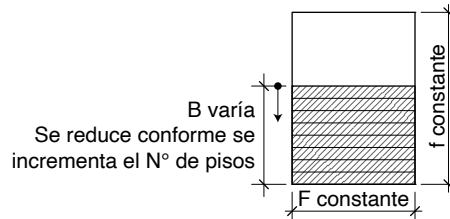
- L = superficie del lote
- F = frente del lote
- f = fondo del lote
- C = superficie de construcción
- B = fondo del emplazamiento de la edificación
- E = superficie del emplazamiento de la edificación
- H = número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
- h = altura de un piso = 3 m



Modelización

Opción a)

Se mantienen las longitudes de los lados del lote y varía la superficie y el fondo del emplazamiento de la edificación.



1) Cálculo de la superficie de construcción = C

$$C = F \left(f - \frac{3H}{2} \right) H$$

pero: $f = L/F$

$$C = F \left(\frac{L}{F} - \frac{3H}{2} \right) H$$

$$C = LH - \frac{3H^2 F}{2}$$

2) Cálculo de la abscisa en el que C alcanza su máximo

$$\frac{\partial C}{\partial H} = L - 3HF = 0$$

$$L = 3HF$$

$$H = \frac{L}{3F}$$

Por su parte:

$$C_{\text{máx}} = L \left(\frac{L}{3F} \right) - \frac{3 \left(\frac{L}{3F} \right)^2 F}{2}$$

$$C_{\text{máx}} = \frac{L^2}{6F}$$

3) Cálculo de los puntos H en los cuales C = 0

$$C = LH - \frac{3H^2 F}{2}$$

$$H = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$H = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 0}}{2 \left(\frac{3F}{2} \right)}$$

$H_a = 2L/3F$ y $H_b = 0/3F = 0$. Ambos resultados son válidos.

Finalmente, la superficie del emplazamiento será igual a:

$$E = F \left(f - \frac{3H}{2} \right)$$

$$\frac{\left(\frac{L}{3F}\right)^3}{2} = \frac{f}{2}$$
$$\frac{L}{2F} = \frac{L}{2F} \quad \text{l.q.q.d. Ver gráfico N° 1}$$

El gráfico muestra la capacidad C en metros cuadrados (m^2) en función de la altura H en pisos. La curva es una parábola invertida que comienza en H_b , alcanza su valor máximo $C_{\text{máx}} = \frac{L^2}{6F}$ en $H = \frac{L}{3F}$, y termina en $H = \frac{L}{F}$. El área bajo la curva está sombreada.

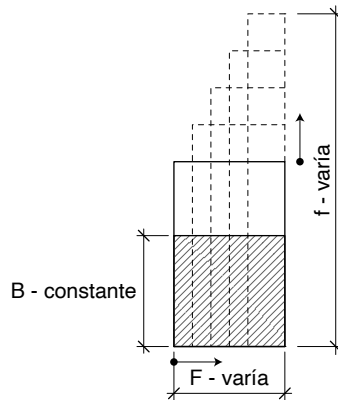
La ecuación de la curva es:

$$C = LH - \frac{3H^2 F}{2}$$

La curva es simétrica.

Opción b)

Varía la longitud de los lados del lote y en consecuencia la del frente del emplazamiento de la edificación, en tanto que el fondo de éste se mantiene constante.



1) Cálculo de la superficie de construcción C

$$C = B(F)H$$

pero:

$$F = \frac{L}{\frac{3H}{2} + B}$$

por consiguiente:

$$C = B \left(\frac{L}{\frac{3H}{2} + B} \right) H$$

$$C = \frac{BLH}{B + 1,5H}$$

2) Cálculo del límite con H tendiendo al infinito

Si en la ecuación anterior numerador y denominador se dividen por H, se tiene:

$$C = \frac{\frac{BLH}{H}}{\frac{B + 1,5H}{H}} = \frac{BL}{\frac{B}{H} + 1,5}$$

y, límite con $H \rightarrow \infty$,

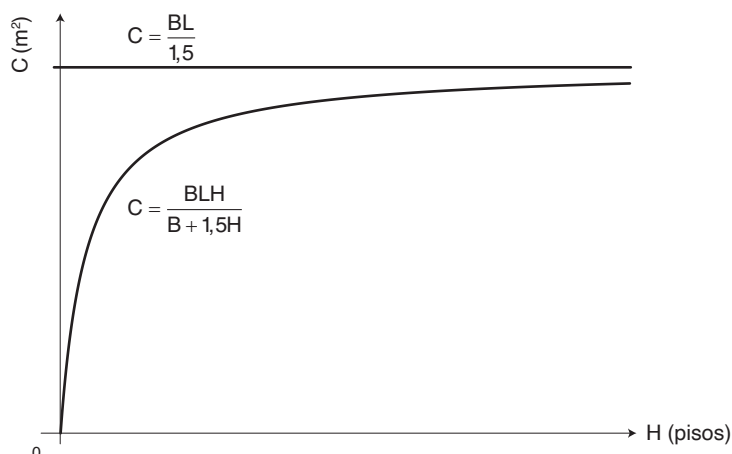
$$C = \frac{BL}{\frac{B}{\infty} + 1,5} = \frac{BL}{0 + 1,5}$$

por lo que:

$$C = \frac{BL}{1,5}$$

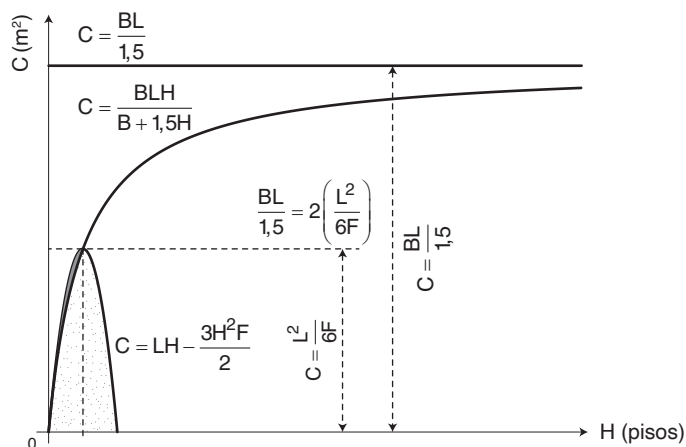
En el Gráfico N° 2 se observan las curvas correspondientes a la Opción b).

GRÁFICO N° 2



A su vez, como Gráfico N° 3 se han registrado las curvas de las dos opciones, para un mismo valor de L y fijando las longitudes F y B , de modo tal que $F = B$, a fin de conocer el comportamiento de la superficie de construcción en este caso especial.

GRÁFICO N° 3



De su análisis se desprende:

- La máxima superficie de construcción correspondiente a la opción en la cual los lados del lote se mantienen constantes y varían la superficie y el fondo del emplazamiento

de la edificación, es menor al máximo que se lograría con la opción en la cual varían los lados del lote, en consecuencia el frente del emplazamiento de la edificación y se mantiene constante su fondo. Pero este incremento sensible de la superficie de construcción se produce a costa de un incremento extraordinario en el número de pisos y con la limitación de que el máximo es inalcanzable incluso con el número de pisos tendiendo al infinito.

- b) Igualmente, cuando en las ecuaciones anteriores $B = F$, el máximo de superficie de construcción que define la asíntota $C = BL/1,5$ es igual al doble del máximo que define $C = L^2/6F$; esto es:

$$\frac{BL}{1,5} = 2 \left(\frac{L^2}{6F} \right)$$

reemplazando $B = F$

$$\frac{BL}{1,5} = 2 \left(\frac{L^2}{6B} \right)$$

de donde:

$$\frac{BL}{1,5} = \frac{L^2}{3B}$$

- c) Cuando el fondo del emplazamiento de la edificación correspondiente a $C_{\text{máx}}$ de la función $C = LH - (3H^2F)/2$, esto es $f/2$, se reemplaza como B en $C = BLH/(B + 1,5H)$, se obtienen los mismos resultados para C y H . El análisis del comportamiento de la geometría de las formas y de las propias funciones así lo demuestran. Ver Gráfico N° 3.

Modelos B2

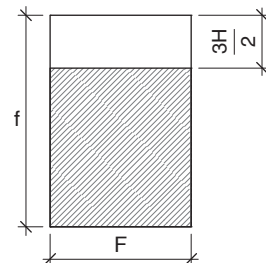
Determinación de la forma del lote medio de una unidad espacial y las proporciones entre sus lados, generadoras del mayor aprovechamiento con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal

El fondo del lote será igual o mayor al frente y el retiro posterior igual a la mitad de la altura de las edificaciones, por lo que la distancia entre éstas será igual a su altura.

Si bien se ha demostrado en los Modelos A3 que para la edificación aislada el lote de forma cuadrada procura la mayor superficie de construcción, es necesario verificar esta situación para la edificación continua sin retiro frontal, lo cual supone indagar la variación de tal superficie en el caso de lotes rectangulares configurados por distintas relaciones entre el frente y fondo.

Para el efecto se llamará:

- L = superficie del lote
- C = superficie de construcción
- F = frente del lote
- f = fondo del lote
- n = número de veces que f es mayor a F
- H = número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
- h = altura de un piso = 3 m



Modelización

1. Cálculo de C

De la ilustración adjunta se desprende que:

$$C = \left(Ff - \frac{3FH}{2} \right) H$$

$$C = FfH - \frac{3FH^2}{2}$$

Puesto que $f = nF$, entonces:

$$(F)(nF) = L$$

y,

$$F = \sqrt{\frac{L}{n}}$$

en consecuencia:

$$C = \left(\sqrt{\frac{L}{n}} \right) \left(n \sqrt{\frac{L}{n}} \right) H - \frac{3 \left(\sqrt{\frac{L}{n}} \right) H^2}{2}$$

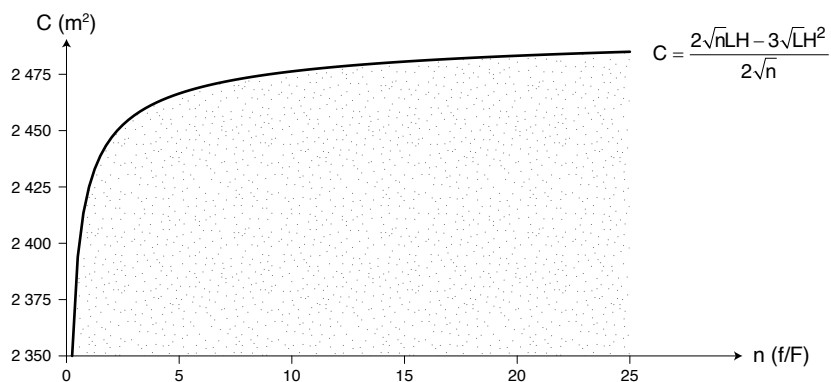
$$C = LH - \frac{3 \left(\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{n}} \right) H^2}{2}$$

por lo que:

$$C = \frac{2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{L}H^2}{2\sqrt{n}}$$

La expresión de esta función se observa en el Gráfico N° 1.

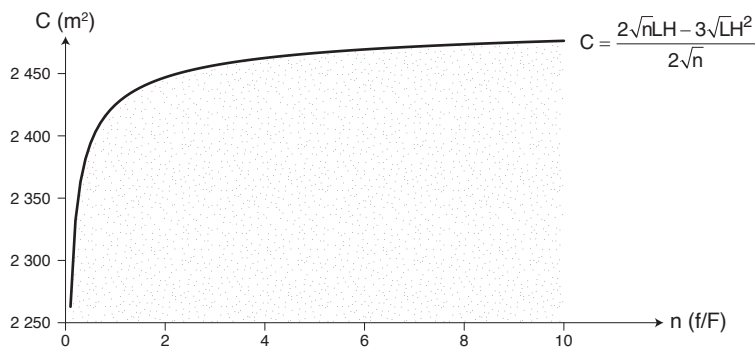
GRÁFICO N° 1



De su análisis se determina que la superficie de construcción se incrementa conforme aumenta n ; no obstante, este crecimiento no es uniforme, pues partiendo de la correspondiente a $n = 1$, esto es, al lote de forma cuadrada, ella experimenta los aumentos más notables cuando n se incrementa a los valores inmediatos siguientes –más o menos hasta $n = 5$ –; por lo que el frente del lote se va reduciendo, mientras crece el fondo y también C .

Luego se observa un tramo de descenso del ritmo de crecimiento de la superficie de construcción, cuyo extremo derecho se aproxima a $n = 15$; para dar paso a incrementos muy menores y con una clara tendencia a un límite. El Gráfico N° 2 adjunto, muestra con mayor nitidez el comportamiento de la función en los valores inmediatos mayores a $n = 1$.

GRÁFICO N° 2



Con fines prácticos y en las condiciones impuestas, se puede afirmar que en tanto aumenta la relación fondo/frente, la capacidad de acogida de un lote en atención a su frente, podrá mantenerse o crecer solo si incrementa su superficie; y, si ésta disminuye, tal relación generará frentes inútiles para la construcción de edificaciones.

2. Cálculo de n cuando $C = 0$

La función se intersecta con el eje de las n , siendo pertinente determinar esta abscisa, para ello:

$$\frac{2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{LH^2}}{2\sqrt{n}} = 0 = 2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{LH^2}$$

por tanto:

$$\sqrt{n} = \frac{3\sqrt{LH^2}}{2LH}$$

de donde:

$$n = \left(\frac{3\sqrt{LH^2}}{2LH} \right)^2$$

en consecuencia,

$$n = \frac{9H^2}{4L}$$

3. Determinación de la asíntota vertical

Para el efecto se iguala el denominador a cero:

$$2\sqrt{n} = 0$$

y entonces $n = 0$.

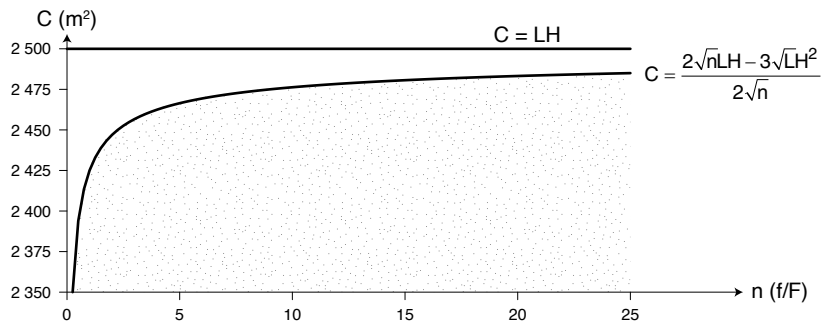
Así, la asíntota vertical es el eje de las ordenadas o C.

4. Determinación de la asíntota horizontal

Puesto que los términos de la función que contienen a la variable n , tienen el mismo grado y son infinitos comparables, es procedente dividir los coeficientes de $2\sqrt{n}LH$, numerador, y $2\sqrt{n}$, denominador; esto es: $2LH/2 = LH$.

La función entonces de la asíntota horizontal es $C = LH$, vale decir es igual al producto de la superficie del lote por el número de pisos, lo cual es coherente en la medida que LH es la máxima superficie de construcción que podría receptor un lote prescindiendo del retiro posterior, cuya superficie tiende a cero conforme n al infinito. Ver Gráfico N° 3.

GRÁFICO N° 3



5. Análisis de la derivada

La razón de cambio instantánea con la que varía la superficie de construcción, en tanto aumenta n , es la siguiente:

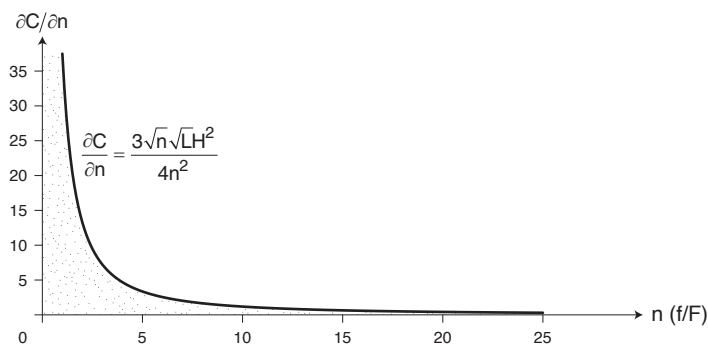
$$\frac{\partial C}{\partial n} = \frac{\left(\frac{LH}{\sqrt{n}}\right)(2\sqrt{n}) - \left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)(2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{LH^2})}{(2\sqrt{n})^2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial n} = \frac{2LH - \left(\frac{2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{LH^2}}{\sqrt{n}}\right)\left(\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}}\right)}{4n}$$

$$\frac{\partial C}{\partial n} = \frac{3\sqrt{n}\sqrt{LH^2}}{4n^2}$$

En el Gráfico N° 4, se presenta la expresión de esta función.

GRÁFICO N° 4

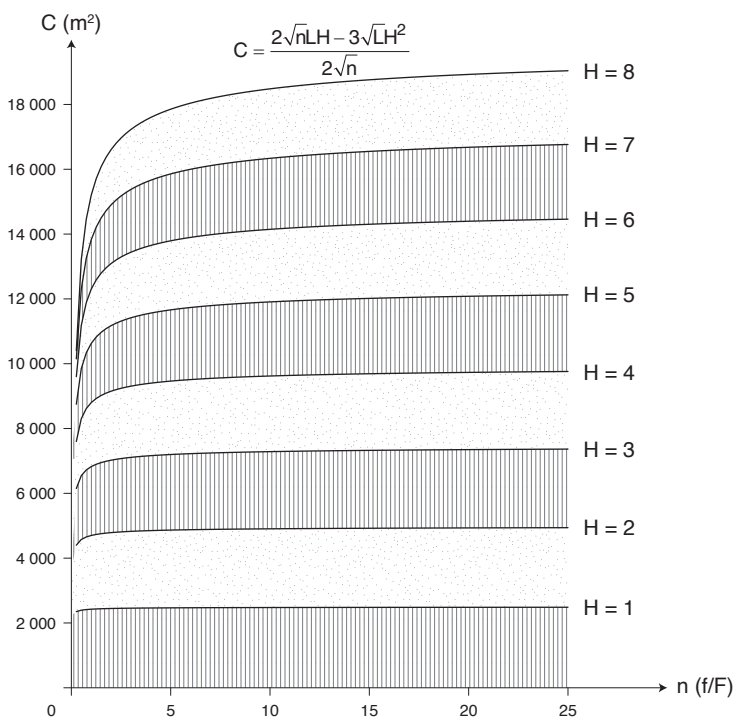


Ratificando lo expuesto, la pendiente desciende rápidamente desde $n = 1$ hasta las cercanías a $n = 4$, luego esta rapidez de cambio disminuye de modo drástico, hasta aproximadamente $n = 15$, tendiendo más tarde a cero conforme aumenta n .

6. Comportamiento de la superficie de construcción cuando varía H y n

Para estudiar este aspecto, en el Gráfico N° 5 se presenta una familia de curvas resultante de asignar a la constante H de la función que calcula C , números enteros de pisos de 1 a 8, inclusive.

GRÁFICO N° 5



Del examen de este grupo de curvas se deduce que:

- a) Para cualquier valor de n , en tanto se incrementa H , aumenta también C ; pero igualmente este crecimiento va disminuyendo de modo constante, como demuestran las cifras del Cuadro N° 1, obtenidas para los valores de H ya señalados, con $n = 4$ y $L = 2\,500$. Efectivamente, tomando al azar:

$$(4\,850 - 2\,462,5) - (7\,162,5 - 4\,850) = 75 = (11\,562,5 - 9\,400) - (13\,650 - 11\,562,5)$$

CUADRO N° 1

H	1	2	3	4	5	6	7	8
C	2 462,5	4 850	7 162,5	9 400	11 562,5	13 650	15 662,5	17 600

Así entonces, llamando:

$$C \text{ de } H = C_1$$

$$C \text{ de } (H + 1) = C_2$$

$C \text{ de } (H + 2) = C_3$, se cumple que: $(C_2 - C_1) - (C_3 - C_2) = K = \text{constante}$; por tanto:

$$C_2 - C_1 = \frac{2\sqrt{n}L(H+1) - 3\sqrt{L}(H+1)^2 - (2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{L}H^2)}{2\sqrt{n}}$$

resolviendo:

$$C_2 - C_1 = \frac{2\sqrt{n}L - 6\sqrt{L}H - 3\sqrt{L}}{2\sqrt{n}}$$

Por su parte,

$$C_3 - C_2 = \frac{2\sqrt{n}L(H+2) - 3\sqrt{L}(H+2)^2 - [2\sqrt{n}L(H+1) - 3\sqrt{L}(H+1)^2]}{2\sqrt{n}}$$

solucionando:

$$C_3 - C_2 = \frac{2\sqrt{n}L - 6\sqrt{L}H - 9\sqrt{L}}{2\sqrt{n}}$$

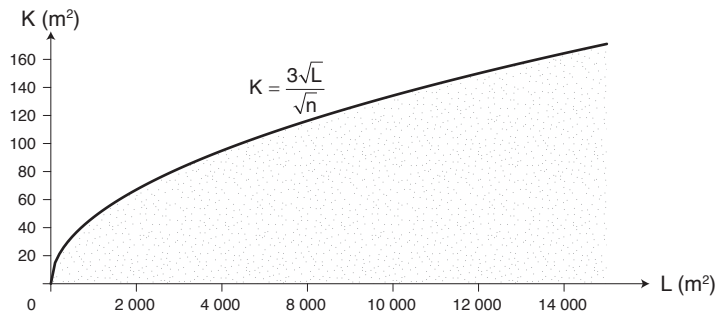
entonces:

$$K = \frac{2\sqrt{n}L - 6\sqrt{L}H - 3\sqrt{L}}{2\sqrt{n}} - \left(\frac{2\sqrt{n}L - 6\sqrt{L}H - 9\sqrt{L}}{2\sqrt{n}} \right)$$

$$K = \frac{3\sqrt{L}}{\sqrt{n}}$$

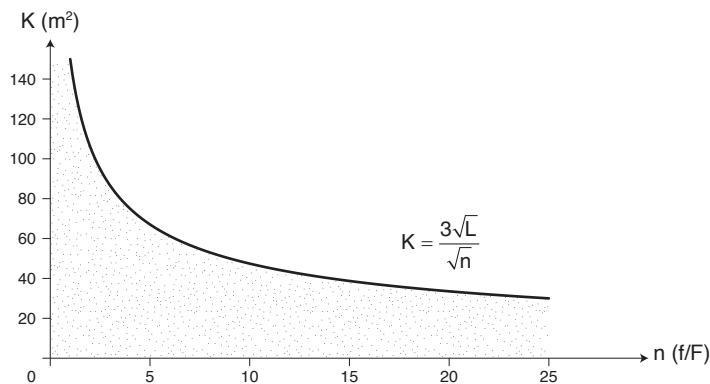
- b) Esta función demuestra que el valor de K es independiente de H y que por tanto depende de L o en su caso de n. Así, manteniendo constante n, la expresión de la función se observa en el Gráfico N° 6 y ella indica que a incrementos de L, le corresponden asimismo aumentos de K.

GRÁFICO N° 6



- c) A su vez manteniendo constante L, cuando aumenta n, disminuye K; por tanto el comportamiento de la función es contrario al antes visto, ver Gráfico N° 7. En consecuencia, la disminución constante que experimenta el incremento de la superficie de construcción conforme aumenta el número de pisos, crece con la superficie del lote y disminuye si se incrementa el fondo en relación al frente.

GRÁFICO N° 7



- d) Así, obteniendo K, para los valores de L que constan en el Cuadro N° 2 manteniendo $n = 4$, sus cifras muestran que cuando se duplica L, el valor de K se incrementa en 1,414 veces; así por ejemplo: $21,2/15 = 84,8/60$. Efectivamente, llamando i a este incremento, se tiene:

$$i = \frac{\frac{3\sqrt{2L}}{\sqrt{n}}}{\frac{3\sqrt{L}}{\sqrt{n}}} = \sqrt{2} = 1,4142$$

CUADRO N° 2

L	100	200	400	800	1 600	3 200	6 400	12 800
K	15	21,2	30	42,4	60	84,9	120	169,7
K/L	0,15	0,11	0,08	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01

A fin de establecer la cuantía de K con respecto a L, se ha obtenido el cociente de K/L en el mismo Cuadro N° 2, pudiendo apreciarse que conforme aumenta el tamaño del lote, ella se reduce notoriamente del 15% al 1,3%. En consecuencia y en términos relativos, la disminución constante que experimenta el incremento de la superficie de construcción en tanto aumente el número de pisos, es mayor mientras menor es el tamaño del lote; cuestión que se traduce en el incremento de las restricciones para la edificación en altura.

7. Comportamiento de la superficie de construcción cuando varía L y n

Para estudiar este aspecto, en el Gráfico N° 8 se presenta una familia de curvas resultante de asignar a la constante L de la función que determina C, valores que van de 100 hasta 12 800 m².

De su análisis se desprende que:

- a) Para cualquier valor de n, mientras se incrementa L, aumenta también C. No obstante, la proporción del aumento de C es mayor a la de L, pues cuando L se duplica, por ejemplo, C se incrementa en más del doble, como lo demuestran las cifras del Cuadro N° 3, obtenidas para los valores de L ya indicados y con n = 4 y H = 3. Así, $200/100 = 2$ y $504,5/232,5 = 2,17$.

CUADRO N° 3

L	100	200	400	800	1 600	3 200	6 400	12 800
C	232,5	504,5	1 065	2 209,1	4 530	9 218,2	18 660	37 636,3

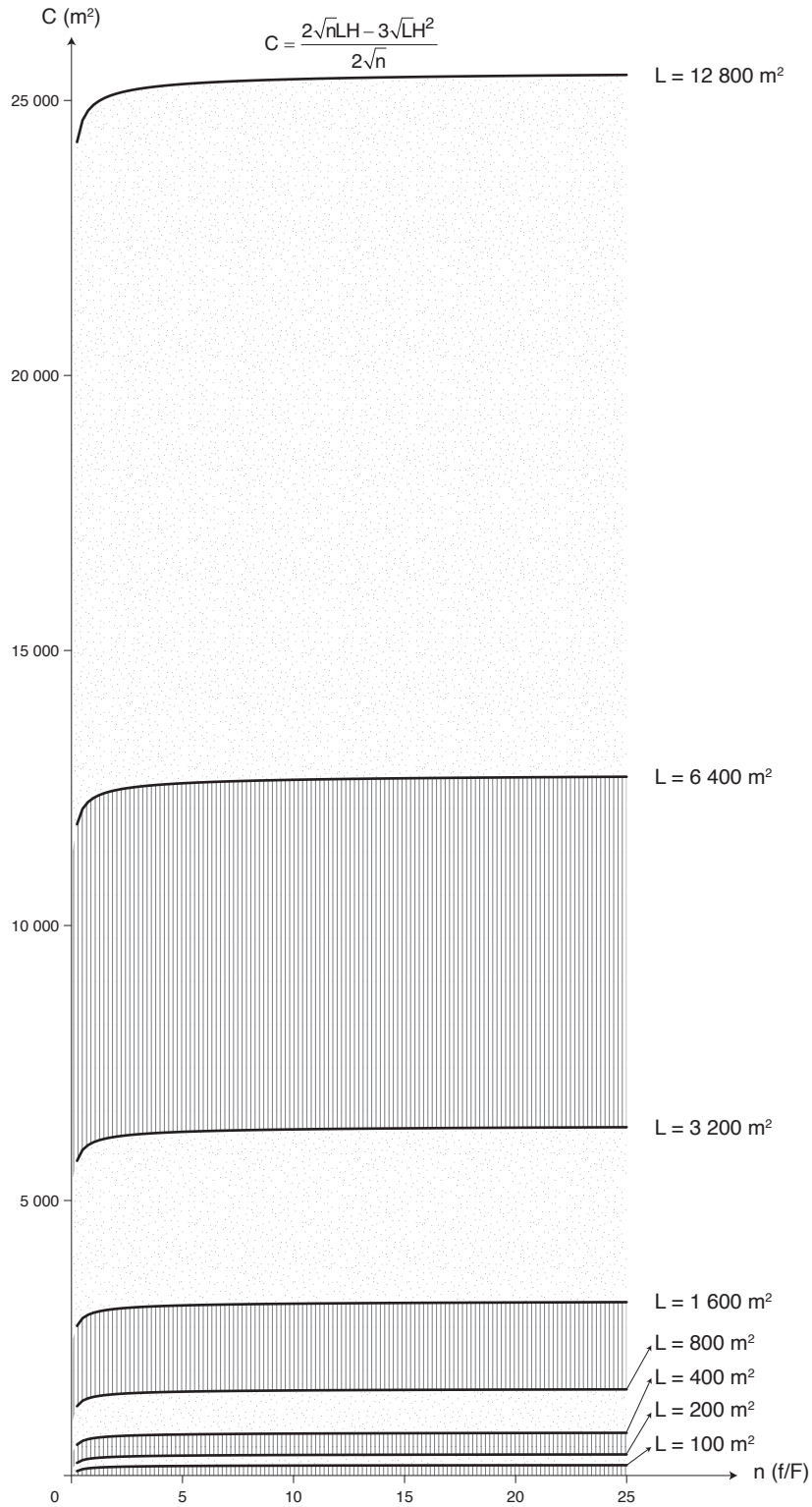
Así entonces, en el caso de que L se duplique, el incremento de la superficie de construcción i, es igual a:

$$i = \frac{2\sqrt{n}(2L)H - 3\sqrt{(2L)}H^2 - (2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{L}H^2)}{2\sqrt{n}}$$

resolviendo:

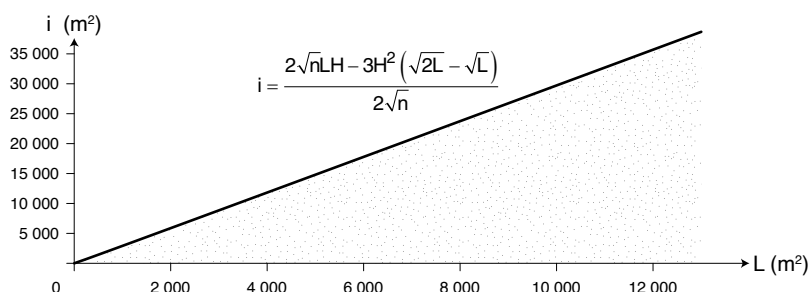
$$i = \frac{2\sqrt{n}LH - 3H^2(\sqrt{2L} - \sqrt{L})}{2\sqrt{n}}$$

GRÁFICO N° 8



La función se muestra en el Gráfico N° 9 y ella indica que el referido incremento de la superficie de construcción crece linealmente con la superficie del lote.

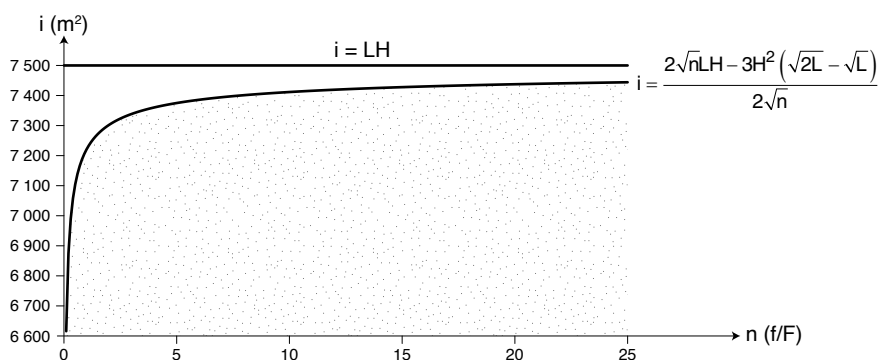
GRÁFICO N° 9



- b) En la función precedente, cuando L es constante y n varía, adopta la expresión que consta como Gráfico N° 10, cuyo comportamiento es análogo al de la función de partida que calcula C . Así, partiendo de i correspondiente a $n = 1$, esto es, al lote de forma cuadrada, él advierte los aumentos más considerables cuando n se incrementa a los valores inmediatos siguientes —más o menos hasta $n = 5$ —; por lo que el frente del lote se va reduciendo, mientras crece el fondo y también i . Luego muestra un tramo de descenso del ritmo con el que crece este incremento, cuyo extremo derecho se aproxima a $n = 15$; para dar paso a valores muy menores y con una clara tendencia a un límite.

Puesto que los términos de la función que contienen a la variable n , tienen el mismo grado y son infinitos comparables, es procedente dividir los coeficientes de: $2\sqrt{n}LH$, numerador, y $2\sqrt{n}$, denominador; esto es: $2LH/2 = LH$.

GRÁFICO N° 10



La ecuación entonces de la asíntota horizontal es: $i = LH$, la misma que la determinada para la ya referida función que calcula la superficie de construcción o C ; por lo que el análisis general efectuado se ratifica considerando este caso particular, en el que si la superficie del lote se duplica y la relación entre su fondo y frente no varía, la superficie de construcción tiene un límite dado por el producto de la superficie del lote por la altura de la edificación medida en número de pisos.

- c) Obteniendo i , para los valores de L ya señalados, manteniendo constantes H y n , las cifras del Cuadro N° 4 ratifican que C de $2L$ es mayor a C de L en valores i que superan a ésta; pero además, que su diferencia aumenta conforme lo hace L . Ilustrando: $272 > 232,5$ y $560,5 > 504,5$; y, $(56 = 560,5 - 504,5) > (39,5 = 272 - 232,5)$.

CUADRO N° 4

L	100	200	400	800	1 600	3 200	6 400	12 800
i	272	560,5	1 144,1	2 320,9	4 688,2	9 441,8	18 976,3	38 083,7

Para establecer la función del comportamiento de tal diferencia, se debe cumplir que:

$$d = [i(2L) - C(2L)] - [i(L) - C(L)]$$

por tanto, solucionando los términos se tiene:

$$i(2L) = \frac{2\sqrt{n}2LH - 3H^2 [\sqrt{2(2L)} - \sqrt{2L}]}{2\sqrt{n}}$$

$$C(2L) = \frac{2\sqrt{n}2LH - 3\sqrt{2L}H^2}{2\sqrt{n}}$$

$$i(L) = \frac{2\sqrt{n}LH - 3H^2 (\sqrt{2L} - \sqrt{L})}{2\sqrt{n}}$$

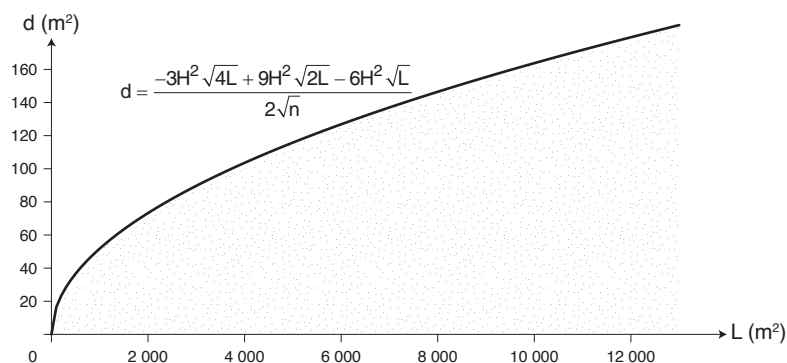
$$C(L) = \frac{2\sqrt{n}LH - 3\sqrt{L}H^2}{2\sqrt{n}}$$

Resolviendo:

$$d = \frac{-3H^2\sqrt{4L} + 9H^2\sqrt{2L} - 6H^2\sqrt{L}}{2\sqrt{n}}$$

La función se mira en el Gráfico N° 11.

GRÁFICO N° 11



Ella muestra cómo se comporta el incremento de la diferencia del aumento de la superficie de construcción, cuando se duplica la superficie del lote, esto es, en términos de una función irracional de radical con índice par. Sin embargo, obteniendo d para los valores de L ya señalados, manteniendo las mismas constantes, las cifras del Cuadro N° 5 indican que estas diferencias comparándolas con las superficies de los respectivos tamaños de lotes, proporcionalmente van disminuyendo del 16,3% al 1,4%.

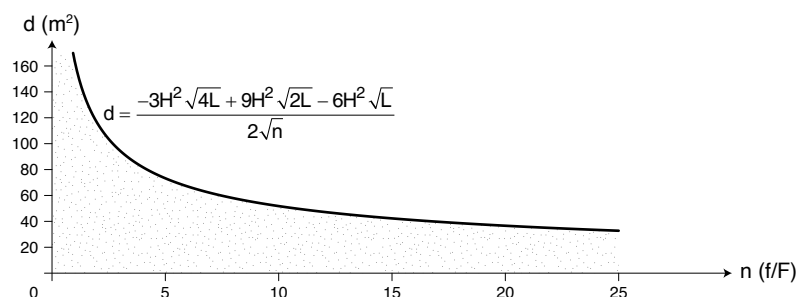
CUADRO N° 5

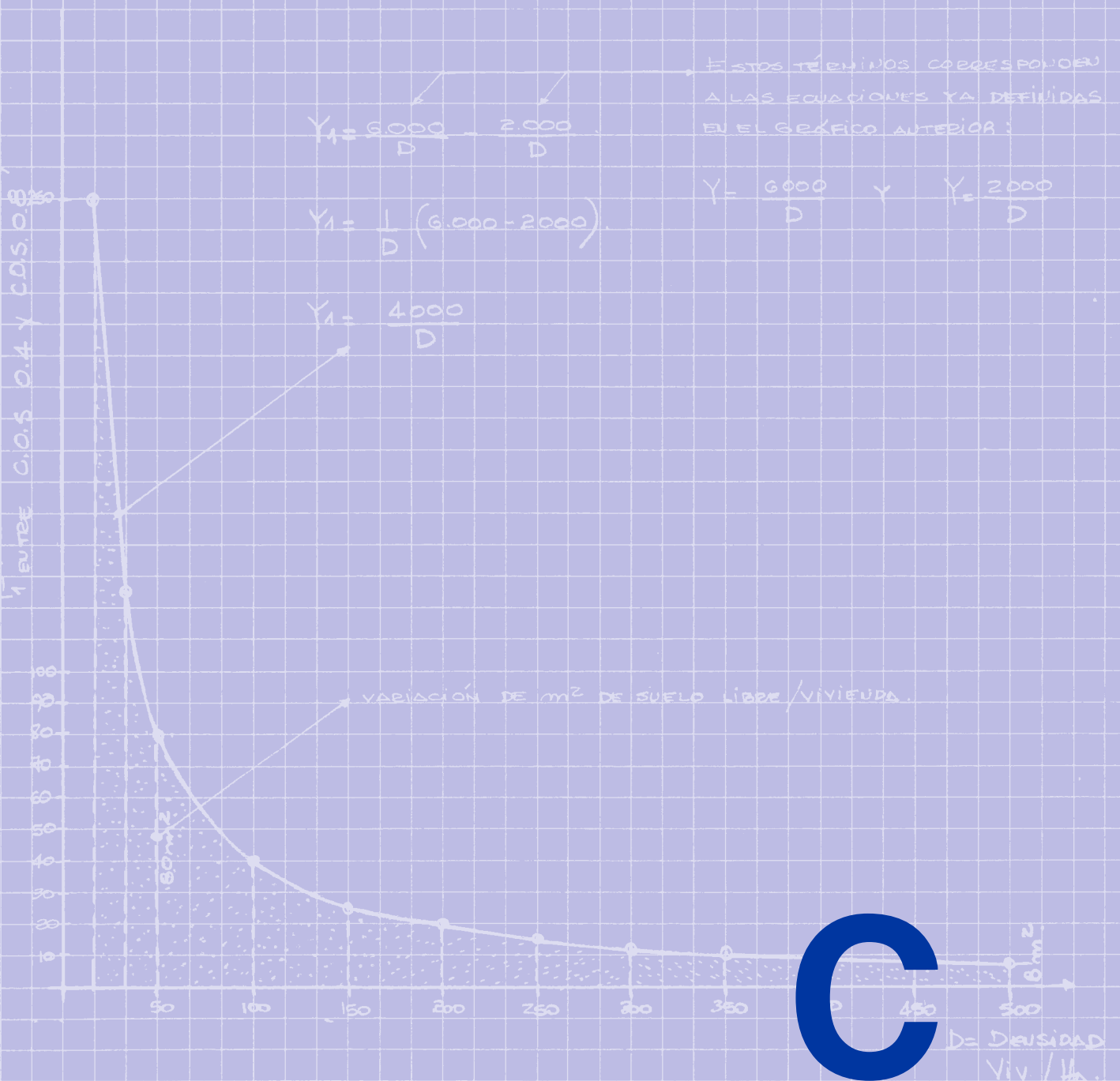
L	100	200	400	800	1 600	3 200	6 400	12 800
d	16,4	23,2	32,8	46,3	65,5	92,6	131	185,3
d/L	0,16	0,12	0,08	0,06	0,04	0,03	0,02	0,01

Por tanto y en términos relativos, el incremento de la diferencia del aumento de la superficie de construcción, cuando se duplica la superficie del lote, es mayor mientras menor es el tamaño del lote; asunto que significa el aumento relativo de la capacidad de acogida para la edificación.

- d) Si en la función anterior n se vuelve variable independiente y constantes H y L , la diferencia d disminuye conforma ella aumenta. Ver Gráfico N° 12. Así, desde $n = 1$ hasta aproximadamente $n = 10$, el descenso es más fuerte, se atenúa en torno a $n = 15$ y luego d tiende a cero. El eje n es asíntota de la función, pero también el eje d , pues para valores de n menores a 1, d tiende al infinito.

GRÁFICO N° 12





Modelización matemática de las intensidades de ocupación y utilización del suelo

Modelización matemática de las intensidades de ocupación y utilización del suelo

Con respecto al aprovechamiento del suelo con la edificación, es frecuente el uso de indicadores que relacionan a la superficie de un lote o parcela con la superficie de construcción de edificaciones, para su estudio o en su caso la asignación a una unidad espacial de la ciudad por los planes de ordenación urbanística, complementando las determinaciones sobre el número de pisos de la edificación y los retiros de ésta respecto a la vía de acceso y los linderos. Generalmente, estos indicadores también reciben la denominación de “coeficientes de edificabilidad”.

En esta obra se consideran dos conocidos coeficientes sobre tal aprovechamiento, visto éste en términos de intensidad de ocupación y utilización del suelo, cuando los tipos de implantación corresponden a la edificación continua sin retiro frontal y a la edificación aislada. El primero, denominado “coeficiente de ocupación del suelo” —COS—, relaciona a la superficie de emplazamiento de una o varias edificaciones en un lote con la superficie de éste, pudiendo expresarse en números absolutos o relativos. El segundo, llamado “coeficiente de utilización del suelo” —CUS—, relaciona en cambio a la superficie total de construcción de edificaciones que acoge un lote con la superficie de éste, pudiendo expresarse también en los modos ya señalados.

Como se entenderá, en un determinado lote el COS puede llegar al máximo de 1 o 100% y el CUS superar varias veces la superficie del lote, por lo que su consideración coadyuva importantemente a la evaluación de las condiciones de habitabilidad de los predios ya ocupados o consolidados y al necesario cuidado de ellas a través de los planes de ordenación urbanística. Hacia el otro extremo y especialmente el COS, puede evidenciar también la subutilización del suelo.

Al respecto este subcapítulo contiene seis grupos de modelos que tienen como variables de entrada las siguientes, agrupadas por afinidad, pero que se distribuyen entre ellos en atención a sus características y sin perjuicio de la ineludible repetición de algunas: i) en relación al lote: **L** = superficie, **F** = frente y **f** = fondo; y, ii) **COS** = coeficiente de ocupación del suelo y **CUS** = coeficiente de utilización del suelo.

En calidad de parámetros de entrada que se reparten obedeciendo al interés de cada modelo, sin menoscabo asimismo de su repetición, se hallan en referencia a la edificación: **E** = superficie del emplazamiento, **H** = número de pisos, **Rf** = retiro frontal, **Rp** = retiro posterior; y, **Rl** = retiro lateral.

La restricción —o relación entre las variables de decisión—, que debe destacarse, es la relativa a la del frente y fondo del lote, más cuando se encuentra en todos los modelos, en términos del cociente **f/F**. Al respecto se asume una opción en la que la relación óptima es 2 y tiene como extremos 1,5 y 2,5 a fin de precautelar adecuadas condiciones morfológicas de los lotes para la edificación —en cuanto a su geometría y proporción entre sus lados, particularmente cuando las superficies de ellos son menores—, reconociendo, en todo caso, que esta restricción y sus implicaciones en la calidad ambiental de un asentamiento, constituyen asuntos de determinación local.

En sus facetas descriptivas o exploratorias estos modelos pueden ser empleados para analizar el aprovechamiento del suelo urbano con los tipos de implantación de la edificación antes indicados, medido por los coeficientes de ocupación y utilización del suelo —con sus diferentes consecuencias ambientales—, en una determinada ciudad o asentamiento, o en sus unidades espaciales: una zona, un sector y aún una manzana, y sin perjuicio de la confrontación de sus resultados. Se ha de advertir, por tanto, las condiciones ya señaladas para la descripción o exploración integrada y de las porciones del área de estudio.

Se pretende entonces revisar la realidad sobre estas formas específicas de ocupación del suelo de una unidad espacial a través de tales coeficientes, con análisis como los recomendados en los capítulos anteriores, esto es, deduciendo de la situación actual —vale decir de la información del catastro inmobiliario—, los parámetros y las restricciones antes indicadas, elaborando los modelos particulares, pero también los relativos a otras opciones de restricción; y, por último, evidenciando los comportamientos de las variables y dando cuenta —se precisó ya—, de su comparación.

Estas mismas dimensiones exploratorias de los modelos pueden anteceder a las de planeamiento, en los siguientes términos, por ejemplo:

- a. Si con respecto a una unidad de ordenación urbanística se fijan la longitud del retiro posterior cuando deba acoger la edificación continua con retiro frontal o la de los retiros frontal, lateral y posterior si acogerá la edificación aislada, así como diferentes alternativas para la relación fondo/frente del lote, vale decir de restricción, mediante la elaboración de modelos particulares y se estudian los respectivos comportamientos matemáticos de la superficie del lote y del COS, pero además, adoptando las superficies de los lotes medio, mínimo y máximo —por medio de nuevas restricciones—, se obtiene para cada alternativa los COS correspondientes a dichos lotes.

La evaluación de tales opciones y la selección de dos correspondientes a las relaciones extremas fondo/frente, que se asuman en uno y en otro caso bajo criterios de pertinencia, dará lugar a un conjunto de modelos de planeamiento —unas funciones

objetivo—, que permitirán establecer para los tipos de implantación de la edificación considerados, los respectivos COS mínimo y COS máximo.

- b. Si en relación a una unidad de ordenación urbanística se establece la superficie del emplazamiento de la edificación, ya sea que deba acoger la edificación continua o la edificación aislada y se procede en términos análogos al caso anterior, será posible asimismo alcanzar un grupo de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirán determinar para los tipos de implantación de la edificación analizados, los respectivos COS mínimo y COS máximo; y,
- c. Si con respecto a una unidad de ordenación urbanística se fijan la altura de la edificación y las longitudes de los retiros que correspondan, ya sea que deba acoger la edificación continua con retiro frontal o la edificación aislada, así como varias alternativas para la relación fondo/frente del lote, por tanto de restricción, mediante la elaboración de modelos particulares y se exploran los respectivos comportamientos matemáticos de la superficie del lote y del CUS, pero además, adoptando las superficies de los lotes medio, mínimo y máximo —por medio nuevas restricciones—, se obtiene para cada alternativa los CUS que pertenecen a dichos lotes.

La evaluación de dichas opciones y la selección de dos correspondientes a las relaciones extremas fondo/frente, que se tomen en uno y en otro caso bajo discernimientos de pertinencia, dará lugar a un grupo de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que posibilitarán establecer para los tipos de implantación de la edificación considerados, los respectivos CUS mínimo y CUS máximo.

Si de partida en vez de las longitudes de los retiros se conoce la superficie del emplazamiento de la edificación, el proceso a seguirse es análogo.

Modelos C1

Establecimiento, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal, conocido el retiro posterior

Los lotes medio, mínimo y máximo, y los frentes mínimo y máximo, observan las siguientes condiciones:

Lote mínimo ($L_{\min}$) = 0,75 lote medio (L_{med})

Lote máximo ($L_{\max}$) = 1,25 lote medio (L_{med})

$$\text{Frente mínimo} = \sqrt{\frac{L_{\text{med}}}{2,5}}$$

$$\text{Frente máximo} = \sqrt{\frac{L_{\text{med}}}{1,5}}$$

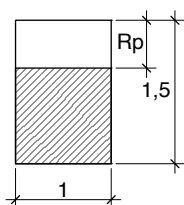
Llamando:

L	=	superficie del lote
F	=	frente del lote
f	=	fondo del lote
Rp	=	retiro posterior de la edificación
COS	=	coeficiente de ocupación del suelo. Relaciona a la superficie del emplazamiento de la edificación existente o prevista para un lote, con la superficie de éste y se expresa en números relativos. Por tanto, $\text{COS} = \text{superficie del emplazamiento de la edificación} (100)/L$.

Modelización

Se establecen los modelos de cálculo para la determinación del COS en los siguientes casos:

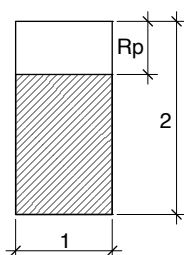
a)



$$\text{COS} = \frac{\left(L - R_p \left(\sqrt{\frac{L}{1,5}} \right) \right) 100}{L}$$

$$\frac{f}{F} = 1,5$$

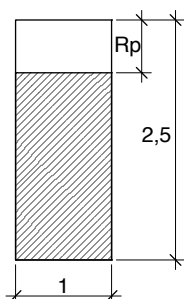
b)



$$\text{COS} = \frac{\left(L - R_p \left(\sqrt{\frac{L}{2}} \right) \right) 100}{L}$$

$$\frac{f}{F} = 2$$

c)



$$\text{COS} = \frac{\left(L - R_p \left(\sqrt{\frac{L}{2,5}} \right) \right) 100}{L}$$

$$\frac{f}{F} = 2,5$$

A fin de graficar las curvas que corresponden a las funciones antes encontradas, se toman en calidad de datos:

$$L_{\text{mín}} = 150 \text{ m}^2$$

$$L_{\text{medio}} = 200 \text{ m}^2$$

$$L_{\text{máx}} = 250 \text{ m}^2$$

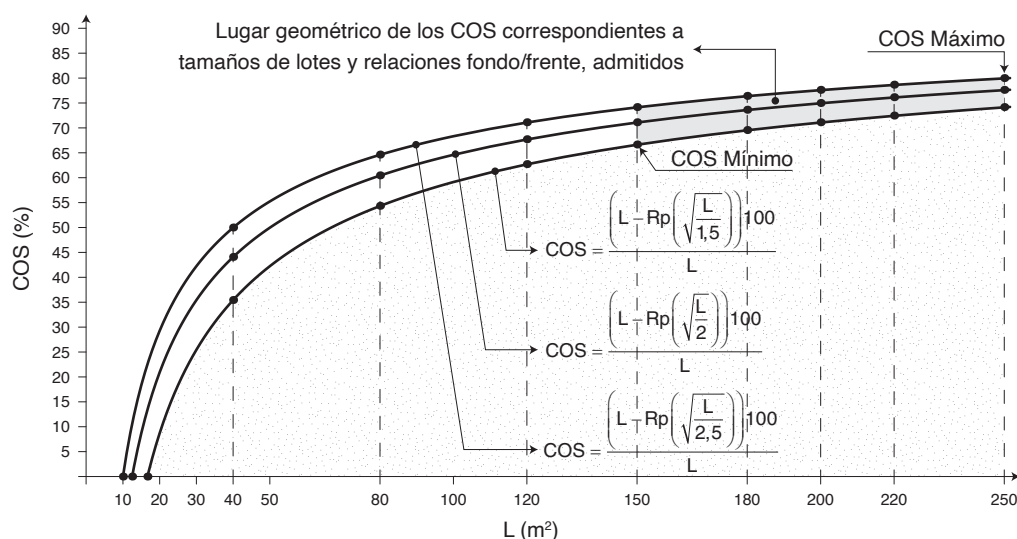
Adicionalmente, se toma $R_p = 5 \text{ m}$.

A) $\text{COS} = \frac{\left(L - 5 \sqrt{\frac{L}{1,5}} \right) 100}{L}$		B) $\text{COS} = \frac{\left(L - 5 \sqrt{\frac{L}{2}} \right) 100}{L}$		C) $\text{COS} = \frac{\left(L - 5 \sqrt{\frac{L}{2,5}} \right) 100}{L}$	
L	COS	L	COS	L	COS
150	66,7	150	71,1	150	74,2
180	69,6	180	73,6	180	76,4
200	71,1	200	75,0	200	77,6
220	72,5	220	76,2	220	78,7
250	74,2	250	77,6	250	80,0

A partir de los datos antes expuestos, se ha obtenido el Gráfico N° 1 y de su análisis es posible señalar lo siguiente:

GRÁFICO N° 1

COS en función del tamaño de los lotes y de las relaciones fondo/frente admitidos, para el tipo de implantación continua sin retiro frontal.



- Para una misma relación fondo/frente, cuando aumenta el tamaño del lote también aumenta el COS, debido a que el ancho del retiro es constante, en tanto que la superficie se incrementa. Pero debe notarse que dicho aumento es ciertamente pequeño.
- Igualmente, para un mismo tamaño de lote (L) conforme se reduce el frente (F) aumenta el COS y lógico porque disminuye el área ocupada por el retiro, en tanto que la superficie del lote se mantiene constante.
- Por lo anterior entonces, el COS máximo del conjunto definido por el lugar geométrico, será el mayor de la relación fondo/frente = 2,5 y el COS mínimo del conjunto en referencia será el menor de la relación fondo/frente igual a 1,5.
- En otras palabras, el COS máximo corresponde al lote máximo en su relación fondo/frente = 2,5 y el COS mínimo corresponde al lote mínimo en su relación fondo/frente = 1,5.
- Para el cálculo de los puntos en los que el COS = 0 se han igualado a cero las tres funciones:

$$1) \frac{\left(L - 5 \sqrt{\frac{L}{1,5}} \right)}{L} 100 = 0$$

$$L = 16,66 \text{ m}^2$$

Corresponde a un lote de $f = 5$ m y $F = 3,333$ m que mantiene la relación $= 1,5$ pero se dispone de superficie solo para el retiro, como se explica a continuación:

$$\frac{\left(L - 5\sqrt{\frac{L}{1,5}}\right)100}{L} = 0$$

$$\left[L - 5\left(\sqrt{\frac{L}{1,5}}\right)\right] = 0$$

$$L^2 = \left[5\left(\sqrt{\frac{L}{1,5}}\right)\right]^2$$

$$L^2 = 25\left(\frac{L}{1,5}\right)$$

$$1,5L^2 = 25L$$

$$L(1,5L) = 25L$$

$$L = \frac{25}{1,5} = 16,66\text{m}^2$$

$$2) \frac{\left(L - 5\sqrt{\frac{L}{2}}\right)100}{L} = 0$$

$$L = 12,5 \text{ m}^2$$

$$f = 5 \text{ m}$$

$$F = 2,5 \text{ m}$$

$$3) \frac{\left(L - 5\sqrt{\frac{L}{2,5}}\right)100}{L} = 0$$

$$L = 10 \text{ m}^2$$

$$f = 5 \text{ m}$$

$$F = 2 \text{ m}$$

Modelos C2

Determinación, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal, cuya superficie de emplazamiento es conocida

Los lotes medio, mínimo y máximo, y los frentes mínimo y máximo, observan las condiciones señaladas para los Modelo C1. Además se supone que la superficie del emplazamiento de la edificación es constante.

Llamando:

L = superficie del lote
 E = superficie del emplazamiento de la edificación
 COS = coeficiente de ocupación del suelo. Relaciona a la superficie del emplazamiento de la edificación existente o prevista para un lote, con la superficie de éste y se expresa en números relativos. Por tanto, $COS = E(100)/L$.

Modelización

En este caso ya no interesa la proporción fondo/frente puesto que la superficie del emplazamiento de la edificación es constante y en consecuencia ésta debe ser directamente relacionada con la superficie del lote. De este modo:

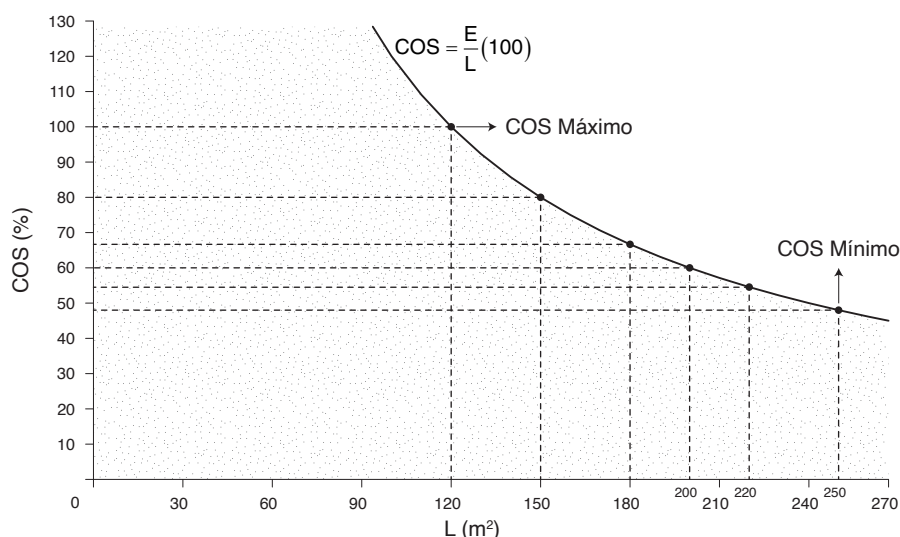
$$COS = \frac{E}{L}(100)$$

Trabajando con los datos constantes en el modelo anterior se tiene:

L	E	COS (%)
150	120	80
180	120	66,6
200	120	60
220	120	54,5
250	120	48

GRÁFICO N° 1

COS en función del tamaño de los lotes, manteniendo constante la superficie del emplazamiento de la edificación.



Del análisis del Gráfico N° 1 se desprende lo siguiente:

- El comportamiento del COS en este caso es independiente no solo de la proporción fondo/frente, sino incluso del tipo de implantación de la edificación, puesto que se relaciona a E con L al margen de su configuración físico-espacial.
- Dado que la superficie del emplazamiento de la edificación –E–, se mantiene constante, el COS máximo corresponde al del lote mínimo y el COS mínimo al del lote máximo.
- La curva es asintótica a los ejes X y Y, pero obviamente importa solo el tramo comprendido entre $L = \text{lote mínimo}$ y $L = \text{lote máximo}$.
- Debe advertirse finalmente, que si se confrontan los COS máximo y mínimo obtenidos en los modelos anteriores y en éstos, en cuanto a los valores del ejemplo, se puede comentar que:

	Modelos C1	Modelos C2
COS _{mín}	66,6% en lote mínimo, con relación fondo/frente = 1,5 COS 1	48% en lote máximo COS 3
COS _{máx}	80% en lote máximo, con relación fondo/frente = 2,5 COS 2	80% en lote mínimo COS 4

- Los COS máximo y mínimo a normarse serían 80% y 48%.
- No necesariamente los COS máximo obtenidos en los dos modelos deben ser iguales, pues en el ejemplo simplemente coinciden; y,
- Asimismo, no necesariamente el COS mínimo a normarse corresponderá siempre al COS mínimo de los Modelos C2. En cada caso deberá escogerse de las cuatro opciones –COS 1, 2, 3 y 4–, los que tendrán la calidad de norma.

Modelos C3

Establecimiento, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de utilización del suelo (CUS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación continua sin retiro frontal, en las condiciones señaladas en los Modelos C1 y C2

- a) Caso en el que se conocen el retiro posterior y el número de pisos de la edificación.
- b) Caso en el que se conocen la superficie del emplazamiento de la edificación –la misma que permanece constante en los restantes pisos y para todos los lotes admitidos entre el máximo y mínimo, incluyendo éstos–, así como el número de pisos.

Llamando:

L	=	superficie del lote
H	=	número de pisos
Rp	=	retiro posterior
E	=	superficie del emplazamiento de la edificación
CUS	=	coeficiente de utilización del suelo. Relaciona a la superficie de construcción existente o prevista para un lote, con la superficie de éste, y se expresa en números relativos.

Modelización

Para el caso de los Modelos C1 –literal a)– las tres ecuaciones deben ser modificadas, incorporando como constante a H, esto es, al número de pisos:

$$CUS = \frac{\left(L - Rp \left(\sqrt{\frac{L}{1,5}} \right) \right) H 100}{L}$$

$$CUS = \frac{\left(L - Rp \left(\sqrt{\frac{L}{2}} \right) \right) H 100}{L}$$

$$CUS = \frac{\left(L - Rp \left(\sqrt{\frac{L}{2,5}} \right) \right) H 100}{L}$$

Dado que H actúa como constante, el comportamiento de estas curvas es el mismo que el observado en la sustentación de los Modelos C1 y en consecuencia los CUS máximo y mínimo buscados, corresponden de modo similar a los COS máximo y mínimo ya definidos, esto es:

CUS máximo, se obtendrá en la función $CUS = \frac{\left(L - Rp \left(\sqrt{\frac{L}{2,5}} \right) \right) H 100}{L}$, en la que L corresponde a la superficie del lote máximo.

CUS mínimo, se obtendrá en la función $CUS = \frac{\left(L - Rp \left(\sqrt{\frac{L}{1,5}} \right) \right) H 100}{L}$, en la que L corresponde a la superficie del lote mínimo.

Similar razonamiento requiere efectuarse con respecto a los Modelos C2 –literal b)–, y la función tendrá la siguiente expresión:

$$CUS = \frac{E(H)100}{L}$$

en la que con L = lote máximo se obtiene el CUS mínimo y con L = lote mínimo se obtiene el CUS máximo. La curva tiene el mismo comportamiento ya visto en los Modelos C2.

Al igual que para el caso del COS, el comportamiento del CUS es independiente del tipo de implantación de la edificación, puesto que relaciona a la superficie total de construcción –EH–, con la superficie del lote –L–, al margen de su configuración físico-espacial.

Modelos C4

Determinación, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación aislada, conocidos los retiros

Los lotes medio, mínimo y máximo, y los frentes mínimo y máximo, observan las condiciones señaladas en los Modelos C1.

Llamando:

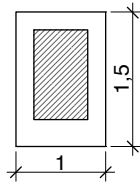
L	=	superficie del lote
F	=	frente del lote
f	=	fondo del lote
Rf	=	retiro frontal
Rp	=	retiro posterior
Rl	=	retiro lateral = Rp
COS	=	coeficiente de ocupación del suelo. Relaciona a la superficie del emplazamiento de la edificación existente o prevista para un lote, con la superficie de éste y se expresa en números relativos.

Modelización

Se formulan los modelos de cálculo para el establecimiento del coeficiente de ocupación del suelo = COS, en los siguientes casos:

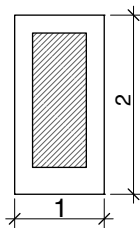
a) $\frac{f}{F} = 1,5$

$$\text{COS} = \frac{\left\{ L - \left[(Rf + Rp) \sqrt{\frac{L}{1,5}} + \left(1,5 \sqrt{\frac{L}{1,5}} - (Rf + Rp) \right) 2Rp \right] \right\} 100}{L}$$



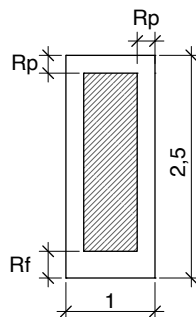
b) $\frac{f}{F} = 2$

$$\text{COS} = \frac{\left\{ L - \left[(Rf + Rp) \sqrt{\frac{L}{2}} + \left(2 \sqrt{\frac{L}{2}} - (Rf + Rp) \right) 2Rp \right] \right\} 100}{L}$$



c) $\frac{f}{F} = 2,5$

$$\text{COS} = \frac{\left\{ L - \left[(Rf + Rp) \sqrt{\frac{L}{2,5}} + \left(2,5 \sqrt{\frac{L}{2,5}} - (Rf + Rp) \right) 2Rp \right] \right\} 100}{L}$$



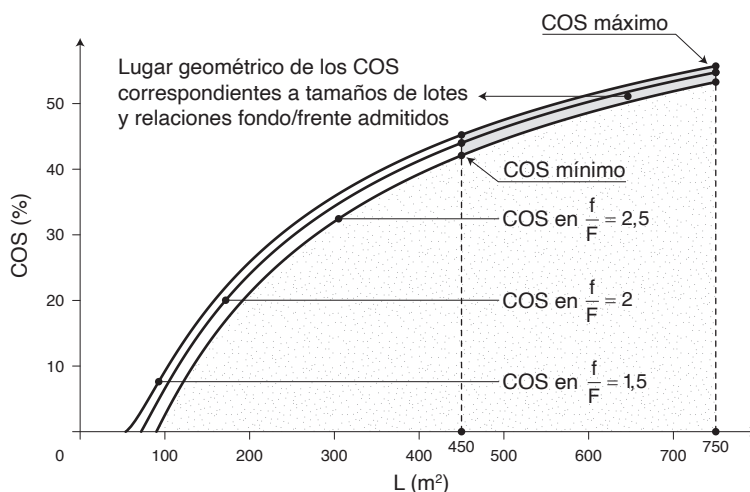
Para graficar las curvas que corresponden a las funciones antes establecidas, manteniendo las condiciones de proporción entre los lados del lote observados en los Modelos C1, se fijan:

$L_{\min} = 450 \text{ m}^2$
 $L_{\text{med}} = 600 \text{ m}^2$
 $L_{\text{máx}} = 750 \text{ m}^2$
 $R_f = 5 \text{ m}$
 $R_p = 3 \text{ m}$

	CASO A $\frac{f}{F} = 1,5$	CASO B $\frac{f}{F} = 2$	CASO C $\frac{f}{F} = 2,5$
L	COS	COS	COS
450	45,2	44,0	42,1
500	47,5	46,4	44,5
600	51,3	50,3	48,6
700	54,4	53,4	51,9
750	55,7	54,8	53,3

En el Gráfico N° 1 se observa la expresión de esta familia de funciones y de su estudio se pueden formular las siguientes consideraciones:

GRÁFICO N° 1



- a) Para una misma relación frente/fondo, cuando aumenta el tamaño del lote aumenta asimismo el COS, debido a que la magnitud de los retiros son constantes, en tanto que la superficie se incrementa. Si el tamaño del lote se incrementa en 0,66 veces —de 450 a 750 m²—, el COS en la relación $f/F = 1,5$ lo hace en 0,23 veces —de 45,2 a 55,7%—, es decir crece mucho más lentamente, en una proporción muy cercana a un tercio del incremento de la superficie del lote. Esta tendencia en lo sustancial se observa también en las otras relaciones, pues en éstas se aligera muy tenuemente el crecimiento del COS.

- b) Para un mismo tamaño de lote (L) conforme se reduce el frente (F) disminuye el COS —al contrario de lo que ocurre con el tipo de implantación de la edificación continua sin retiro frontal—, por cuanto el crecimiento de la longitud de los retiros laterales es mucho mayor a la disminución del retiro frontal. En todo caso el decrecimiento del COS no es sensible.
- c) Por lo expuesto, el $COS_{m\acute{a}x}$ del conjunto definido por el lugar geométrico, será el mayor de la relación fondo/frente = 1,5 y el $COS_{m\acute{i}n}$ del conjunto en referencia corresponderá al menor de la relación fondo/frente = 2,5.
- d) En otros términos, el $COS_{m\acute{a}x}$ es el que se obtiene en el $L_{m\acute{a}x}$ bajo la relación fondo/frente = 1,5 y el $COS_{m\acute{i}n}$ en el $L_{m\acute{i}n}$ en la relación fondo/frente = 2,5.
- e) De todos modos debe observarse que para tamaños de $L_{m\acute{i}n}$ menores como el adoptado en este modelo —por ejemplo 300 m²—, este tipo de implantación tiende a volverse inviable, en especial en la relación $f/F = 2,5$.

Para el cálculo de los puntos en los que el COS se vuelve cero, se igualan justamente a cero las tres funciones antes expuestas, obteniéndose con las magnitudes de retiros adoptadas:

– Caso A

$L^2 - 96,6L + 2\,304 = 0$, cuya raíz $L_1 = 54$ m², de $F = 6$ y $f = 9$, y que da cabida exclusivamente a los retiros adoptados.

– Caso B

$L^2 - 104L + 2\,304 = 0$, cuya raíz $L_1 = 72$ m², de $F = 6$ y $f = 12$, y que admite únicamente a los retiros adoptados.

– Caso C

$L^2 - 115,6L + 2\,304 = 0$, cuya raíz $L_1 = 90$ m², de $F = 6$ y $f = 15$, y que da cabida exclusivamente a los retiros adoptados.

Modelos C5

Establecimiento, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de ocupación del suelo (COS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación aislada, cuya superficie de emplazamiento es conocida

Los lotes medio, mínimo y máximo, y los frentes mínimo y máximo, observan las condiciones señaladas en los Modelos C1. Además se supone que la superficie del emplazamiento de la edificación es constante.

Llamando:

L = superficie del lote
 E = superficie del emplazamiento de la edificación
 COS = coeficiente de ocupación del suelo. Relaciona a la superficie del emplazamiento de la edificación existente o prevista para un lote, con la superficie de éste y se expresa en números relativos.

Modelización

En este caso no interesa en principio la proporción fondo/frente puesto que la superficie del emplazamiento de la edificación es constante y en consecuencia ésta debe ser directamente relacionada con la superficie del lote. Se adopta $E = 180 \text{ m}^2$; por tanto:

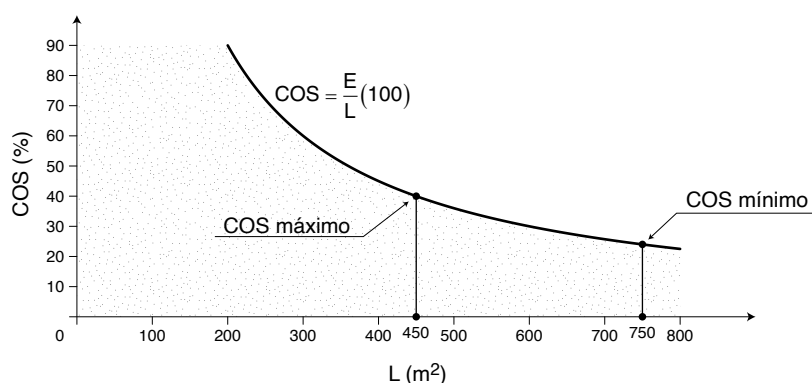
$$\text{Coeficiente de ocupación del suelo} = \text{COS} = \frac{E}{L}(100)$$

Para graficar la curva que corresponde a esta función se toma los tamaños de lotes considerados en el modelo anterior:

L	E	COS
450	180	40
500	180	36
600	180	30
700	180	25,7
750	180	24

En el Gráfico N° 1 se observa la expresión de esta función y de su análisis son pertinentes las siguientes consideraciones:

GRÁFICO N° 1



- El comportamiento del COS en esta situación no está condicionado ni por la proporción fondo/frente de los lotes, como tampoco del mismo tipo de implantación de la edificación; vale decir, es indiferente de la configuración físico-espacial de aquellos.
- Puesto que la superficie de emplazamiento de la edificación —E—, se mantiene constante, el COS_{máx} corresponde al del L_{mín} y el COS_{mín} al del L_{máx}.
- La curva es asintótica a los ejes X y Y, pero para estos fines importa más el tramo comprendido entre L = L_{mín} y L = L_{máx}.
- En estas condiciones corresponde evaluar la pertinencia del valor E = 180 m² para los tamaños de lote adoptados, observando el tipo de implantación de la edificación y las magnitudes de los retiros, que para esta tarea serán los ya fijados en el modelo anterior. Por tanto, R_f = 5 m y R_p = 3 m.
- Por esto mismo es pertinente observar que de conformidad con la tabla anterior el COS_{máx} ya aludido es igual a 40%, que confrontado con el obtenido para el L_{mín} en la relación fondo/frente = 2,5 en el modelo anterior, esto es: 42%, significa que aún en las condiciones más restrictivas es viable E = 180 m², con el tipo de implantación edificación aislada con retiro frontal. De hecho entonces esta viabilidad se amplía a los otros tamaños de lote y a las otras proporciones.

- f) Lo expuesto se verifica, por una parte, en que los COS establecidos sin considerar el tipo de implantación en los L_{med} y $L_{máx}$, y que constan en el cuadro de este modelo son menores a 40%; y, por otra, que los COS calculados en el $L_{mín}$ con las proporciones frente/fondo = 2 y también = 1,5, y que constan en la tabla del modelo anterior — por tanto observando los retiros adoptados—, son mayores a 40%, así como todos los demás COS.

Con fines normativos y si el valor asumido para E es mínimo, vale considerar que los $COS_{mín}$ y $COS_{máx}$ establecidos en este modelo son 24 y 40%, en tanto que los respectivos COS del modelo anterior son 42 y 55,7%; en consecuencia, para una unidad de ordenación urbanística determinada:

- $COS_{mín}$: 24% $\approx$ 25%
- $COS_{máx}$: 55,7% $\approx$ 55%

De no ser viable E, teniendo el carácter de mínimo, pero además no siendo posible alterar el tipo de implantación de la edificación, el recurso que queda es incrementar la superficie del $L_{mín}$ y de hecho, los otros tamaños de lote; lo cual obviamente supone disminuir la densidad poblacional.

Modelos C6

Determinación, para una unidad de ordenación urbanística, de los coeficientes de utilización del suelo (CUS) máximo y mínimo, con la implantación de la edificación aislada, en las condiciones señaladas en los Modelos C4 y C5

- a) Caso en el que son conocidos los retiros frontal, posterior y lateral, y el número de pisos de la edificación.
- b) Caso en el que se conocen la superficie del emplazamiento de la edificación —la misma que es igual a las superficies de construcción de los demás pisos y para todos los lotes admitidos entre el máximo y mínimo, incluyendo éstos—, así como el número de pisos.

Llamando:

L	=	superficie del lote
F	=	frente del lote
f	=	fondo del lote
Rf	=	retiro frontal
Rp	=	retiro posterior
Rl	=	retiro lateral = Rp
E	=	superficie del emplazamiento de la edificación
H	=	número de pisos de la edificación. Variable independiente que se supone continua, aunque solamente los valores enteros tienen significado práctico.
CUS	=	coeficiente de utilización del suelo. Relaciona a la superficie de construcción existente o prevista para un lote, con la superficie de éste, y se expresa en números relativos.

Modelización

Para el caso de los Modelos C4 —cuyas condiciones constan en el literal a)—, las tres funciones deben ser modificadas incorporando como constante a H, esto es, al número de pisos:

a) $\frac{f}{F} = 1,5$

$$CUS = \frac{\left\{ L - \left[(Rf + Rp) \sqrt{\frac{L}{1,5}} + \left(1,5 \sqrt{\frac{L}{1,5}} - (Rf + Rp) \right) 2Rp \right] \right\} (H) 100}{L}$$

b) $\frac{f}{F} = 2$

$$CUS = \frac{\left\{ L - \left[(Rf + Rp) \sqrt{\frac{L}{2}} + \left(2 \sqrt{\frac{L}{2}} - (Rf + Rp) \right) 2Rp \right] \right\} (H) 100}{L}$$

c) $\frac{f}{F} = 2,5$

$$CUS = \frac{\left\{ L - \left[(Rf + Rp) \sqrt{\frac{L}{2,5}} + \left(2,5 \sqrt{\frac{L}{2,5}} - (Rf + Rp) \right) 2Rp \right] \right\} (H) 100}{L}$$

Dado que H actúa como constante, el comportamiento de estas funciones es el mismo que el determinado en los Modelos C4 y por lo tanto los $CUS_{\text{máx}}$ y $CUS_{\text{mín}}$ buscados corresponden de modo similar a los $COS_{\text{máx}}$ y $COS_{\text{mín}}$ ya definidos, esto es:

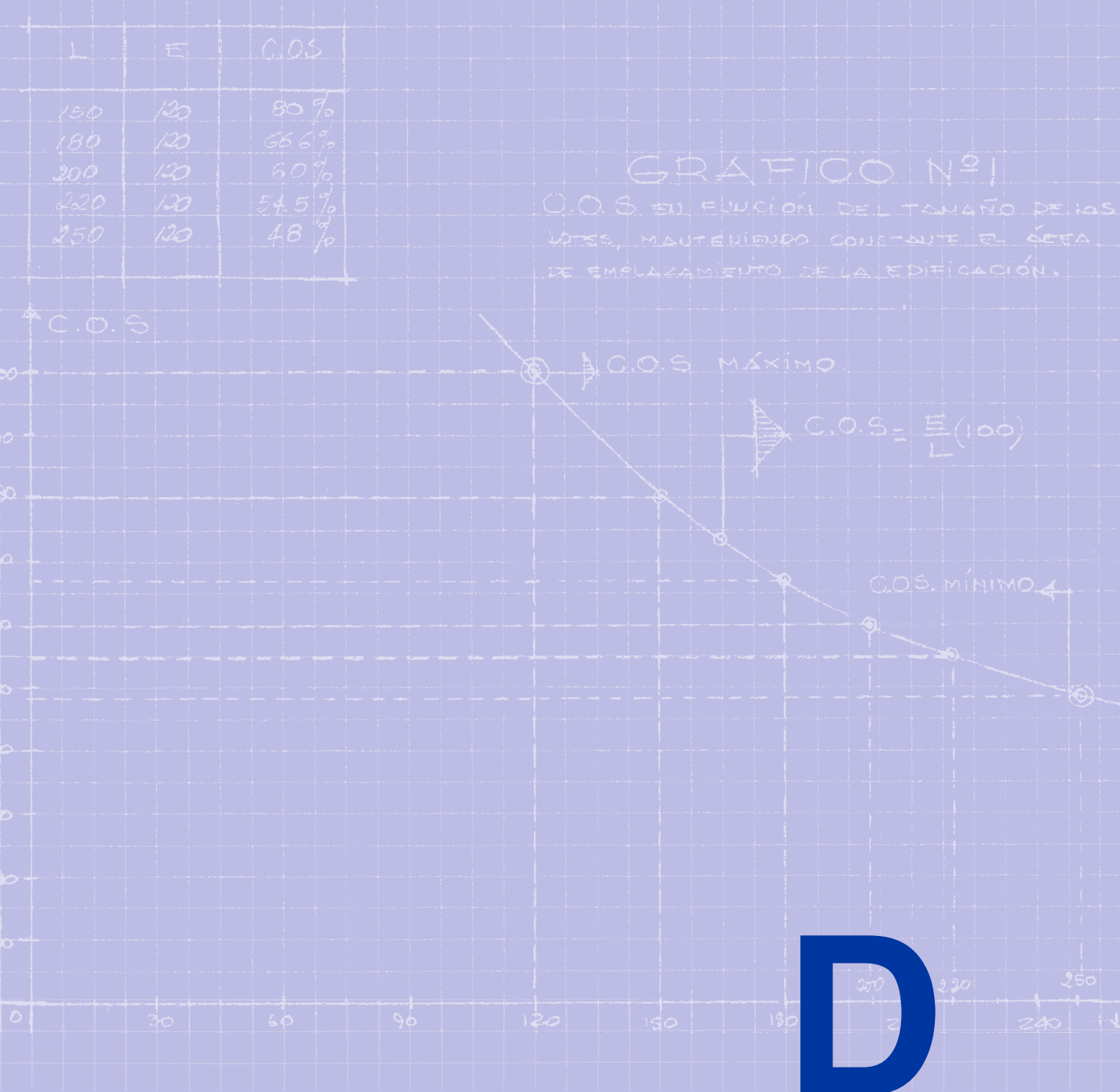
- $CUS_{\text{máx}}$, se obtendrá en la función que calcula el CUS con la relación $f/F = 1,5$ y en la que L corresponde a la superficie del $L_{\text{máx}}$.
- $CUS_{\text{mín}}$, se obtendrá en la función que calcula el CUS con la relación $f/F = 2,5$ y en la que L corresponde a la superficie del $L_{\text{mín}}$.

Similar razonamiento debe efectuarse con respecto a los Modelos C5 —cuyas condiciones constan en el literal b)—, y la función tendría la siguiente expresión:

$$CUS = \frac{(E)(H)(100)}{L}$$

en la que con $L = L_{\text{máx}}$ se obtiene el $CUS_{\text{mín}}$ y con $L = L_{\text{mín}}$ se obtiene el $CUS_{\text{máx}}$. La función tiene el mismo comportamiento ya visto en los Modelos C5.

Al igual que para el COS, el comportamiento del CUS es independiente del tipo de implantación de la edificación, puesto que relaciona a la superficie total de construcción —(E)(H)—, con la superficie del lote —L—, al margen de su configuración físico-espacial.



**Modelización matemática del
aprovechamiento del suelo para
la red vial urbana**

Modelización matemática del aprovechamiento del suelo para la red vial urbana

La red vial urbana, denominada también el “viario urbano”, se halla sin duda entre las infraestructuras fundamentales de la ciudad, de la cual mucho depende la movilidad, la accesibilidad, el enlace con el sistema de asentamientos o red urbana, entre otras implicaciones. Desde un enfoque más riguroso, se trata entonces de la infraestructura que soporta los flujos circulatorios entre los elementos de la estructura urbana y que determina fuertemente algunas formas espaciales de ésta, como la trama urbana y el fraccionamiento del suelo que encierra.

Paralelamente se ha de reconocer a la red vial como el espacio público por excelencia, parte esencial del paisaje y desde la perspectiva de la planificación, su rol de elemento estructurante de la expansión de la ciudad —de ahí la trascendencia de sus características funcionales, geométricas y materialidad, y de su impacto en los llamados “costos de urbanización”—, más si cuando ella crece en dimensión y complejidad, las conexiones internas cobran más importancia, *“pues ningún sector puede bastarse a sí mismo, y la dinámica de la aglomeración no se realiza más que a nivel de su conjunto”* (Castells, 2004, pág. 230).

En el marco de este antecedente, este subcapítulo formula un conjunto de modelos sobre el aprovechamiento del suelo para la vialidad urbana, en cuanto a superficie y longitud, y al suelo total ocupado, entendido como el suelo destinado a la manzana —polígono o isla—, y a la red vial.

Tales aprovechamientos son considerados en términos de las variables de entrada que se detallan a continuación, agrupadas por analogía: i) con respecto al suelo total ocupado: **S** = superficie y **P₂** = perímetro de la superficie, ii) en relación a la manzana: **M** = superficie, **L** = lado de la manzana cuadrada, **P₁** = perímetro de la manzana cuadrada, **L₁** = lado mayor de la manzana rectangular, **L₂** = lado menor de la manzana rectangular, **n** = número de veces que el lado mayor contiene al menor y **N** = superficie de manzana por cada hectárea de suelo total ocupado; y, iii) en cuanto a las vías: **V** = superficie y **T** = ancho o sección transversal.

El parámetro —o “constante”—, de entrada, es K = mitad de la sección transversal de las vías.

Las restricciones que deben mencionarse corresponden a la forma de la manzana: i) cuadrada, $L = \sqrt{M}$ y ii) rectangular, $L_1 = n(L_2)$.

En sus facetas descriptivas y exploratorias estos modelos generales pueden ser usados para analizar el aprovechamiento del suelo urbano con la red vial perteneciente a las tramas reticulares cuadrada y rectangular, en una determinada ciudad o asentamiento, o —como ya se ha indicado también—, en sus unidades espaciales y sin perjuicio de la comparación de sus resultados. Así, la descripción o exploración podrá ser agregada o también distribuida.

Se trata en consecuencia de revisar la realidad, en este caso, unas formas específicas de ocupación del suelo de una unidad espacial, con estudios que partan, por ejemplo, del establecimiento —a partir de la información del catastro vial—, de las medidas de tendencia central relativas al parámetro K contenido en los modelos generales y correspondientes a las manzanas con las formas contempladas por las restricciones; que procedan luego a la construcción de los modelos particulares y a los análisis de otras realidades lógicamente posibles de estas formas de ocupación, considerando los valores medios de las variables, así como valores mayores y menores —para lo cual será pertinente explotar la misma fuente de información—, y que finalmente confronten sus resultados.

Estas mismas dimensiones exploratorias de los modelos pueden anteceder a las de planeamiento, en los siguientes términos, por ejemplo:

Si con respecto a una unidad de ordenación urbanística se generan para las formas de manzanas cuadradas y rectangulares —con diferentes proporciones entre sus lados—, opciones de dimensionamiento de la mitad de la sección transversal de las vías —observando su jerarquización funcional—, y de los perímetros de las manzanas y de las superficies del suelo total ocupado, y mediante la elaboración de modelos particulares son estudiados los respectivos comportamientos matemáticos de la superficies de las manzanas, de las vías y del suelo total ocupado, así como de las longitudes de los perímetros de la manzana y de la sección transversal de las vías.

La evaluación de tales opciones y la selección de unas estimadas como óptimas y límites superior e inferior, darán lugar a un grupo de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirán establecer para tal unidad de ordenación urbanística, las siguientes determinaciones relativas a superficies y longitudes óptimas, mínimas y máximas para la forma o cada una de las formas de manzanas seleccionadas: i) superficie de la manzana, ii) número de veces que el lado mayor de la manzana contiene al menor, iii) ancho de las vías o secciones transversales, iv) superficie de vías; y v) superficie del suelo total ocupado.

Se ha de tener presente que estas determinaciones o normativas técnicas, servirán para orientar la ordenación detallada de la trama urbana y por tanto de la vialidad de una unidad espacial de crecimiento de la ciudad, observando criterios de funcionalidad, economía de suelo, seguridad y calidad ambiental; pues se reconoce que la configuración de la trama en cuestión, también está condicionada por varios otros factores, entre estos, las características del medio físico natural, en particular el relieve del suelo, o en su caso por otras determinaciones, como el fraccionamiento de éste.

Modelos D

Comportamiento de la superficie de suelo destinada a vías, de la longitud de éstas y del suelo total ocupado, cuando varía la configuración de la trama urbana

Para el efecto se consideran las variables de mayor incidencia en el aprovechamiento del suelo urbano, en la magnitud de las obras de urbanización y en sus costos, como son el tamaño y la forma de las manzanas y las secciones viales transversales.

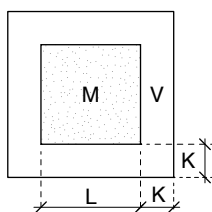
Modelización

1) La superficie de vías

Para el efecto:

- M = tamaño o superficie de la manzana, que para fines de este modelo y en principio, se supone cuadrada
- L = lado de la manzana
- V = superficie de vías
- T = ancho de la vía o sección transversal, que se estima constante en todo el perímetro de la manzana
- K = mitad de la sección transversal, es decir el ancho imputable a una determinada manzana
- S = superficie total ocupada, igual a $M + V$. Ver Gráfico N° 1.

GRÁFICO N° 1

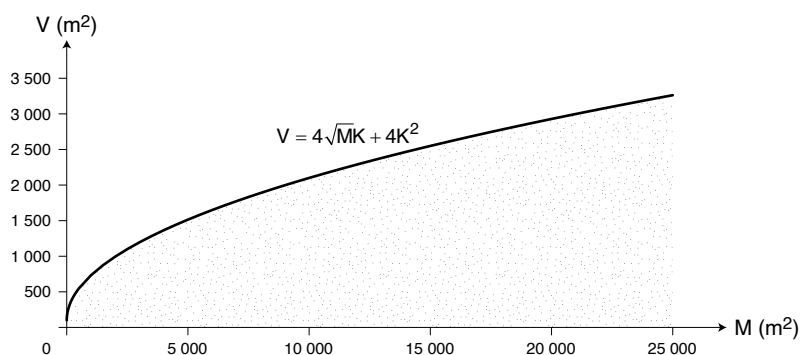


Del gráfico en referencia y manteniendo constante K, se tiene:

$$V = 4\sqrt{MK} + 4K^2$$

su construcción gráfica se observa en el Gráfico N° 2.

GRÁFICO N° 2



De su análisis se desprende que a mayor tamaño de la manzana mayor superficie de vías; pero el ritmo de crecimiento de esta superficie es más lento que el del tamaño de la manzana. Así, por ejemplo, si $K = 5$ m, para $M = 2\,500$ y $20\,000$ m², se obtiene $V = 1\,100$ y $2\,928$ m², respectivamente; por lo que mientras M crece ocho veces, V lo hace en solo 2,66 veces.

En el marco de esta tendencia general, para los tamaños de manzana menores a $5\,000$ m² –aproximadamente–, la superficie de vías crece a un ritmo mayor, pero sin superar al de las manzanas.

Bajo las mismas condiciones y por tanto manteniendo constante K interesa revisar el comportamiento de S y para ello se tiene que:

$$S = M + V$$

pero puesto que:

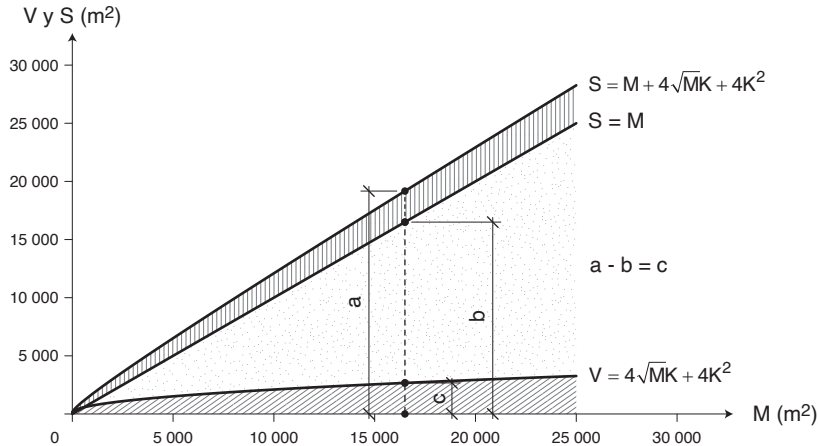
$$V = 4\sqrt{MK} + 4K^2$$

por tanto:

$$S = M + 4\sqrt{MK} + 4K^2$$

Su ilustración se muestra en el Gráfico N° 3, conjuntamente con la curva de $V = 4\sqrt{MK} + 4K^2$ y en él se observa que por el comportamiento de esta función, la recta que define a la superficie total ocupada tiende a alejarse de la recta a 45° –vale decir de $S = M$ –, conforme aumenta la superficie de las manzanas; de manera que la diferencia de las ordenadas dadas por $S = M + 4\sqrt{MK} + 4K^2$ y $S = M$, es igual a la superficie de vías $V = 4\sqrt{MK} + 4K^2$.

GRÁFICO N° 3

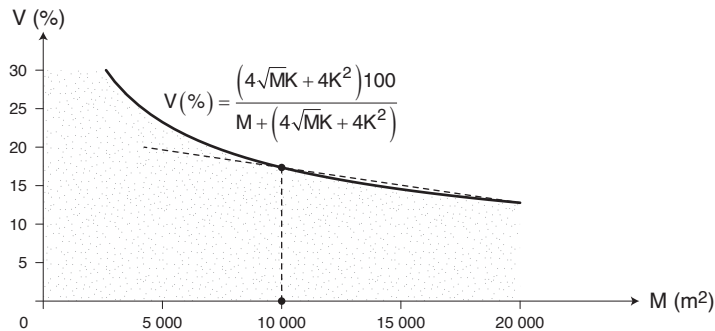


Para apreciar de mejor manera estas variaciones, se puede expresar en números relativos la superficie de vías con respecto a la superficie total ocupada $S = M + V$, en cuyo caso:

$$V(\%) = \frac{(4\sqrt{MK} + 4K^2)100}{M + (4\sqrt{MK} + 4K^2)}$$

Ver Gráfico N° 4.

GRÁFICO N° 4



Este gráfico da cuenta efectivamente que a mayor tamaño de la manzana, menor porcentaje de superficie de suelo para vías; de modo que, por ejemplo, aplicando nuevamente $K = 5$ m para $M = 2\,500$ y $20\,000$ m², se obtiene $V(\%) = 30$ y 12 , respectivamente, por lo que mientras M crece 8 veces, $V(\%)$ disminuye en más de la mitad, al 40%.

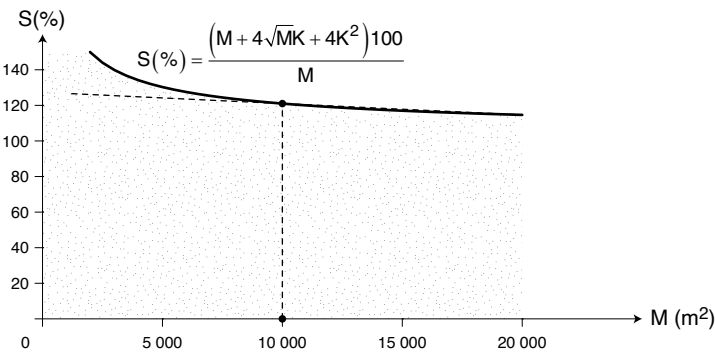
No obstante, tomando como referencia aproximada la manzana de 10 000 m², los porcentajes correspondientes a los tamaños de manzana menores tienden a aumentar más rápidamente; en comparación con los pertenecientes a los tamaños mayores.

También en términos relativos y bajo las mismas restricciones, se puede mirar el ritmo de crecimiento de la superficie total ocupada respecto del tamaño de las manzanas, es decir:

$$S(\%) = \frac{(M + 4\sqrt{MK} + 4K^2)100}{M}$$

Su expresión contiene el Gráfico N° 5, y evidencia una conducta muy cercana a la vista anteriormente, esto es, el incremento de la proporción es mayor a partir más o menos de la manzana de 10 000 m² hacia los tamaños menores.

GRÁFICO N° 5



Para profundizar este modelo, se ha preparado el Cuadro N° 1 y el Gráfico N° 6, en el que se hallan expresadas en números relativos las superficies destinadas a vías para valores de K que varían de 3,5 a 10 m –es decir para secciones transversales de 7 a 20 m, respectivamente–, y para manzanas de superficies que varían de 2 500 a 20 000 m².

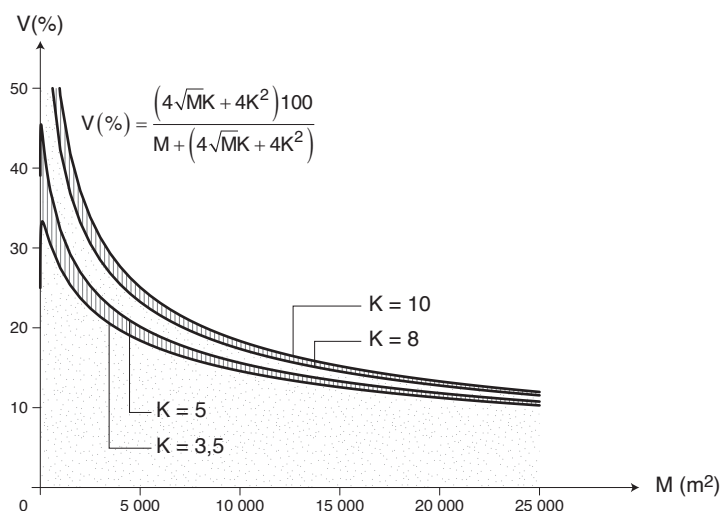
CUADRO N° 1

Superficie destinada a vías (V) y porcentaje (V (%)) en relación a la superficie total ocupada (S), por ancho de vía imputable a la manzana (K) y según tamaño de la manzana (M).

M (m²)	K											
	(m)											
	3,5			5			8			10		
	V	S	V	V	S	V	V	S	V	V	S	V
	(m²)	(m²)	(%)	(m²)	(m²)	(%)	(m²)	(m²)	(%)	(m²)	(m²)	(%)
2 500	749	3 249	23	1 100	3 600	31	1 856	4 356	43	2 400	4 900	49
5 000	1 039	6 039	17	1 514	6 514	23	2 519	7 519	33	3 228	8 228	39
10 000	1 449	11 449	13	2 100	12 100	17	3 456	13 456	26	4 400	14 400	31
20 000	2 029	22 029	9	2 928	22 928	13	4 781	24 781	19	6 057	26 057	23

Mirando el comportamiento de esta familia de curvas desde el tamaño de las manzanas, se determina que ellas se aproximan conforme aumenta el tamaño de éstas. Así la variación del 23 al 49% para $M = 2\,500\text{ m}^2$ cuando K pasa de 3,5 a 10 m, contrasta con la del 9 al 23% para $M = 20\,000\text{ m}^2$ cuando asimismo K pasa de 3,5 a 10 m; en el primer caso la magnitud de la variación es del 26% y en el segundo de casi la mitad: 14%.

GRÁFICO N° 6



Por otra parte, suele aceptarse como “idónea” en proyectos de parcelación o fraccionamiento de suelo urbano –llamados generalmente de “urbanización”–, la dotación del 20% de la superficie de actuación para vías; incluso en normativas como la ecuatoriana, concretamente en el Artículo 424 del Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización –COOTAD–, al señalar que la dotación mínima de suelo para equipamientos en proyectos de parcelación urbana será el 15% de la “*superficie total urbanizable*”, y que el 35% de ésta será la superficie máxima de cesión gratuita de suelo para vías y equipamientos, implícitamente regula como máxima superficie para vías, el 20%. De ser así, revisando el Cuadro N° 1 y Gráfico N° 6, se determina que:

- Con vías de 7 metros de ancho, solamente con tamaños de manzanas iguales o mayores a $3\,516\text{ m}^2$ – $L = 59,3\text{ m}$ –, es posible tener superficies de suelo para vías iguales o menores al 20% de la superficie de actuación de los proyectos.
- En el caso de vías de 10 metros de ancho, a partir de los $7\,177\text{ m}^2$ con $L = 84,7\text{ m}$.
- Para vías de 16 metros de ancho, desde $18\,360\text{ m}^2$ con $L = 135,5\text{ m}$; y,
- Con vías de 20 metros de ancho, no es posible, así las manzanas lleguen a tamaños de $20\,000\text{ m}^2$. Según la tendencia, se requieren de un tamaño muy mayor para alcanzar tal 20%, concretamente $28\,710\text{ m}^2$ y $L = 169,5\text{ m}$.
- Por tanto, al pasar de 7 a 20 m el ancho de la vía, la superficie de la manzana debe aumentar de $3\,516$ a $28\,710\text{ m}^2$; por lo que si el ancho de la vía es casi tres veces mayor, la superficie de la manzana lo es en más de ocho veces; y,

- f) Si en la ecuación que permite determinar el porcentaje de suelo destinado a vías, se hace $V(\%) = 20$, se obtiene:

$$M - 16\sqrt{MK} - 16K^2 = 0$$

pero puesto que $M = L^2$, se obtiene:

$$L^2 - 16LK - 16K^2 = 0$$

Esta ecuación permite calcular L conocido K , bajo la condición de que la superficie destinada a vías sea igual al 20% de S ; pero también puede tener la expresión en la que K sea la variable y L^2 el término independiente, esto es:

$$16K^2 + 16LK - L^2 = 0$$

Con carácter más general, es posible conocer el comportamiento de M , asumiendo como variable independiente el ancho o sección transversal de la vía, esto es: T , y en calidad de constante el porcentaje de suelo destinado a vías con respecto a la superficie total ocupada $-V(\%)$ -. Para esto se parte de la expresión ya conocida:

$$V(\%) = \frac{(4\sqrt{MK} + 4K^2)100}{M + (4\sqrt{MK} + 4K^2)}$$

Si se llama T al ancho de la vía, entonces: $K = \frac{T}{2}$ y $K^2 = \frac{T^2}{4}$,

y por tanto:

$$V(\%) = \frac{\left(4\sqrt{M}\frac{T}{2} + 4\frac{T^2}{4}\right)100}{M + \left(4\sqrt{M}\frac{T}{2} + 4\frac{T^2}{4}\right)}$$

resolviendo se tiene:

$$V(\%)M + M^{\frac{1}{2}}T(2V(\%) - 200) + T^2(V(\%) - 100) = 0$$

Esta ecuación puede resolverse mediante: $X^{\frac{1}{2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$;

en la que:

$$a = V(\%)$$

$$b = T(2V(\%) - 200)$$

y,

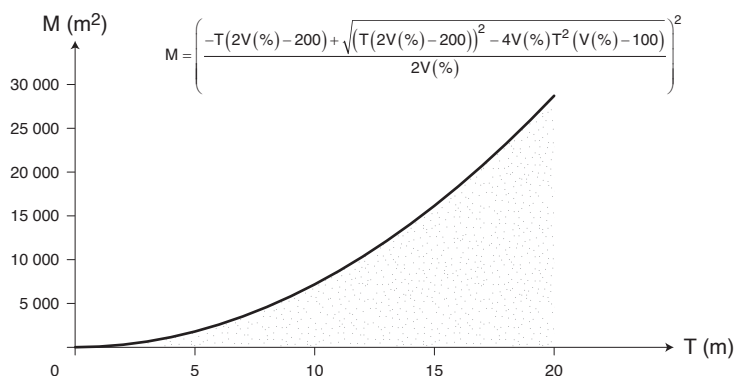
$$c = T^2(V(\%) - 100)$$

por consiguiente:

$$M = \left(\frac{-T(2V(\%) - 200) + \sqrt{(T(2V(\%) - 200))^2 - 4V(\%)T^2(V(\%) - 100)}}{2V(\%)} \right)^2$$

El Gráfico N° 7, ilustra los significativos incrementos que debe experimentar el tamaño de las manzanas para mantener constante el porcentaje de suelo destinado a vías, mientras aumenta el ancho de éstas.

GRÁFICO N°7



2) La longitud de vías

A fin de estudiar el comportamiento de la longitud de las vías y en consecuencia de las infraestructuras de servicios públicos que se emplazan en ellas, debe introducirse dos nuevas variables:

P_1 = perímetro de la manzana = $4\sqrt{M}$

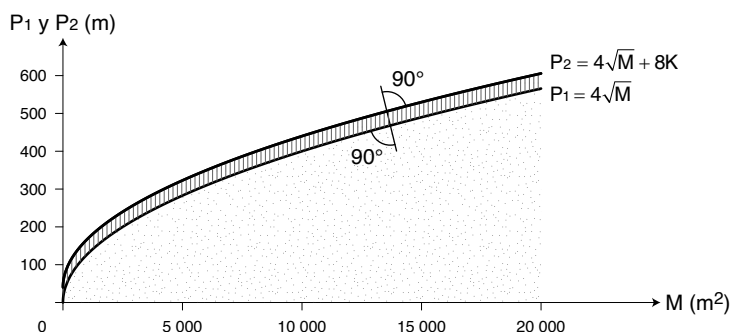
P_2 = perímetro de la superficie total ocupada = $4\sqrt{M} + 8K$; que podría también ser entendido como “perímetro de infraestructuras”, considerando que en torno a los ejes horizontales de las vías se emplazan varias de ellas.

Ante todo interesa observar cómo varían P_1 y P_2 , en relación a M , manteniendo constante K . Para el efecto se ha elaborado el Gráfico N° 8, de cuya observación se desprende que si bien P_2 crece con M , lo hace a un ritmo considerablemente menor. Así, por ejemplo, si K es igual a 5 m, para $M = 2\,500$ y $20\,000$ m², se obtiene $P_2 = 240$ y 605 m, respectivamente, por lo que mientras M crece ocho veces, P_2 aumenta en solo 2,52 veces; proporción muy cercana a la vista en líneas anteriores cuando se relacionó, en términos análogos, el tamaño de las manzanas (M), con la superficie destinada a vías (V), esto es: 2,66.

En el marco de esta tendencia general, el crecimiento correspondiente a tal perímetro muestra un ritmo mayor para los tamaños menores a 5 000 m² —más o menos cerca—, pero sin superar al de las manzanas.

Por su parte, $P_1 = 4\sqrt{M}$, esta es una curva r-paralela a $P_2 = 4\sqrt{M} + 8K$, en la medida que el término $8K$ es constante, y en consecuencia tiene similar comportamiento.

GRÁFICO N° 8

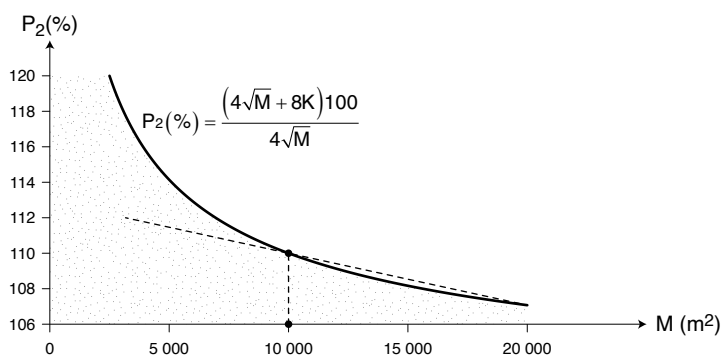


La variación en términos relativos del “perímetro de infraestructuras” respecto del perímetro de las manzanas, expresado este último en términos del tamaño de éstas y manteniendo nuevamente constante el ancho de vía, se puede conocer con la siguiente función:

$$P_2(\%) = \frac{(4\sqrt{M} + 8K)100}{4\sqrt{M}}$$

Revisando el Gráfico N° 9 se determina que $P_2(\%)$ se incrementa en tanto disminuye M , vale decir, la proporción del “perímetro de infraestructuras” respecto del perímetro de las manzanas aumenta conforme disminuye el tamaño de éstas, pero la tendencia se acentúa notablemente a partir de $M = 10\,000\text{ m}^2$. Ilustrando se tiene que si $K = 5\text{ m}$, para $M = 2\,500$ y $20\,000\text{ m}^2$, $P_2(\%) = 120$ y 107 , respectivamente, por lo que mientras M disminuye el $87,5\%$, $P_2(\%)$ aumenta en algo más del 12% $-(13/107)100-$.

GRÁFICO N° 9

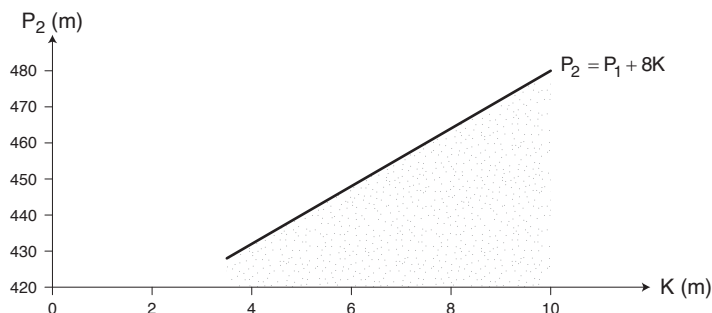


Por otra parte, si se pretende indagar el comportamiento en términos absolutos que adquiere P_2 o “perímetro de infraestructuras” respecto de la longitud $8K = P_2 - P_1$, la función se deduce fácilmente: $P_2 = P_1 + 8K$, en tanto que su expresión se muestra en el Gráfico N° 10.

Por tanto, manteniendo constante P_1 —y en consecuencia M —, si aumenta el tamaño de K también lo hace P_2 , pero a un ritmo menor. Así, si el tamaño de la manzana es $10\,000\text{ m}^2$ y $K = 3,5$ y 10 m , se obtiene $P_2 = 428$ y 480 m , respectivamente; por lo que si K crece $2,85$

veces, P_2 lo hace en solamente 1,12, y entonces el crecimiento de este perímetro es 2,5 veces menos que el del ancho de vía. Esto significa que aumentos significativos del ancho de la vía no tienen un impacto del mismo orden en el “perímetro de infraestructuras”.

GRÁFICO N° 10



En valores relativos, la función de partida es la subsiguiente:

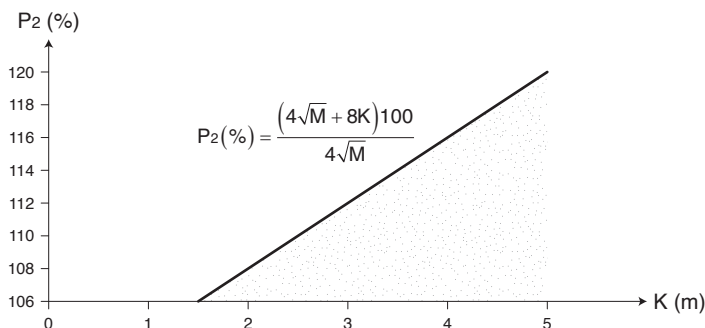
$$P_2(\%) = \frac{P_2(100)}{P_1}$$

Para facilitar la resolución, los perímetros pueden ser expresados en términos de M , por lo que:

$$P_2(\%) = \frac{(4\sqrt{M} + 8K)100}{4\sqrt{M}}$$

ecuación en la que K será la variable independiente y $4\sqrt{M}$ —o en su caso P_1 —, el valor constante. Su expresión se muestra en el Gráfico N° 11.

GRÁFICO N° 11



Su análisis ratifica lo ya expuesto, esto es, que conforme aumenta K , también lo hace $P_2(\%)$ pero a un ritmo menor. Así, manteniendo los datos del ejemplo anterior, a los tamaños $M = 2$ 500 y 20 000 m^2 les corresponde $P_2(\%)$: 120 y 107 m^2 , respectivamente; por lo que si K pasa de 3,5 a 10 m., es decir crece un 285%, $P_2(\%)$ lo hace en un 112. Se ratifica entonces que aumentos importantes del ancho de la vía no tienen una incidencia del mismo orden en el “perímetro de infraestructuras”.

Por otra parte, estos valores relativos tienen exactamente el mismo comportamiento que los absolutos y por esto que el cociente de dividir los valores de $P_2 = 480$ y 428 m, vistos anteriormente, es igual al de dividir los respectivos $P_2(\%) = 120$ y 107 . En suma: $P_{2a}/P_{2b} = P_{2a}(\%)/P_{2b}(\%)$.

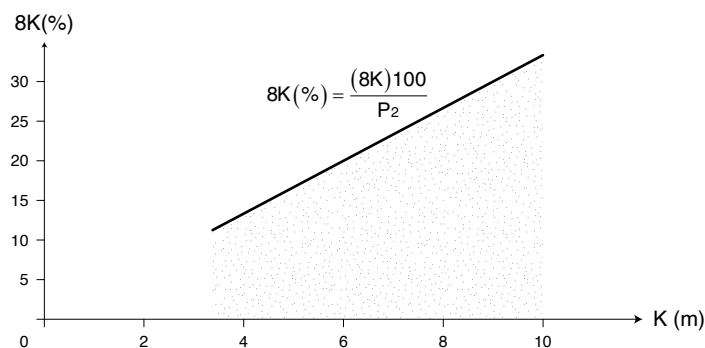
Finalmente, se puede indagar sobre las tendencias de $8K(\%)$ respecto de P_2 , volviendo en primera instancia variable independiente a la misma longitud $8K$ y luego con esta condición al mencionado perímetro.

$$8K(\%) = \frac{(8K)100}{P_2}$$

Conocido entonces P_2 , la dimensión relativa de K , variable independiente, respecto a este perímetro, es la que se expresa en el Gráfico N° 12.

De su consideración se desprende que si aumenta el ancho de vía, también crece el valor relativo de la longitud imputable a ella $-8K-$, con respecto al “perímetro de infraestructuras”, configurando una relación directamente proporcional. Así, tomando como ejemplo $P_2 = 240$ m, resulta que para $K = 3,5$ m se tiene $8K(\%) = 11,66$, en tanto que para $K = 10$ m la longitud $8K(\%) = 33,33$; por lo que $10/3,5 = 33,33/11,66$. En otros términos, tal relación se expresa en: $K_2 / K_1 = 8K_2(\%) / 8K_1(\%)$.

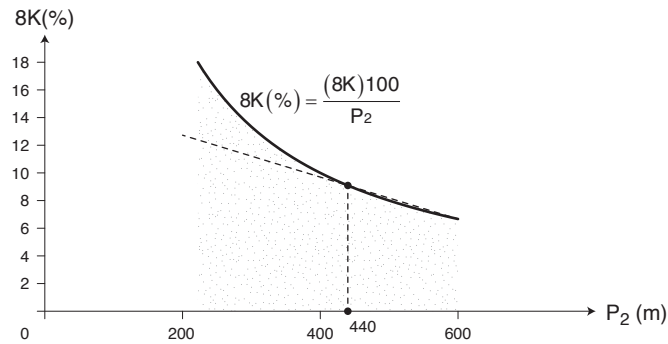
GRÁFICO N° 12



Si como se anticipó, en la función ya conocida $8K$ se vuelve constante y varía de manera independiente P_2 , ella adquiere la expresión que se observa en el Gráfico N° 13, mismo que pone en evidencia la notable disminución que sufre la constante $8K$ en números relativos en relación a P_2 , conforme aumenta esta variable. Así, por ejemplo, para los ya considerados valores de $P_2 = 240$ y 605 m y $K = 5$ m, por tanto $8K = 40$ m, se obtiene que esta longitud representa el 16,6 y el 6,6%, respectivamente, por lo que si P_2 crece en 2,5 veces, $8K(\%)$ en cambio disminuye en más de la mitad, al 40%.

Sin embargo, tomando como referencia P_2 correspondiente a la manzana de $10\,000\text{ m}^2$, los valores de $8K(\%)$ para P_2 de los tamaños de manzana menores tienden a aumentar más rápidamente, en comparación con los pertenecientes a P_2 de los tamaños mayores.

GRÁFICO N° 13



Considerando los porcentajes antes indicados, se obtiene que $605/240$, es igual a $16,6/6,6 = 2,52$; lo cual significa que dados dos valores de P_2 : P_{2a} y P_{2b} , siendo $P_{2b} > P_{2a}$, las veces en las que P_{2b} es mayor a P_{2a} , es igual a las veces en las que en términos relativos $8K$ respecto de P_{2a} es mayor respecto de P_{2b} . Vale decir:

$$\frac{P_{2b}}{P_{2a}} = \frac{\left(\frac{8K}{P_{2a}}\right) 100}{\left(\frac{8K}{P_{2b}}\right) 100}$$

Para ahondar este modelo, se ha elaborado el Cuadro N° 2 y el Gráfico N° 14, en el que se hallan expresados en números relativos la longitud $8K$ respecto de P_2 , correspondientes a manzanas de superficies que varían de 2 500 a 20 000 m², para valores de K que van de 3,5 a 10 m, es decir para secciones transversales de 7 a 20 m, respectivamente. Para el efecto, se ha considerado que:

$$8K(\%) = \frac{8K(100)}{P_2}$$

CUADRO N° 2

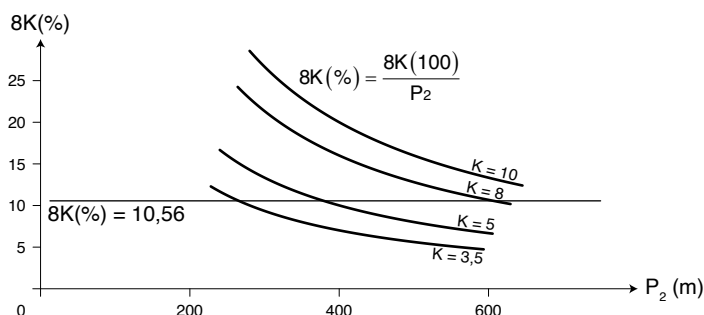
Longitud $8K$ en números absolutos y relativos con respecto al perímetro de infraestructuras (P_2), por ancho de vía imputable a la manzana (K) y según tamaño de la manzana (M).

M (m ²)	K = 3,5 m			K = 5 m			K = 8 m			K = 10 m		
	P ₂ (m)	8K (m)	8K (%)	P ₂ (m)	8K (m)	8K (%)	P ₂ (m)	8K (m)	8K (%)	P ₂ (m)	8K (m)	8K (%)
2 500	228	28	12	240	40	17	264	64	24	280	80	29
5 000	311	28	9	323	40	12	347	64	18	363	80	22
10 000	428	28	7	440	40	9	464	64	14	480	80	17
20 000	594	28	5	606	40	7	630	64	10	646	80	12

En esta familia de curvas considerando la longitud del “perímetro de infraestructuras” y por tanto el tamaño de las manzanas, se determina que ellas se aproximan conforme aumenta tal longitud. Por esto, la variación en el caso de $M = 2\,500\text{ m}^2$ del 12 al 28% para $P_2 = 228$ y 280 m, respectivamente, cuando K pasa de 3,5 a 10 m; contrasta con el de $M = 20\,000\text{ m}^2$

del 4 al 12% para $P_2 = 594$ y 646 m, mutuamente, cuando asimismo K pasa de $3,5$ a 10 m; en el primer caso la magnitud de la variación es del 16% y en el segundo del 8%, la mitad.

GRÁFICO N° 14



Si se calcula P_2 y $8K(\%)$ para los tamaños de manzana M ya señalados anteriormente en el apartado 1) La superficie de vías —estos son: $3\,516$, $7\,177$, $18\,360$ y $28\,710\text{ m}^2$ —, y en los que para los valores de K adoptados en este modelo, la proporción de suelo destinado a vías es $V(\%) = 20$, con respecto a S o superficie total ocupada, se determina que:

$$\frac{8(3,5)100}{265,2} = \frac{8(5)100}{378,8} = \frac{8(8)100}{606} = \frac{8(10)100}{758} = 10,56$$

Por tanto, si $V(\%) = 20$ es la superficie “idónea” para vías, a ésta le corresponde una longitud $8K(\%)$ “idónea” $= 10,56$ y que corresponde a la recta que se observa en el Gráfico N° 14. Así, los valores de $8K(\%)$ que en la familia de curvas se ubican bajo esta recta, son menores a $10,56$ y pertenecen a valores de M y en consecuencia de S , en los que se cumple que $V(\%)$ es menor a 20 .

Entonces, si:

$$10,56 = \frac{8K(100)}{P_2} = \frac{8K(100)}{4\sqrt{M} + 8K}$$

resolviendo:

$$42,24\sqrt{M} + 84,48K = 800K$$

de donde:

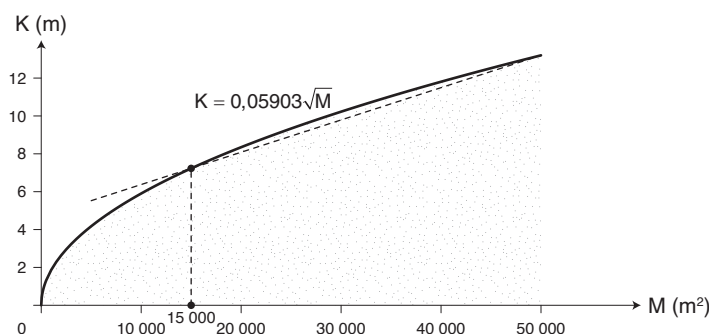
$$K = 0,05903\sqrt{M}$$

Esta última ecuación es significativamente importante por cuanto conocido el tamaño de la manzana y adoptando la forma cuadrada, se puede conocer el valor de K y en consecuencia la superficie destinada a vías, la misma que en números relativos con respecto a la superficie total ocupada S , siempre corresponderá a $V(\%) = 20$, a la vez que $8K(\%) = 10,56$ de P_2 . De hecho también se puede establecer M conocido el valor de K .

En el siguiente gráfico se observa el comportamiento de dicha función, mismo que pone en evidencia que a mayor tamaño de las manzanas (M) crece el ancho de vía imputable a éstas

(K), manteniendo constante el porcentaje de vías (%) respecto de la superficie total ocupada (S); no obstante este crecimiento tiene un ritmo mayor para el rango de tamaños de manzanas usuales en la conformación de la trama urbana, podría decirse menores a 15 000 m².

GRÁFICO N° 15



Siguiendo el procedimiento expuesto, se ha procedido a determinar la ecuación anterior para el caso de otros valores de V(%), como se observa en el Cuadro N° 3, y que también pueden ser motivo de consideración en la redacción de planes de ordenación urbanística.

CUADRO N° 3

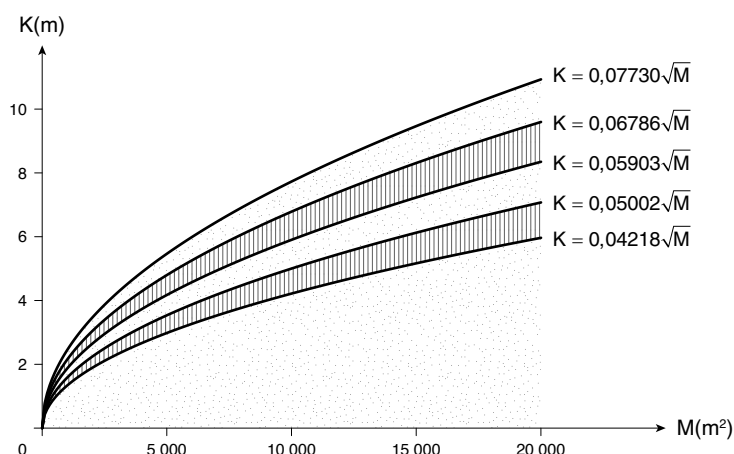
Ancho de vía imputable a la manzana –K– en función de ésta –M– y longitud 8K en números relativos con respecto al “perímetro de infraestructuras” –P₂–, según porcentaje de la superficie destinada a vías V(%) en relación a la superficie total ocupada S.

V(%) de S	8K (%) de P ₂	K
15	7,78	$0,04218 \sqrt{M}$
17,5	9,09	$0,05002 \sqrt{M}$
20	10,56	$0,05903 \sqrt{M}$
22,5	11,96	$0,06786 \sqrt{M}$
25	13,39	$0,0773 \sqrt{M}$

Las ecuaciones de K en función de M se observan en el Gráfico N° 16, de su consideración se desprende que manteniendo la tendencia ya señalada en líneas anteriores:

- Para todos los tamaños de manzanas –M–, conforme aumenta el porcentaje de suelo destinado a vías V(%), aumenta también el ancho de vías imputable a ellas –K–.
- No obstante, la proporción de este incremento es la misma al pasar de un porcentaje V(%) a otro mayor para manzanas de distinto tamaño, esto por cuanto ellas observan una misma forma: la cuadrada.
- Así, por ejemplo, si se comparan para los tamaños de $M = 3\,500$ y $20\,000$ m², los valores de $K = 0,04218\sqrt{M}$ y $0,07730\sqrt{M}$ –esto es, para V(%) 15 y 25, respectivamente–; al primero le corresponde 2,10 y 3,86, y al segundo 5,96 y 10,93, por lo que: $3,86/2,10 = 10,93/5,96 = 1,83$.

GRÁFICO N° 16



3) Suelo total ocupado con manzanas de forma rectangular

Ya se estudió en líneas anteriores, el comportamiento del suelo total ocupado S cuando varían el tamaño de las manzanas de forma cuadrada y las secciones viales transversales, pero toca estudiarlo considerando otras proporciones entre los lados de las manzanas. No obstante, este modelo se limitará a las manzanas de forma rectangular, muy común en la configuración o estructuración de la trama urbana.

Para el efecto se parte incluyendo tres nuevas variables:

- L_1 = lado menor de la manzana
- L_2 = lado mayor de la manzana
- n = número de veces en la que L_2 es mayor a L_1

Por la geometría de las formas del Gráfico N° 1, se establece:

$$S = 4K^2 + 2K(L_1 + L_2) + M$$

puesto que $L_2 = nL_1$

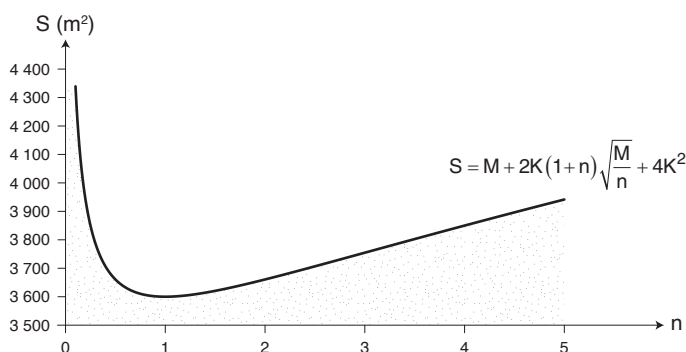
$$S = 4K^2 + 2K(L_1 + nL_1) + M$$

pero $M = (L_1)(nL_1)$ y $L_1 = \sqrt{\frac{M}{n}}$; entonces:

$$S = M + 2K(1+n)\sqrt{\frac{M}{n}} + 4K^2$$

Manteniendo constantes M y K , y por tanto como variable independiente n , la función tiene la representación que consta en el Gráfico N° 17 y de su análisis se desprende que conforme aumenta la proporción entre los lados de la manzana a partir de $n = 1$, se incrementa también la superficie o suelo total ocupado. De hecho, para valores de $n < 1$, el comportamiento no se altera, pues L_2 se vuelve menor a L_1 y por esto S , a título de ejemplo, es la misma para $n = 2$ y $0,5$.

GRÁFICO N° 17



Se puede ilustrar lo afirmado considerando que para $M = 2\,500\,m^2$, $K = 5\,m$ y $n = 1$ y 5 , la superficie S equivale a $3\,600$ y $3\,941\,m^2$, respectivamente, y que por tanto se incrementa en el 9,47%; cifra importante desde el punto de vista del aprovechamiento del suelo y de los costos de este recurso y de las obras de urbanización, que pone de relieve la economía que generan las manzanas de forma cuadrada –punto de partida de estos modelos–, pues tratándose de los cuadriláteros de lados que se intersectan formando ángulos rectos, dicha forma es la que contiene cualquier superficie con el menor perímetro.

No obstante, tal incremento tiende a disminuir si aumenta la superficie de las manzanas, así si este tamaño pasa a $5\,000$, $10\,000$ y $20\,000\,m^2$ –manteniendo $K = 5\,m$ –, el incremento de la superficie total ocupada al variar n de 1 a 5, es del 7,42; 5,65; y, 4,21%, respectivamente. Ver Cuadro Anexo N° 1.

Por otra parte, las cifras expuestas dan cuenta también que los ritmos de crecimiento de n y S son distintos, pues mientras n es mayor en 5 veces, S no lo hace ni en una décima en la condición más favorable de los tamaños de manzana considerados – $2\,500\,m^2$ –; por lo que fuertes incrementos en la proporción de los lados de las manzanas, no desembocan por fortuna, en incrementos de la superficie total ocupada de la misma proporción.

La función que permite determinar los incrementos de S en números relativos $iS(\%)$, con respecto al valor que asume esta variable en el caso de la manzana de forma cuadrada y conforme se incrementa n –siempre manteniendo constante también K –, es la siguiente:

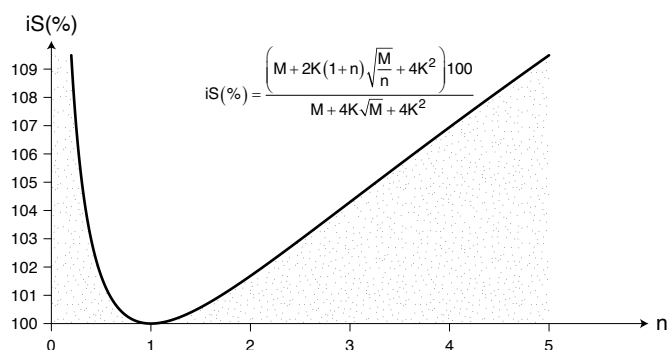
$$iS(\%) = \frac{\left(M + 2K(1+n)\sqrt{\frac{M}{n}} + 4K^2 \right) - \left(M + 4K\sqrt{M} + 4K^2 \right)}{M + 4K\sqrt{M} + 4K^2} \cdot 100$$

Su expresión consta en el Gráfico N° 18, y ella ratifica lo expuesto.

Interesa también estudiar la variación que experimenta la relación de la superficie de manzana por cada unidad de superficie total ocupada, conforme varía n . Con este propósito, llamando N a la superficie de manzana por cada hectárea de suelo ocupado, se tiene que:

$$N = \frac{M}{S}$$

GRÁFICO N° 18



pero

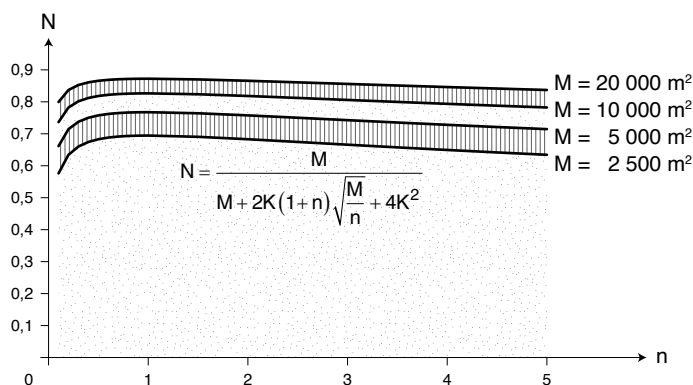
$$S = M + 2K(1+n) \sqrt{\frac{M}{n} + 4K^2}$$

por tanto:

$$N = \frac{M}{M + 2K(1+n) \sqrt{\frac{M}{n} + 4K^2}}$$

Esta función indica que conforme crece n , manteniendo constantes M y K , el denominador se incrementa asimismo y disminuye N ; esto es, la superficie de manzana por hectárea de suelo ocupado, como demuestra el Gráfico N° 19, que se ha elaborado para los tamaños de M ya considerados en este modelo: 2 500, 5 000, 10 000 y 20 000 m².

GRÁFICO N° 19



Por tanto, en divergencia con el aumento de la superficie total ocupada, conforme se incrementa la proporción entre los lados de la manzana a partir de $n = 1$ y que tal aumento tiende a disminuir si se incrementa a su vez la superficie de las manzanas; la superficie de manzana por hectárea de suelo ocupado, se reduce en tanto se incrementa la proporción entre los lados de ella, pero para una misma proporción siempre aumenta si crece su tamaño.

A su vez, la información consignada en el Cuadro N° 4 –preparado a partir de la contenida en el Cuadro Anexo N° 1–, permite observar más en detalle, por una parte, que la disminución de N conforme se incrementa n, aumenta en tanto merma el tamaño de las manzanas; así, haciendo $N = 100\%$ cuando $n = 1$, tal porcentaje para $n = 5$ disminuye al 91,3; 92,2; 93,9 y 96,5%, para los tamaños M de 2 500, 5 000, 10 000 y 20 000 m², respectivamente.

CUADRO N° 4

Superficie de manzana por hectárea de suelo ocupado –N– para $K = 5$ m, por la proporción entre los lados de la manzana –n– y según tamaños de la manzana –M–.

M (m ²)	n				
	1	2	3	4	5
2 500	0,69	0,68	0,67	0,65	0,63
5 000	0,77	0,76	0,74	0,73	0,71
10 000	0,83	0,82	0,81	0,79	0,78
20 000	0,87	0,87	0,86	0,85	0,84

Por otra parte, haciendo los valores de $N = 100\%$ para $M = 2\,500$ m², dicho porcentaje para $M = 20\,000$ m², se incrementa al 126,1; 127,9; 128,3; 130,7 y 133,3%, para las proporciones $n = 1, 2, 3, 4$ y 5 , mutuamente. Se observará entonces, adicionalmente, que estos aumentos son mayores a las disminuciones antes vistas, tomados como cifras absolutas.

Finalmente se procede a estudiar otra relación notable en cuanto a la superficie ocupada, esto es, entre superficie total ocupada –S–, y la superficie de manzana por cada hectárea de suelo ocupado –N–; para ello ya se conoce que:

$$N = \frac{M}{S}$$

$$M = (L_1)(L_2)$$

y,

$$L_2 = nL_1$$

de donde:

$$M = n(L_1)^2$$

sin embargo:

$$S = (L_1 + 2K)(L_2 + 2K)$$

y reemplazando L_2 en función de L_1 , se tiene:

$$S = n(L_1)^2 + 2K(1+n)L_1 + 4K^2$$

igualando a cero:

$$n(L_1)^2 + 2K(1+n)L_1 + (4K^2 - S) = 0$$

Esta ecuación se resuelve aplicando: $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$;

en la que:

$a = n$, $b = 2K(1 + n)$ y, $c = (4K^2 - S)$; por tanto L_1 , optando por el signo + para el valor de la raíz –pues con el signo negativo se obtiene un valor menor a cero–, se expresa en estos términos:

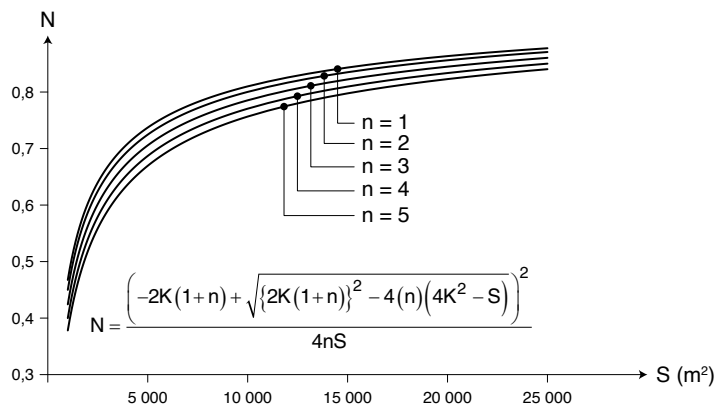
$$L_1 = \frac{-2K(1+n) + \sqrt{\{2K(1+n)\}^2 - 4(n)(4K^2 - S)}}{2n}$$

Sustituyendo L_1 en $M = n (L_1)^2$, se tiene:

$$N = \frac{\left(-2K(1+n) + \sqrt{\{2K(1+n)\}^2 - 4(n)(4K^2 - S)}\right)^2}{4nS}$$

Si en esta función se vuelven constantes K y n , de manera análoga con el comportamiento de N conforme crece M , asimismo los incrementos de S llevan a aumentos de N , como muestra la familia de curvas del Gráfico N° 20, que se ha preparado para los valores de $n = 1, 2, 3, 4$ y 5 ; correspondiendo –por lo dicho–, a las curvas de $n = 1$ y 5 , las cifras extremas para cada valor a su vez de S .

GRÁFICO N° 20



No obstante, amerita destacar, por una parte, que dichos incrementos –como se observará–, son mayores cuando los valores de S son menores aproximadamente a 10 000 m^2 . Por otra parte, la significativa diferencia que experimenta S para un mismo valor de N al pasar de $n = 1$ a $n = 5$; así para $N = 0,8$; $n = 1$ y $K = 5$, se requiere una superficie $S = 8 972 m^2$, en tanto que para los mismos valores de N y K , y $n = 5$, ella aumenta a $S = 15 384 m^2$, esto es, una superficie 1,71 veces mayor.

4) Conclusiones

Se puede formular con respecto a estos modelos las siguientes conclusiones, bajo la condición de que las manzanas sean de forma cuadrada, a menos que se indique lo contrario:

- a) Al aumento del tamaño de las manzanas y manteniendo constante el ancho de vía imputable, le corresponde asimismo un crecimiento de la superficie destinada a vías, pero a un ritmo significativamente menor, que disminuye para los tamaños inferiores a 5 000 m² –aproximadamente–, sin que por esto supere al de las manzanas.

El comportamiento general descrito lleva a que la superficie total ocupada aumente con el tamaño de las manzanas, separándose crecientemente de la bisectriz $S = M$.

Vista en cambio en términos relativos, la superficie de vías se incrementa más rápidamente para los tamaños de manzanas menores a 10 000 m² –aproximadamente–, en comparación con el ritmo que muestra para los tamaños mayores a éste. Un comportamiento muy similar tiene en estos mismos términos, el ritmo de crecimiento de la superficie total ocupada en relación al tamaño de las manzanas.

- b) Conforme disminuye el tamaño de las manzanas, la diferencia entre superficies destinadas a vías en términos relativos –con respecto a la superficie total ocupada–, aumenta al pasar de un ancho de vía a otro mayor.
- c) Estimando como “idóneas” las dotaciones de suelo para vías iguales o cercanas a 20% del total de la superficie ocupada, resulta que los incrementos de anchos de vía demandan en contrapartida enormes ampliaciones a su vez de las superficies de las manzanas para mantener tal 20%.
- d) Al crecimiento del tamaño de las manzanas y manteniendo constante el ancho de vía imputable, le corresponde también un aumento del “perímetro de infraestructuras”, pero a un ritmo fuertemente menor, que aunque disminuye para los tamaños inferiores a 5 000 m² –más o menos cerca–, no supera por esto al de las manzanas.

Existe entonces un paralelismo con el aumento de la superficie destinada a vías conforme aumenta el tamaño de las manzanas, que obliga a tener presente para los tamaños de manzana de hasta aproximadamente 5 000 m², que tanto la superficie destinada a vías, como el “perímetro de infraestructuras”, crecen a un ritmo mayor. Por tanto V y P_2 tienen un comportamiento análogo, respecto del tamaño de las manzanas.

A su vez, en términos relativos, la proporción del “perímetro de infraestructuras” respecto del perímetro de las manzanas aumenta conforme disminuye el tamaño de éstas, pero la tendencia se acentúa notablemente a partir de 10 000 m². Este comportamiento es similar al visto en estos mismos términos para la superficie total ocupada en relación al tamaño de las manzanas.

- e) Por su parte, el comportamiento que adquiere el “perímetro de infraestructuras” respecto de su segmento imputable al ancho de las vías, manteniendo constante el perímetro de la manzana –y por tanto el tamaño de esta–, tanto en términos absolutos como relativos es el mismo: si aumenta el ancho de las vías, también lo hace el “perímetro de infraestructuras”, pero a un ritmo menor; por lo que aumentos significativos del ancho de la vía no tienen un impacto del mismo orden en este perímetro.
- f) A su vez, las tendencias en números relativos del segmento del “perímetro de infraestructuras” imputable al ancho de las vías con respecto a éste, volviendo en primera instancia variable independiente al mismo segmento, determinan que si aumenta el ancho de vía, también crece el valor relativo de la longitud atribuible a dicho segmento, configurando una relación directamente proporcional.

Si en cambio el mismo segmento se vuelve constante y el referido perímetro variable independiente, se determina que este segmento en números relativos experimenta un crecimiento a un ritmo mayor cuando corresponden a las manzanas de tamaños menores a 10 000 m² –aproximadamente–, en comparación con el de los perímetros de los tamaños de manzana mayores a éste.

Así, se tiene otro paralelismo, esta vez en términos relativos, entre la superficie destinada a vías con respecto a la superficie total ocupada y el ancho de las vías en relación al “perímetro de infraestructuras”; siendo destacable en este contexto, que a partir –más o menos cerca–, de la manzana de 10 000 m² y su “perímetro de infraestructuras”, tales valores relativos para los tamaños de manzanas menores a ella crecen más rápidamente en comparación con los de los tamaños mayores. En consecuencia V(%) con respecto a la superficie total ocupada, y K(%) en relación al “perímetro de infraestructuras”, tienen un comportamiento análogo.

- g) Conforme disminuye el “perímetro de las infraestructuras” –y en consecuencia el tamaño de las manzanas–, la diferencia entre los segmentos de tal perímetro imputables al ancho de las vías –esto es 8K–, en términos relativos con respecto a éste, aumenta al pasar de un ancho de vía a otro mayor.

Este comportamiento mantiene un paralelismo con el que tiene la diferencia entre superficies destinadas a vías en términos relativos, con respecto a la superficie total ocupada, esto es, que conforme disminuye el tamaño de las manzanas, ella aumenta al pasar de un ancho de vía a otro mayor. Por tanto, debe observarse que para las manzanas de tamaños menores a 10 000 m², al pasar de un ancho de vía a otro, aumenta de modo importante en términos relativos, la superficie destinada a vías en relación a la superficie total ocupada y el segmento del “perímetro de infraestructuras” correspondiente a 8K con respecto a éste.

Estas conclusiones, así como todas aquellas referidas a los tamaños de manzanas menores a 10 000 m², comunes en la conformación o estructuración de la trama urbana, deben ser consideradas en su diseño, pues los amanzanamientos intensos –seguramente los que dan lugar a manzanas menores a 5 000 m²–, suponen un menor aprovechamiento del suelo y consecuentemente el incremento de los costos de este recurso y de las obras de urbanización, por metro cuadrado de manzana.

Esta conclusión se demuestra observando el comportamiento del indicador que relaciona las superficies destinada a vías y de la manzana. Haciendo $d = V/M$, se tiene:

$$S = M + 4\sqrt{MK} + 4K^2$$

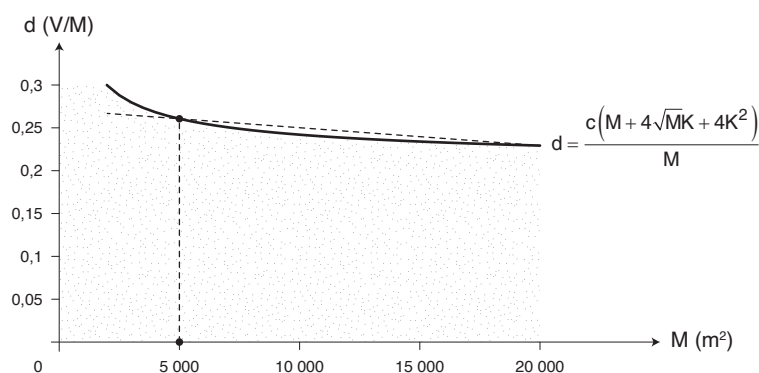
$$V = c(M + 4\sqrt{MK} + 4K^2)$$

en la que c es el coeficiente de suelo destinado a vías con respecto a S; por tanto:

$$d = \frac{c(M + 4\sqrt{MK} + 4K^2)}{M}$$

Esta función, manteniendo constantes c y K, tiene la forma que se registra en el Gráfico N° 21.

GRÁFICO N° 21



Así, la dotación de suelo destinado a vías por unidad de superficie de manzana – el indicador d –, aumenta conforme disminuye el tamaño de ésta, mostrando un crecimiento mayor para las superficies menores a $5\,000\,m^2$, aproximadamente.

Por otra parte, interesa mirar asimismo el comportamiento del indicador que relaciona el “perímetro de infraestructuras” y la superficie de las manzanas. Haciendo $e = P_2/M$, se tiene:

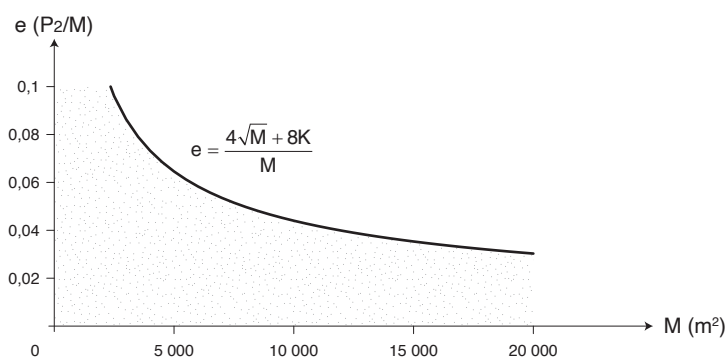
$$P_2 = 4\sqrt{M} + 8K$$

por tanto:

$$e = \frac{4\sqrt{M} + 8K}{M}$$

Esta función, manteniendo constante K , muestra la expresión que se registra en el Gráfico N° 22.

GRÁFICO N° 22



Análogamente, la longitud del “perímetro de infraestructuras” por unidad de superficie de manzana –el indicador d –, aumenta conforme disminuye el tamaño de ésta, mostrando un crecimiento mayor para las superficies menores a $10\,000\,m^2$, más o menos cerca, pero que se acentúa para las menores a $5\,000\,m^2$.

- h) Para todos los tamaños de manzanas, conforme aumenta el porcentaje de suelo destinado a vías $V(\%)$, aumenta también el ancho de vías imputable a ellas (K); no obstante, la proporción de este incremento es la misma al pasar de un porcentaje a otro mayor para manzanas de distinto tamaño.
- i) En relación al suelo total ocupado considerando otras proporciones entre los lados de las manzanas, del análisis se desprende que conforme aumenta la proporción entre los lados de la manzana a partir de $n = 1$, se incrementa también la superficie o suelo total ocupado, en cifras incluso importantes, poniendo de relieve las ventajas de las manzanas de forma cuadrada, en cuanto al aprovechamiento del suelo y como resultado, en los costos ya señalados. No obstante, tal incremento tiende a disminuir si aumenta la superficie de las manzanas.
- j) Fuertes incrementos en la proporción de los lados de las manzanas, no desembocan en incrementos de la superficie total ocupada de la misma magnitud. Así, si n es mayor en cinco veces, S no lo hace ni en una décima en la condición más favorable de los tamaños de manzana considerados $-2\ 500\text{ m}^2-$.
- k) Si se estudia la variación que experimenta la relación de la superficie de manzana por cada unidad de superficie total ocupada, conforme varía n , se determina que si crece esta variable, manteniendo constantes M y K , disminuye N ; esto es, la superficie de manzana por hectárea de suelo ocupado.
- l) Por tanto, en divergencia con el aumento de la superficie total ocupada, conforme se incrementa la proporción entre los lados de la manzana y que tal aumento tiende a disminuir si se incrementa a su vez la superficie de las manzanas; la superficie de manzana por hectárea de suelo ocupado, se reduce en tanto se incrementa la proporción entre los lados de ella, pero para una misma proporción siempre aumenta si crece su tamaño.
- m) No obstante, también debe observarse que la disminución de N conforme se incrementa n , aumenta en tanto merma el tamaño de las manzanas; y que en términos absolutos, tales disminuciones son menores a los aumentos de N conforme crece el tamaño de las manzanas.
- n) Por último, considerando la relación entre la superficie total ocupada, y la superficie de manzana, manteniendo constantes K y n , de manera análoga con el comportamiento de N conforme crece M , asimismo los incrementos de S llevan a aumentos de N . Pero amerita destacar, por una parte, que estos incrementos son mayores cuando los valores de S son menores aproximadamente a $10\ 000\text{ m}^2$; y, por otra, la significativa diferencia que va experimentando S para un mismo valor de N al pasar de $n = 1$ a $n = 5$.

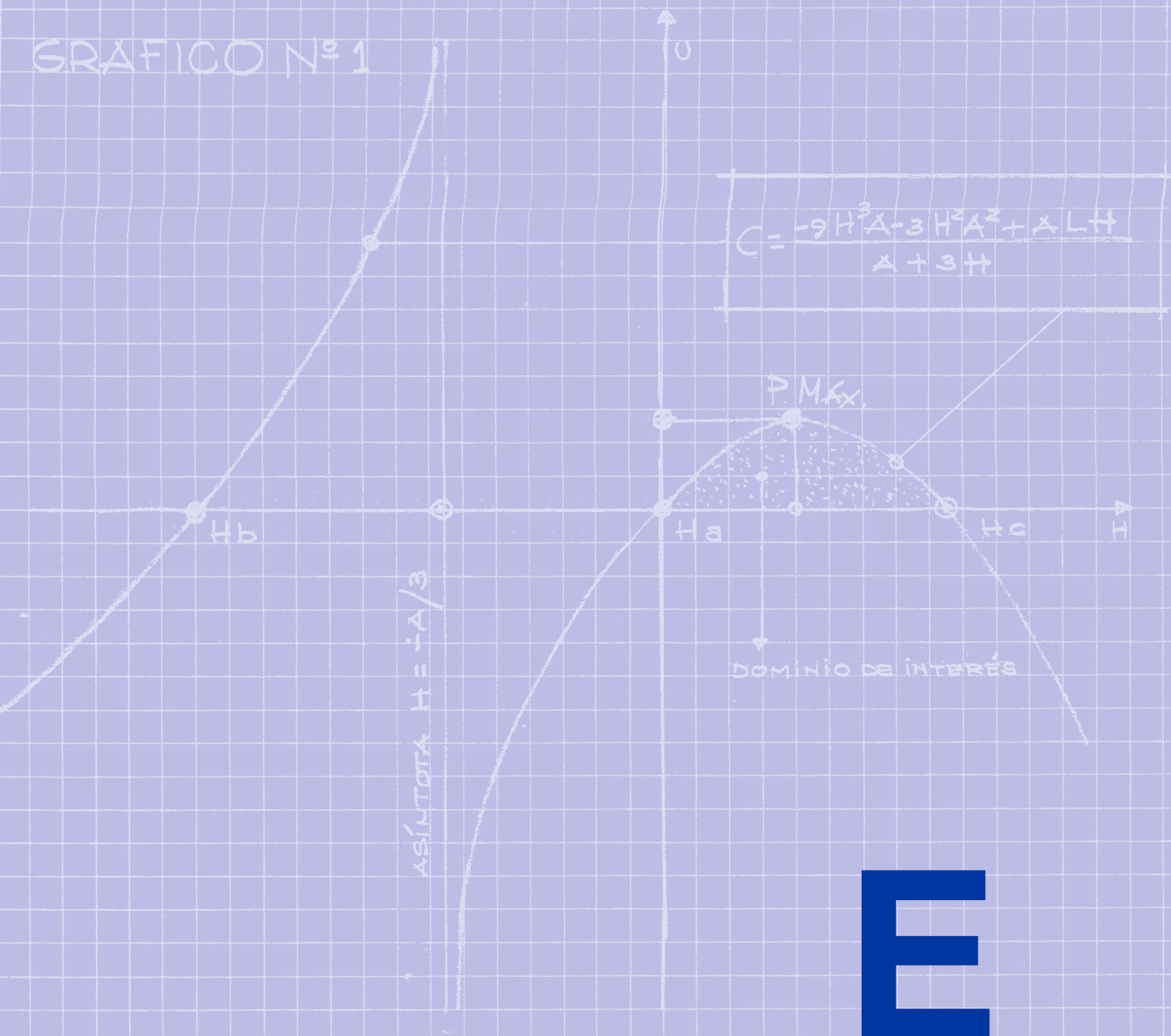
CUADRO ANEXO N° 1

Valores de S, V, P₂ y M/ha, por relación entre lados de la manzana y valores de K, y según superficie de manzana.

M (m²)	Variable	RELACIÓN ENTRE LADOS DE LA MANZANA																			
		1:1					1:2					1:3					1:4				
		K (m)					K (m)					K (m)					K (m)				
		3,5	5	8	10	3,5	5	8	10	3,5	5	8	10	3,5	5	8	10	3,5	5	8	10
2 500	S (m²)	3 249	3 600	4 356	4 900	3 291,46	3 660,66	4 453,06	5 021,32	3 357,29	3 754,70	4 603,52	5 209,40	3 424	3 850	4 756	5 400	3 488,15	3 941,64	4 902,63	5 583,28
	V (m²)	749	1 100	1 856	2 400	791,46	1 160,66	1 953,06	2 521,32	857,29	1 254,70	2 103,52	2 709,40	924	1 350	2 256	2 900	988,15	1 441,64	2 402,63	3 083,28
	P ₂ (m)	228	240	264	280	240,13	252,13	276,13	292,13	258,94	270,94	294,94	310,94	278	290	314	330	296,33	308,33	332,33	348,33
	V (%)	23,05%	30,56%	42,61%	48,98%	24,05%	31,71%	43,86%	50,21%	25,54%	33,42%	45,69%	52,01%	26,99%	35,06%	47,43%	53,70%	28,33%	36,57%	49,01%	55,22%
	8K (%)	12,28%	16,67%	24,24%	28,57%	11,66%	15,86%	23,18%	27,38%	10,81%	14,76%	21,70%	25,73%	10,07%	13,79%	20,38%	24,24%	9,45%	12,97%	19,26%	22,97%
5 000	N/ha	0,77	0,69	0,57	0,51	0,76	0,68	0,56	0,50	0,74	0,67	0,54	0,48	0,73	0,65	0,53	0,46	0,72	0,63	0,51	0,45
	S (m²)	6 038,95	6 514,21	7 518,74	8 228,43	6 099	6 600	7 656	8 400	6 192,10	6 732,99	7 888,79	8 665,99	6 286,44	6 867,77	8 084,43	8 935,53	6 377,16	6 997,37	8 291,79	9 194,73
	V (m²)	1 038,95	1 514,21	2 518,74	3 228,43	1 099	1 600	2 656	3 400	1 192,10	1 732,99	2 888,79	3 665,99	1 286,44	1 867,77	3 084,43	3 935,53	1 377,16	1 997,37	3 291,79	4 194,73
	P ₂ (m)	310,84	322,84	346,84	362,84	328	340	364	380	354,60	366,60	390,60	406,60	381,55	393,55	417,55	433,55	407,47	419,47	443,47	459,47
	V (%)	17,20%	23,24%	33,50%	39,24%	18,02%	24,24%	34,69%	40,48%	19,25%	25,74%	36,46%	42,30%	20,46%	27,20%	38,15%	44,04%	21,60%	28,54%	39,70%	45,62%
10 000	8K (%)	9,01%	12,39%	18,45%	22,05%	8,54%	11,76%	17,58%	21,05%	7,90%	10,91%	16,39%	19,68%	7,34%	10,16%	15,33%	18,45%	6,87%	9,54%	14,43%	17,41%
	N/ha	0,83	0,77	0,67	0,61	0,82	0,76	0,65	0,60	0,81	0,74	0,64	0,58	0,80	0,73	0,62	0,56	0,78	0,71	0,60	0,54
	S (m²)	11 449	12 100	13 456	14 400	11 533,92	12 221,32	13 650,11	14 642,64	11 665,58	12 409,40	13 951,04	15 018,80	11 799	12 600	14 256	15 400	11 927,30	12 783,28	14 549,25	15 766,56
	V (m²)	1 449	2 100	3 456	4 400	1 533,92	2 221,32	3 650,11	4 642,64	1 665,58	2 409,40	3 951,04	5 018,80	1 799	2 600	4 256	5 400	1 927,30	2 783,28	4 549,25	5 766,56
	P ₂ (m)	428	440	464	480	452,26	464,26	488,26	504,26	489,88	501,88	525,88	541,88	528	540	564	580	564,66	576,66	600,66	616,66
20 000	V (%)	12,66%	17,36%	25,68%	30,56%	13,30%	18,18%	26,74%	31,71%	14,28%	19,42%	28,32%	33,42%	15,25%	20,63%	29,85%	35,06%	16,16%	21,77%	31,27%	36,57%
	8K (%)	6,54%	9,09%	13,79%	16,67%	6,19%	8,62%	13,11%	15,86%	5,72%	7,97%	12,17%	14,76%	5,30%	7,41%	11,35%	13,79%	4,96%	6,94%	10,66%	12,97%
	N/ha	0,87	0,83	0,74	0,69	0,87	0,82	0,73	0,68	0,86	0,81	0,72	0,67	0,85	0,79	0,70	0,65	0,84	0,78	0,69	0,63
	S (m²)	22 028,90	22 928,43	24 781,48	26 056,85	22 149	23 100	25 056	26 400	22 335,19	23 365,99	25 481,58	27 582,64	22 523,87	23 635,53	25 912,85	27 471,07	22 705,31	23 894,73	26 327,57	27 989,47
	V (m²)	2 028,90	2 928,43	4 781,48	6 056,85	2 149	3 100	5 056	6 400	2 335,19	3 365,99	5 481,58	6 931,97	2 523,87	3 635,53	5 912,85	7 471,07	2 705,31	3 894,73	6 327,57	7 989,47
20 000	P ₂ (m)	593,69	605,69	629,69	645,69	628	640	664	680	681,20	693,20	717,20	733,20	735,11	747,11	771,11	787,11	786,95	798,95	822,95	838,95
	V (%)	9,21%	12,77%	19,29%	23,24%	9,70%	13,42%	20,18%	24,24%	10,46%	14,41%	21,51%	25,74%	11,21%	15,38%	22,82%	27,20%	11,91%	16,30%	24,03%	28,54%
	8K (%)	4,72%	6,60%	10,16%	12,39%	4,46%	6,25%	9,64%	11,76%	4,11%	5,77%	8,92%	10,91%	3,81%	5,35%	8,30%	10,16%	3,56%	5,01%	7,78%	9,54%
	N/ha	0,91	0,87	0,81	0,77	0,90	0,87	0,80	0,76	0,90	0,86	0,78	0,74	0,89	0,85	0,77	0,73	0,88	0,84	0,76	0,71

*) ALTERNATIVAMENTE YA PARTIENDO DE LA GEOMETRÍA DE LAS FORMAS, SE PUEDEN CALCULAR LAS ABSCISAS H_b Y H_c , MEDIANTE LA SIGUIENTE ECUACIÓN:

GRAFICO N° 1



E

**Modelización matemática
de la densidad de población,
las dotaciones de suelo para
los asentamientos de vivienda
y la parcelación**

Modelización matemática de la densidad de población, las dotaciones de suelo para los asentamientos de vivienda y la parcelación

En la medida que gran parte del suelo de la ciudad se destina a los asentamientos de vivienda, resulta de mucho interés abordar desde los modelos matemáticos, el aprovechamiento de este recurso en su construcción o constitución, con miras, entre otros beneficios, al establecimiento de las implicaciones que tiene en las condiciones de habitabilidad urbanas. Así, en este capítulo se formulan cuatro modelos generales relacionados con el aprovechamiento de suelo urbano que procuran la densidad de población, las dotaciones de suelo para lotes vías y equipamientos y la parcelación, en tanto formas específicas de ocupación del suelo urbano.

Tales aprovechamientos son considerados en términos de las siguientes variables de entrada agrupadas por su analogía y que se hallan repartidas entre los diferentes modelos dependiendo de sus características: i) en relación a la densidad: **DB** = densidad bruta de población, **DN** = densidad neta de población y **DNv** = densidad neta de vivienda, ii) en cuanto a dotaciones de suelo: **L** = superficie de suelo para lotes por hectárea ocupada, **V** = superficie de suelo para vías por hectárea ocupada y **E** = superficie de suelo para equipamiento por hectárea ocupada, iii) con respecto a la vivienda: **L₂** = superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda, **L₃** = superficie de suelo libre por vivienda en un lote y **n** = número de viviendas por lote; y, iv) en relación al lote: **L'** = superficie, **F** = frente, **f** = fondo y **L med** = superficie del lote medio.

Los parámetros de entrada —o “constantes”—, son los siguientes y mantienen también la repartición comentada y corresponden a: i) **L₁** = una hectárea de suelo para lotes, ii) **e** = dotación de suelo para equipamiento urbano menor o local por habitante y **v** = dotación adicional de suelo para vías por habitante; y, iii) **H₂** = habitantes de la composición familiar.

Las restricciones que deben mencionarse son: i) $\text{COS}_{\text{máx}}$ = coeficiente de ocupación del suelo máximo y $\text{COS}_{\text{mín}}$ = coeficiente de ocupación del suelo mínimo, ii) $\text{L}_{\text{máx}}$ = lote máximo = n' veces L_{med} y $\text{L}_{\text{mín}}$ = lote mínimo = n'' veces L_{med} ; y, iii) la relación f/F variará de m' a m'' .

En sus facetas descriptivas y exploratorias estos modelos generales pueden ser empleados para estudiar el aprovechamiento del suelo urbano con la densidad de población, las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos y la parcelación, en una determinada ciudad o asentamiento, o —como ya se ha indicado también—, en sus unidades espaciales y sin perjuicio de la comparación de sus resultados. La descripción o exploración podrá ser entonces agregada o distribuida, siguiendo los pasos ya expuestos en los capítulos precedentes, para la revisión de la realidad y el pensamiento de otras realidades evidentemente posibles de dichas formas específicas de ocupación del suelo, mediante la incorporación de opciones de restricción e incluso de cambios de los valores de los propios parámetros de ser necesario —cuando las primeras no sean significativas para el análisis—, y en todo caso la construcción de modelos particulares.

Estas mismas dimensiones exploratorias de los modelos pueden anteceder a las de planeamiento, en los siguientes términos, por ejemplo:

- a. Si con respecto a una unidad de ordenación urbanística para la cual el plan general de la ciudad prevé unas normas o estándares de dotación de suelo para vías y equipamientos, en términos de mínimas, medias y máximas, se generan alternativas de dotación de estos suelos y mediante la elaboración de modelos particulares son estudiados los respectivos comportamientos matemáticos de las densidades bruta y neta de población y de las propias dotaciones de suelo, incluyendo la destinada a lotes.

La evaluación de tales opciones y la selección de una —estimada como óptima—, dará lugar a un grupo de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirán establecer para tal unidad de ordenación urbanística, las determinaciones relativas a las densidades bruta y neta y las dotaciones de suelo antes indicadas por hectárea ocupada o en su caso por habitante.

- b. Si en relación a una unidad de ordenación urbanística y conocida la composición familiar, mediante modelos particulares se explora el comportamiento matemático de la densidad neta de población, la superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda y las superficies de lotes para los tipos de vivienda unifamiliar, bifamiliar y multifamiliar —verificando su pertinencia técnica en cada caso—, y se establecen diferentes opciones de asignación —en términos de tipos de vivienda y proporción—, mediante la elaboración de nuevos modelos particulares se analizan los respectivos números de lotes por tipos de vivienda que debe acoger la unidad de ordenación urbanística en cuestión.

La valoración de dichas alternativas y la elección de una —considerada como óptima—, dará lugar a un conjunto de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirá asignar a la unidad de ordenación urbanística las siguientes determinaciones: densidad neta de población, superficie de suelo para lotes por vivienda, superficies de lote medio para los tipos de vivienda seleccionados y sus proporciones relativas en unidades de vivienda.

- c. Si con respecto a una unidad de ordenación urbanística y conocida la restricción del coeficiente de ocupación del suelo, en términos de mínimo y máximo, se establecen

diferentes opciones para este coeficiente —incluyendo los límites—, y mediante modelos particulares se explora el comportamiento matemático de la densidad neta de vivienda, la superficie de suelo libre por vivienda y la superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda.

La evaluación de tales alternativas y la selección de una —estimada como óptima—, dará lugar a un grupo de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirán establecer para la unidad de ordenación urbanística las siguientes determinaciones: densidad neta de vivienda, superficie de suelo libre por vivienda y superficie de suelo para lotes por vivienda; y, por último,

- d. Si en relación a una unidad de ordenación urbanística, conocidas la superficie del lote medio y las siguientes restricciones: i) lote máximo igual a n' veces el lote medio, ii) lote mínimo igual a n'' veces el lote medio; y, iii) el cociente fondo/frente varía de m' a m'' , se fijan opciones relativas a éstas y mediante modelos particulares se exploran los comportamientos matemáticos del frente y fondo del lote, y además se delimita el lugar geométrico del fondo.

La valoración de dichas alternativas y la elección de una —considerada como óptima—, dará lugar a un conjunto de modelos de planeamiento —unas funciones objetivo—, que permitirá asignar a la unidad de ordenación urbanística las siguientes determinaciones en relación al fraccionamiento del suelo: i) superficies mínima y máxima de lote, ii) intervalo de la relación fondo/frente, iii) frentes mínimo y máximo; y, iv) fondos mínimo y máximo.

Modelos E1

Comportamiento de las densidades de población y de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos comunitarios

La densidad de población es un indicador clave en la ordenación urbanística, pues permite distribuir en las unidades espaciales que se configuran con este propósito en un asentamiento, incluyendo sus áreas de expansión, a la población esperada para el mismo al año horizonte del período de planificación; en función de ella se establecen no solamente las características de las edificaciones para acoger a los tamaños de población que generan, sino también las infraestructuras, servicios y equipamientos comunitarios. Tales unidades espaciales, pueden ser denominadas como “sectores de planeamiento”, “áreas de planeamiento”, “sectores urbanos” o “unidades de ordenación urbanística”, entre otros.

Su asignación supone adoptar una determinada intensidad de ocupación del suelo para el uso vivienda, ya sea fijado de manera específica a una unidad de ordenación urbanística o con otros usos, dando lugar a distintas agrupaciones de las unidades de vivienda; por ejemplo, a los llamados tipos de vivienda unifamiliar, bifamiliar o multifamiliar.

Este indicador en la gestión de los planes de ordenación urbanística no se aplica directamente, sino a través de los que regulan el parcelamiento, esto es los tamaños de los lotes y las reservas de suelo para vías y equipamientos comunitarios, y por lo dicho debe ser motivo de un seguimiento y evaluación permanentes.

Con fines de ordenación urbanística, deben distinguirse dos expresiones de la densidad de población:

Densidad Bruta (DB): indicador que relaciona a la población con el suelo que se destina al uso vivienda, por tanto, con la superficie para lotes, vías y equipamientos comunitarios, en una

determinada unidad de ordenación urbanística, y que se expresa en habitantes por hectárea. Las vías corresponden al sistema local, conformado generalmente por vías colectoras y locales, y el equipamiento comunitario al de carácter local.

Densidad Neta (DN): Indicador que relaciona a la población con el suelo que se destina a lotes, en una determinada unidad de ordenación urbanística asignada con el uso vivienda, y que se expresa en habitantes por hectárea.

Llamando:

L = superficie de suelo para lotes –en m²–, por hectárea de suelo ocupada.

V = superficie de suelo para vías –m²–, por hectárea de suelo ocupada; habitualmente se calcula asignando una superficie base (b) y una adicional en función de la población de la DB y de una dotación por habitante (v)

E = superficie de suelo para equipamiento urbano menor o local –m²–, por hectárea de suelo ocupada; generalmente se calcula en función de la población de la DB y de una dotación por habitante (e).

Así, considerando una hectárea de suelo ocupada:

$$V = b + DB(v)$$

$$E = DB(e)$$

$$L = 10\,000 - (V + E)$$

Cálculo de DN:

Si L₁ = una hectárea de suelo para lotes = 10 000 m², por la regla de tres simple:

$$\begin{array}{ccc} DB & \longrightarrow & L \\ DN & \longrightarrow & L_1 \end{array}$$

entonces:

$$DN = \left(\frac{DB}{L} \right) L_1$$

por cuanto L₁ es constante e igual a 10 000; se tiene:

$$DN = \left(\frac{DB}{L} \right) 10\,000$$

pero puesto que

$$L = 10\,000 - (V + E)$$

$$V = b + DB(v)$$

y,

$$E = DB(e)$$

por tanto:

$$L = 10\,000 - \{[b + DB(v)] + DB(e)\}$$

así:

$$DN = \frac{DB}{10\,000 - \{[b + DB(v)] + DB(e)\}} 10\,000$$

Haciendo $b = 1\,600 \text{ m}^2/\text{ha}$, $v = 2 \text{ m}^2/\text{Hab}$ y $e = 10 \text{ m}^2/\text{Hab}$, la expresión de esta función es la que se observa en el Gráfico N° 1, la misma que presenta una discontinuidad inevitable de salto infinito, por lo que para determinar el punto DB en el cual se produce, es necesario igualar a cero el denominador y obtener la ecuación de la asíntota vertical; entonces:

$$10\,000 - \{[b + DB(v)] + DB(e)\} = 0$$

y,

$$DB = \frac{10\,000 - b}{v + e}$$

Los límites laterales así lo demuestran, pues cuando:

$$\alpha = \frac{10\,000 - b}{v + e}$$

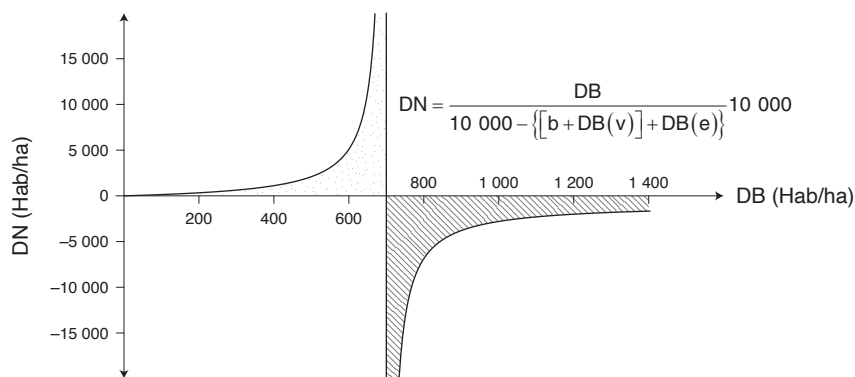
Límite lateral por la izquierda:

$$\lim_{DB \rightarrow \alpha^-} \frac{DB}{L} 10\,000 = \infty$$

Límite lateral por la derecha:

$$\lim_{DB \rightarrow \alpha^+} \frac{DB}{L} 10\,000 = -\infty$$

GRÁFICO N° 1



Interesa la parte del dominio de la función en la que los valores DB positivos dan lugar a valores DN positivos, mostrando que en tanto aumentan los primeros, también lo hacen los segundos, pero a un ritmo mayor conforme DB se acerca al límite lateral por la izquierda. De hecho, el valor DB en el cual se produce la discontinuidad inevitable de salto infinito será mayor en tanto disminuyan los valores b, v y e; en suma, las superficies destinadas a vías y equipamientos comunitarios, y aumentará consecuentemente la DN.

Para determinar con más detalle la rapidez con la que se produce el incremento de la DN, se puede derivar la función:

$$DN = \frac{DB}{10\,000 - \{[b + DB(v)] + DB(e)\}} 10\,000$$

por lo que:

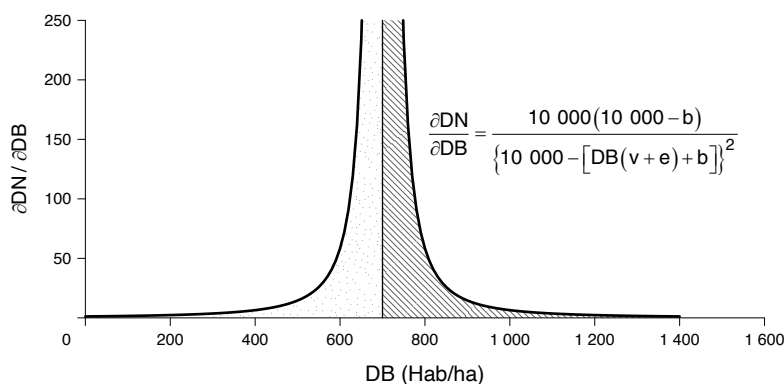
$$\frac{\partial DN}{\partial DB} = \frac{10\,000(10\,000 - b - DBv - DBe) - 10\,000DB(-v - e)}{\{10\,000 - [DB(v + e)] + b\}^2}$$

y,

$$\frac{\partial DN}{\partial DB} = \frac{10\,000(10\,000 - b)}{\{10\,000 - [DB(v + e) + b]\}^2}$$

La expresión de esta derivada se observa en el Gráfico N° 2

GRÁFICO N° 2



Igualando a cero el denominador se puede determinar la ecuación de la asíntota vertical, que es igual a la obtenida para la función de partida:

$$\{10\,000 - [DB(v + e) + b]\}^2 = 0$$

$$DB = \frac{10\,000 - b}{(v + e)}$$

Centrando el análisis en la parte del dominio ya señalada, a la izquierda de la asíntota, sobre la rapidez con la que cambia la DN según varíe DB, se pueden distinguir tres intervalos partiendo del origen de las coordenadas: un inicial que muestra un incremento lento de la pendiente, un intermedio en el cual ésta experimenta, comparativamente, un crecimiento muy rápido y, un final, en el que la pendiente tiende con mayor rapidez al infinito.

Para ilustrar este comportamiento se vuelven a usar los valores técnicamente aceptables para las constantes: $b = 1\,600\text{ m}^2$, $v = 2\text{ m}^2$ y, $e = 10\text{ m}^2$; obteniendo los siguientes resultados:

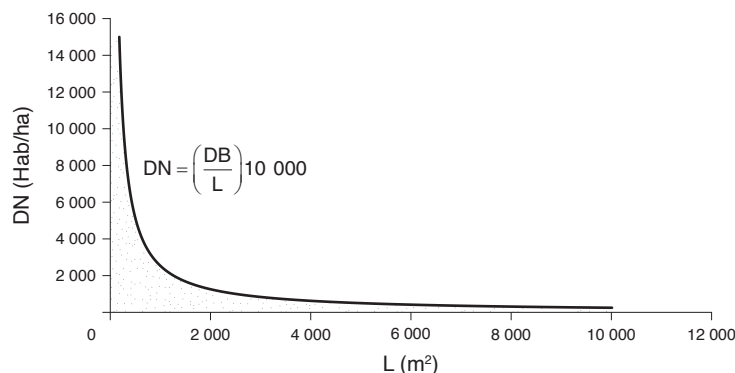
- El primer intervalo, cerrado: $DB = 0$ hasta $DB = 400\text{ Hab/ha}$, la pendiente pasa de $1,19047619$ a $6,48148148$, esto es, se vuelve 5,4 veces mayor, en un rango de 400 Hab/ha .
- El segundo intervalo, cerrado: $DB = 400$ hasta $DB = 600\text{ Hab/ha}$, la pendiente varía de $6,48148148$ a $58,33333333$, por lo que pasa a ser 9 veces mayor, en un rango de 200 Hab/ha , vale decir la mitad del correspondiente al intervalo anterior.
- El tercer intervalo, semicerrado a la izquierda, con los valores $DB = 600$ y 700 Hab/ha –la asíntota en este caso es: $DB = 700$ –, en el cual la pendiente tiende al infinito, en un rango otra vez igual a la mitad del inmediato anterior: 100 Hab/ha .
- Nótese que la $DB = 400\text{ Hab/ha}$, constituye una densidad estimada como “alta”, pues su DN en las condiciones impuestas para b , v y e , corresponde a $1\,111\text{ Hab/ha}$, la misma que prácticamente es viable solamente para la vivienda multifamiliar.

Se puede profundizar este modelo volviendo constante DB y variable independiente a L , en cuyo caso la función $DN = (DB/L)10\,000$, adquiere la expresión del Gráfico N° 3. Como se observará, el eje DN es una asíntota vertical y el eje L una asíntota horizontal, pues:

$$\lim_{L \rightarrow 0^+} \left\{ \left(\frac{DB}{L} \right) 10\,000 \right\} = \infty$$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{DB}{L} \right) 10\,000 \right\} = 0$$

GRÁFICO N° 3



Por tanto, mientras disminuye L, es decir la superficie para lotes, DN tiende al infinito, y en tanto L aumenta DN tiende a cero, siendo pertinentes los valores de DN mayores a DB; pues cuando $DN = DB$, las dotaciones de suelo para vías y equipamientos comunitarios se vuelven cero. En tanto que los valores de DN menores a DB, ya no tienen interés práctico.

Finalmente conviene revisar el comportamiento de la DN cuando se mantiene constante la DB y se convierte en variable independiente a la dotación de suelo para vías y equipamientos comunitarios, es decir $V + E$. La función en este caso es:

$$DN = \frac{DB}{10\,000 - (V + E)} 10\,000$$

La expresión de la función se presenta en el Gráfico N° 4, y al igual que cuando DB es la variable independiente, aquí también existe un punto fuera del dominio de ella, en el que se produce una discontinuidad inevitable de salto infinito y para determinarlo se procede a igualar a cero el denominador y determinar la ecuación de la asíntota vertical. Por tanto:

$$10\,000 - (V + E) = 0$$

de donde:

$$(V + E) = 10\,000$$

Los límites laterales así lo demuestran, pues cuando $\alpha = 10\,000$:

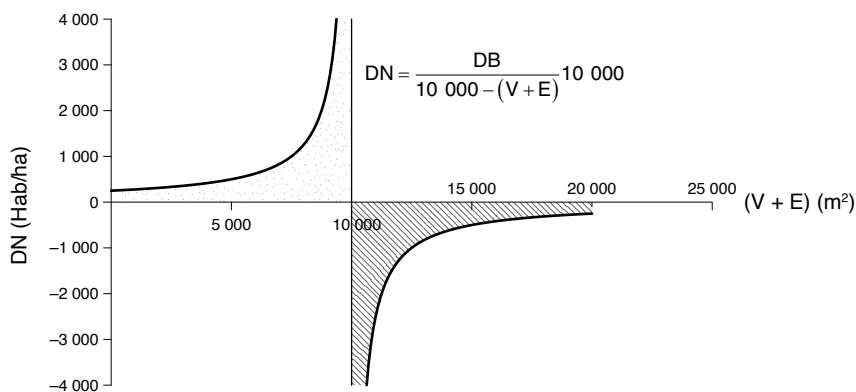
Límite lateral por la izquierda:

$$\lim_{(V+E) \rightarrow \alpha^-} \frac{10\,000DB}{\{10\,000 - (V + E)\}} = \infty$$

Límite lateral por la derecha:

$$\lim_{(V+E) \rightarrow \alpha^+} \frac{10\,000DB}{\{10\,000 - (V + E)\}} = -\infty$$

GRÁFICO N°4



Asimismo, interesa la parte del dominio de la función en la que los valores $(V + E)$ positivos dan lugar a valores DN positivos, evidenciando que mientras aumentan los primeros, igualmente lo hacen los segundos, aunque a un ritmo mayor conforme DB se aproxima al límite lateral por la izquierda: 10 000. En el otro extremo debe observarse que cuando $(V + E)$ se vuelve cero, DN es igual a DB.

Se pueden formular las siguientes conclusiones generales:

- a) La DN aumenta en tanto lo hace la DB o también $(V + E)$, pero a un ritmo mayor, tendiendo al infinito, comportamiento este último que también se observa cuando L tiende a cero.
- b) La rapidez con la que cambia la DN según varíe DB, estructura tres intervalos a partir del origen de las coordenadas: un inicial que muestra un incremento lento de la pendiente, un intermedio en el cual ésta experimenta, comparativamente, un crecimiento muy rápido y, un final, en el que la pendiente tiende con mayor rapidez al infinito.
- c) Los incrementos de DB tienen como límite el que se configura cuando la totalidad de la unidad de superficie se destina a vías y equipamientos, es decir: $(V + E) = 10\ 000$ y en consecuencia $L = 0$. Por tanto, el valor DB en el cual se produce la discontinuidad inevitable de salto infinito será mayor en tanto disminuyan las superficies destinadas a vías y equipamientos comunitarios, y aumentará consecuentemente la DN.
- d) Los incrementos de $(V + E)$ tienen como límite 10 000, es decir la totalidad de la unidad de superficie.
- e) En el otro extremo, cuando DB o asimismo $(V + E)$ disminuyen, DN también lo hace, de modo tal que cuando $DB = 0$ también $DN = 0$; pero cuando $(V + E) = 0$, la DN se vuelve igual a DB.
- f) Cuando L aumenta, la DN disminuye tendiendo a cero, pero en la abscisa $L = 10\ 000$ ella es igual a DB, esto es, cuando la totalidad de la unidad de superficie se destina a lotes y por tanto $(V + E) = 0$. Interesarán por tanto los valores que cumplan la condición: $10\ 000 > L > 0$, para los cuales siempre $DN > DB$.

Modelos E2

Establecimiento de la superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda, dimensionamiento de lotes y asignación de los tipos de vivienda

Este modelo aborda los pasos a seguir para el dimensionamiento de lotes y la asignación de los tipos de vivienda a una determinada unidad de ordenación urbanística, partiendo del establecimiento previo y obligatorio, de la superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda, indicador que se depende a su vez de la densidad neta.

La exposición se refiere al caso de las unidades de ordenación urbanística conformadas en el suelo de expansión de una ciudad y que previamente haya merecido la clasificación de suelo urbanizable; no obstante, en la parte final se explican los pasos a seguir cuando se trata de unidades definidas en los suelos clasificados como consolidado y en proceso de ocupación.

1.- Determinación de la superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda

Asignada la densidad neta a una unidad de ordenación urbanística, debe procederse al dimensionamiento de los lotes, tarea que a su vez requiere en forma previa del cálculo del suelo destinado a lotes por unidad de vivienda. Para el efecto:

H_1 = habitantes de la densidad neta (DN)

L_2 = superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda

H_2 = habitantes de la composición familiar

Haciendo:

$$\begin{array}{lcl} H_1 & \longrightarrow & 10\,000\text{ m}^2 \\ H_2 & \longrightarrow & L_2 \end{array}$$

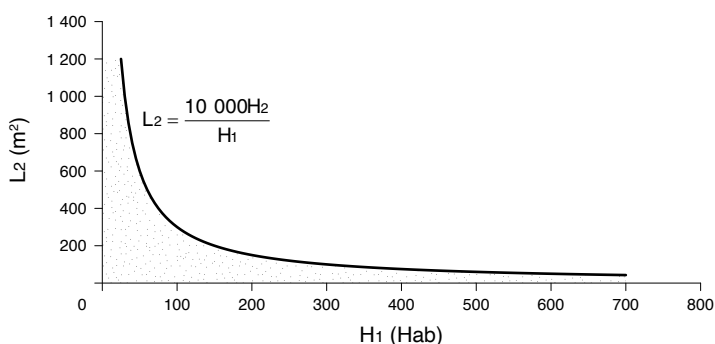
por tanto:

$$L_2 = \frac{10\,000H_2}{H_1}$$

Esta función se expresa en el Gráfico N° 1, de cuyo examen se puede deducir en calidad de comportamiento general, que conforme aumenta la población de la DN, disminuye L_2 , la dotación de suelo para lotes por unidad de vivienda; en este marco, es posible distinguir sobre el eje de las ordenadas, tres tramos en la curva:

- Un primero, pequeño, cuando la población de la DN tiende a cero y L_2 al infinito.
- Un segundo, más amplio, en el que a incrementos constantes de la población de la DN les corresponde decrecimientos de L_2 , cuya rapidez tiende también a disminuir; y,
- Un tercero, de gran longitud, con la población de la DN tendiendo al infinito y L_2 a cero. Los ejes H_1 y L_2 son asíntotos.

GRÁFICO N° 1



Se puede ilustrar lo expuesto, asumiendo $H_2 = 3$, en cuyo caso los tres tramos se configuran así:

- El primero, cuando H_1 tiende a cero, aproximadamente desde 50 habitantes y su coordenada $L_2 = 600\text{ m}^2$, tendiendo luego claramente al infinito esta variable.
- El segundo, con H_1 más o menos desde 50 hasta 300 habitantes y en cual L_2 disminuye de 600 a 100 m^2 ; y,
- El tercero, en el que H_1 desde 300 habitantes visiblemente tiende al infinito y L_2 a cero.

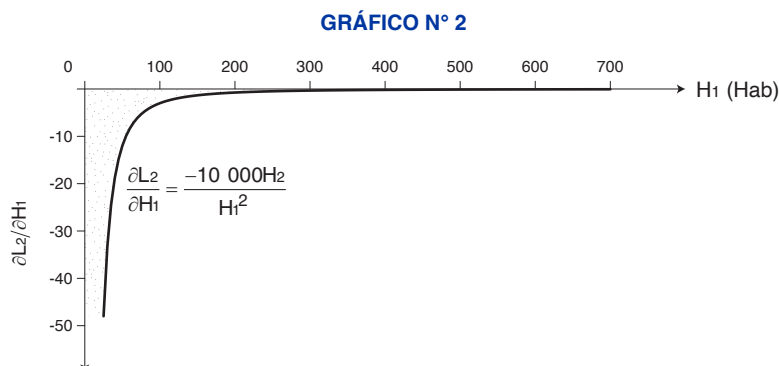
Para alcanzar una mayor aprehensión de este comportamiento, conviene encontrar la derivada de la función. Entonces:

$$\frac{\partial L_2}{\partial H_1} = \frac{0(H_1) - 10\,000H_2(1)}{H_1^2}$$

por tanto:

$$\frac{\partial L_2}{\partial H_1} = \frac{-10\,000H_2}{H_1^2}$$

Su expresión consta en el Gráfico N° 2 y ella muestra que la pendiente de la función es negativa, estructurando los tres tramos ya comentados: la pendiente tiende al infinito cuando H_1 se va aproximando a cero, en un tramo intermedio la pendiente va disminuyendo con menor rapidez conforme aumenta H_1 ; y, si H_1 tiende al infinito, la pendiente se aproxima a cero. Nuevamente los ejes H_1 y $\partial L_2/\partial H_1$, son asíntóticos.



2.- Dimensionamiento de lotes

A partir de L_2 , es posible dimensionar o establecer los tamaños de los lotes, pero éstos a su vez dependen también de las previsiones en cuanto al número de viviendas por lote, indicador este que da lugar a los llamados “tipos de vivienda” y que constituyen formas de ocupación del suelo por el uso vivienda. Así, la “vivienda unifamiliar” supone la asignación de una unidad de vivienda a un lote determinado, la “vivienda bifamiliar” de dos unidades y la “vivienda multifamiliar” de tres o más.

Siendo así, el dimensionamiento de los lotes tendrá como expresión general la siguiente, llamando:

L' = superficie del lote (m^2)

L_2 = superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda (m^2)

n = número de viviendas asignado al lote

$$L' = n(L_2)$$

Por tanto, para los tipos de vivienda antes señalados el tamaño de los lotes vendrá dado por las siguientes funciones:

Vivienda unifamiliar: $L' = L_2$, pues $n = 1$

Vivienda bifamiliar: $L' = 2L_2$, pues $n = 2$

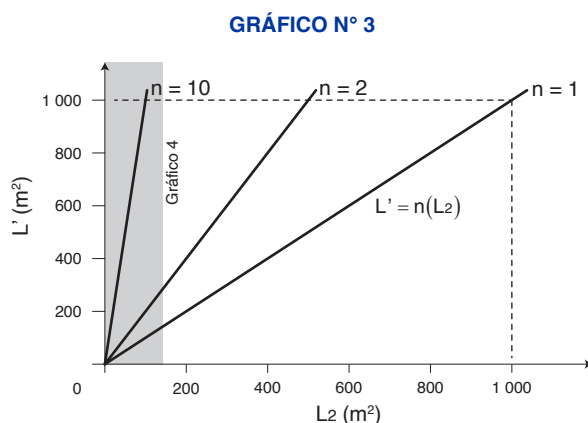
Vivienda multifamiliar: $L' = n(L_2)$, pues n deberá adoptarse en cada caso.

Vale advertir que estos valores de L' corresponden al “lote medio” o “lote óptimo”, porque reproducen con exactitud la DN, pero para la aplicación de ésta en términos prácticos, es necesario establecer los llamados “lote mínimo” y “lote máximo”.

3.- Asignación de tipos de vivienda a las unidades de ordenación urbanística

Esta asignación ante todo debe considerar las posibilidades prácticas de la DN y por tanto de L_2 , previstos para una determinada unidad de ordenación urbanística, en cuanto a la capacidad de acogida de los tamaños de los lotes a los que dan lugar para los distintos tipos de vivienda, sobre todo cuando fuertes incrementos de la DN conllevan a la reducción sensible del tamaño de L_2 . Efectivamente –por lo visto anteriormente–, los valores de L_2 pueden tender al infinito, pero asimismo a cero y por tanto es posible calcular los tamaños o superficies de lotes para los tipos de vivienda ya señalados, con la sola consideración de que $L_2 > 0$ y por tanto también $DN > 0$; por lo que, persiguiendo fines útiles, es necesario exponer las siguientes consideraciones:

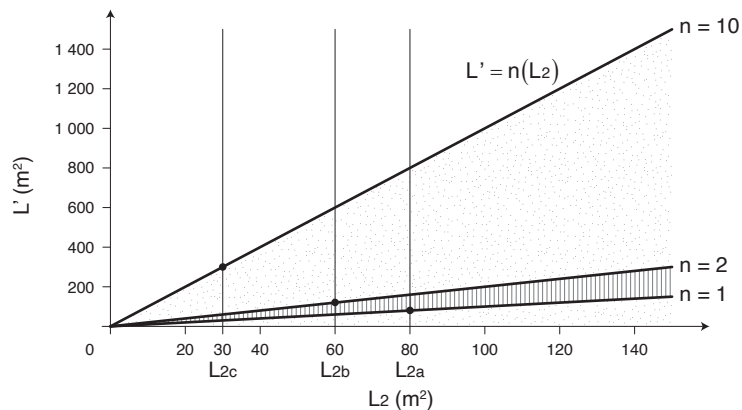
- a) Las tres funciones antes señaladas se observan en el Gráfico N° 3, la correspondiente a la vivienda unifamiliar es una recta a 45°, pues $\partial L / \partial L_2 = 1$; la de la vivienda bifamiliar tiene una mayor pendiente, en la medida que $\partial L / \partial L_2 = 2$; y, con esta misma lógica, se halla la recta referente a la vivienda multifamiliar, pues $\partial L / \partial L_2 > 2$.



- b) Si se produce una “aproximación” en dirección al origen se obtiene el Gráfico N° 4 y su análisis permite determinar que existe una superficie de suelo para lotes por vivienda, vale decir una L_{2a} , que se vuelve límite para acoger a la vivienda unifamiliar y que remite a la discusión del “tamaño mínimo de lote para la vivienda unifamiliar de alta densidad”, sobre todo por las implicaciones que ha tenido el fraccionamiento intenso del suelo urbano, en la conformación reiterada de asentamientos “formales” propiciadores de hacinamientos y tugurios; por esto, la dimensión mínima de L_2 y por tanto de L' para este tipo de vivienda, ha sido motivo no solo de análisis, sino también de políticas públicas que han terminado estableciendo normas técnicas que deben ser observadas en la redacción de los planes de ordenación urbanística.

En todo caso, una vez adoptado L_{2a} , este tamaño define el límite de una determinada DN para acoger a la vivienda unifamiliar, sin perjuicio de que también pueda admitir a la vivienda bifamiliar y multifamiliar.

GRÁFICO N° 4



- c) Con el mismo enfoque, se halla una superficie de suelo para lotes por vivienda, esto es una L_{2b} , que se vuelve límite para acoger a la vivienda bifamiliar, sin perjuicio asimismo de que en este umbral siga siendo viable para la vivienda multifamiliar; y,
- d) Finalmente, existe una superficie de suelo para lotes por vivienda, vale decir una L_{2c} , que constituye un límite para acoger la vivienda multifamiliar.

Debe aclararse que tales límites o umbrales dependen no solamente de la L_2 , y de las dotaciones de área de construcción por vivienda, sino también de las condiciones que se impongan a la ocupación del lote por la edificación, particularmente del tipo de implantación y de la magnitud de los retiros en relación a la altura de ella; esto con mayor énfasis para la vivienda multifamiliar, la misma que generalmente supone la presencia de edificaciones de tres y más pisos.

Como ya se insinuó, con las restricciones que se han explicitado, existen varias opciones de asignación de los tipos de vivienda a una determinada unidad de ordenación urbanística, manteniendo obviamente constante a la DN. A continuación se exponen las mismas.

3.1.- Un solo tipo de vivienda

En esta opción, la totalidad de la unidad de ordenación urbanística se destina a un solo tipo de vivienda y por tanto existirá un tamaño único de lote, por lo que el número de lotes por hectárea de suelo reservada para lotes será igual a:

$$N = \frac{L_1}{L'} = \frac{10\,000}{L'}$$

en la que:

N = número de lotes por hectárea de suelo destinado a lotes
 L_1 = una hectárea de suelo para lotes
 L' = tamaño de lotes

Obviamente, deberá cumplirse que:

$$N(n)(H_2) = H_1$$

pero puesto que $n = 1$, se tiene:

$$H_1 = N(H_2)$$

expresión que iguala a la población en una hectárea de suelo destinada a lotes, de una unidad de ordenación urbanística.

A su vez para conocer el número total de lotes en tal unidad, se procederá así:

$$N_1 = N(S)$$

en la que:

N_1 = número total de lotes

S = superficie de la unidad de ordenación urbanística destinada a lotes.

Se cumplirá que:

$$N_1(n)(H_2) = DN(S)$$

pero puesto que $n = 1$, se tiene:

$$DN(S) = N_1(H_2)$$

expresión que iguala a la población total de la unidad de ordenación urbanística.

3.2.- Dos tipos de vivienda

En la conformación de conjuntos urbanos o unidades de ordenación urbanística, con dos tipos de vivienda, éstos observan la misma densidad y en términos de diseño urbano suponen la definición de subunidades para cada una de estas formas de ocupación o de manzanas y loteamientos, que los alternen.

Para estos casos debe conocerse la proporción en términos relativos de las unidades de vivienda para cada uno de los tipos seleccionados, por ejemplo: vivienda unifamiliar: $U\%$ y vivienda bifamiliar: $B\%$. De hecho, la suma de estos números será cien.

Se debe partir calculando el número de unidades de vivienda por hectárea de suelo destinada a lotes = $\tilde{N}$, por lo que:

$$\tilde{N} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{10\ 000}{L_2}$$

Las unidades de vivienda por formas de ocupación serán:

$$- \text{Vivienda unifamiliar} = V_U = \frac{\tilde{N}(U)}{100}$$

$$- \text{Vivienda bifamiliar} = V_B = \frac{\tilde{N}(B)}{100}$$

Por tanto, los números de lotes serán:

- Lotes con la forma de ocupación vivienda unifamiliar: $L_U = V_U$
- Lotes con la forma de ocupación vivienda bifamiliar: $L_B = V_B/2$

Deberá cumplirse que:

$$H_1 = L_U(n_U)(H_2) + L_B(n_B)(H_2)$$

en la que $n_U = 1$ y $n_B = 2$, expresión que iguala a la población en una hectárea de suelo destinada a lotes en una unidad de ordenación urbanística; por tanto, simplificando:

$$H_1 = H_2(L_U + 2L_B)$$

Para establecer el número total de lotes en una unidad de ordenación urbanística por forma de ocupación, se calculará así:

$$N_{1U} = L_U(S)$$

y,

$$N_{1B} = L_B(S)$$

en las que:

N_{1U} = número total de lotes para vivienda unifamiliar

N_{1B} = número total de lotes para vivienda bifamiliar

Deberá cumplirse que:

$$DN(S) = N_{1U}(n_U)(H_2) + N_{1B}(n_B)(H_2)$$

expresión que iguala a la población total de la unidad de ordenación urbanística; pero simplificando:

$$DN(S) = H_2[N_{1U}(n_U) + N_{1B}(n_B)]$$

3.3.- Tres tipos de vivienda

Asimismo, en este caso las unidades de ordenación urbanística pueden acoger tres tipos de vivienda observando la misma densidad y el diseño urbano definir subunidades o manzanas y loteamientos, que los alternen.

La proporción en términos relativos de las unidades de vivienda para cada una de las formas de ocupación seleccionadas, será, por ejemplo: vivienda unifamiliar: $U\%$, vivienda bifamiliar: $B\%$ y vivienda multifamiliar: $M\%$.

Las unidades de vivienda por hectárea de suelo destinada a lotes = $\tilde{N}$, será:

$$\tilde{N} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{10\ 000}{L_2}$$

Las unidades de vivienda por formas de ocupación, se determinan así:

- Vivienda unifamiliar = $V_U = \frac{\tilde{N}(U)}{100}$
- Vivienda bifamiliar = $V_B = \frac{\tilde{N}(B)}{100}$
- Vivienda multifamiliar = $V_M = \frac{\tilde{N}(M)}{100}$

Por tanto, los números de lotes por formas de ocupación, serán:

- Vivienda unifamiliar: $L_U = V_U$
- Vivienda bifamiliar: $L_B = \frac{V_B}{2}$
- Vivienda multifamiliar: $L_M = \frac{V_M}{n_M}$

Se cumplirá que:

$$H_1 = L_U(n_U)(H_2) + L_B(n_B)(H_2) + L_M(n_M)(H_2)$$

en la que $n_U = 1$, $n_B = 2$ y n_M el número de viviendas seleccionado por lote —es un dato—, expresión que iguala a la población en una hectárea de suelo de la unidad de ordenación urbanística destinada a lotes; por tanto, simplificando:

$$H_1 = H_2 [L_U + 2L_B + n_M(L_M)]$$

Para establecer el número total de lotes en una unidad de ordenación urbanística por forma de ocupación, se calculará así:

$$N_{1U} = L_U(S)$$

$$N_{1B} = L_B(S)$$

y,

$$N_{1M} = L_M(S)$$

en las que:

- N_{1U} = número total de lotes para vivienda unifamiliar
- N_{1B} = número total de lotes para vivienda bifamiliar
- N_{1M} = número total de lotes para vivienda multifamiliar

Deberá cumplirse que:

$$DN(S) = N_{1U}(n_U)(H_2) + N_{1B}(n_B)(H_2) + N_{1M}(n_M)(H_2)$$

expresión que iguala a la población total de la unidad de ordenación urbanística; pero simplificando:

$$DN(S) = H_2 [N_{1U}(n_U) + N_{1B}(n_B) + N_{1M}(n_M)]$$

3.4.- Criterios generales para el caso de las unidades de ordenación urbanística definidas en los suelos clasificados como consolidado y en proceso de ocupación

Dada una unidad de ordenación urbanística y si el diagnóstico confirma la ausencia en ésta de conflictos en cuanto a las formas de ocupación del uso vivienda –básicamente sobre las condiciones de habitabilidad relacionadas con el loteamiento y el área de construcción por unidad de vivienda–, y si el modelo urbanístico objetivo dispone el mantenimiento de las tendencias detectadas, se puede proceder así:

- a) Ante todo, el diagnóstico previo a la redacción del plan, debe proporcionar la información sobre los tipos de vivienda existentes y el número de unidades de vivienda que corresponda a cada uno de ellos, expresando su frecuencia en números relativos; así como el lote medio –mediana–, de cada tipo. De existir vivienda multifamiliar, el número medio –mediana–, de unidades de vivienda por lote, se representará por $\bar{n}$.

Deberá cuidarse que en el caso de unidades de ordenación urbanística en suelo en proceso de ocupación, los cálculos anteriores incluyan solamente a los predios que se muestren resultantes de actuaciones urbanísticas propiamente tales.

- b) Con sustento en esta información deberá decidirse los tipos de vivienda que se asignarán como determinaciones del plan de ordenación urbanística. Seguramente habrá casos en los cuales la predominancia de un tipo de vivienda no admita discusión sobre su ratificación; pero, en otros, podrían seleccionarse dos y hasta tres tipos de vivienda –por ejemplo, en los centros históricos, que todavía han logrado sostener a su población–, siempre y cuando muestren frecuencias que ameriten consideración, podría decirse de manera orientativa, por lo menos mayores a 10%.
- c) Decidido el tipo de vivienda a asignar y la estructura en números relativos cuando se trate de dos o tres tipos, se establecerá en función de los lotes medios encontrados, las respectivas superficies de suelo para lotes por unidad de vivienda; esto es, según corresponda a cada unidad de ordenación urbanística, una, dos o las tres determinaciones siguientes:

$$\text{Vivienda unifamiliar: } V_U = \frac{\text{lote medio}}{1}$$

$$\text{Vivienda bifamiliar: } V_B = \frac{\text{lote medio}}{2}$$

$$\text{Vivienda multifamiliar: } V_M = \frac{\text{lote medio}}{\bar{n}}$$

- d) Con los datos anteriores se obtendrá L_2 , que en el caso de que se asignen los tres tipos de vivienda, será:

$$L_2 = \frac{V_U + V_B + V_M}{3}$$

- e) Conocido L_2 se puede calcular H_1 , considerando la función de partida de este modelo:

$$L_2 = \frac{10\,000H_2}{H_1}$$

por lo que:

$$H_1 = \frac{10\,000H_2}{L_2}$$

que permite conocer la población de la DN y por tanto este indicador.

Obtenida la DN, se pueden realizar todos los cálculos de tamaño de población y las respectivas comprobaciones. Si la unidad de ordenación urbanística pertenece al suelo consolidado – incluyendo en esta definición el poblamiento –, el tamaño de población que resulte de aplicar la DN encontrada, deberá ser muy próxima a la establecida por el diagnóstico; de no ser así, deberá ajustarse ligeramente L_2 , sin perjuicio de inducir a la consolidación total. En cambio, si se trata de una unidad en suelo en proceso de ocupación y dependiendo sobre todo del grado de ocupación que haya alcanzado, L_2 puede ser motivo de ajustes más o menos sensibles hacia arriba o abajo, en función de algunos propósitos: prioridad de densificación, conservación de valores ambientales, factibilidad de dotación de servicios públicos, entre otros.

Finalmente y puesto que se han mencionado a los servicios públicos, convendrá tener presente que DN y DB, no solamente determinan los indicadores que de manera directa regulan los procesos de fraccionamiento de suelo y de la construcción del parque edificado de una unidad de ordenación urbanística; sino también el diseño de las redes viales y de provisión de los servicios de agua potable, recolección de aguas residuales urbanas, energía eléctrica, así como de los servicios que usan la red vial para su prestación, como el transporte público y la recolección de desechos sólidos.

Modelos E3

Determinación de la variación del indicador de suelo libre por vivienda en un lote o parcela

Se conoce el coeficiente de ocupación del suelo (COS).

Como se sabe el indicador de m^2 suelo libre/vivienda en un lote, es un factor que evidencia las condiciones de habitabilidad en la ocupación de suelo, y mantiene una relación directa con la densidad de vivienda y la intensidad de ocupación del suelo.

Para el efecto se llamará

L ₂	=	superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda
L ₃	=	superficie de suelo libre por vivienda en un lote o parcela
DN _v	=	densidad neta de vivienda
COS	=	coeficiente de ocupación de suelo

Modelización

Para el efecto se ha construido el Gráfico N° 1 en base a las siguientes consideraciones:

- Se ha juzgado válido estudiar la variación del indicador en referencia teniendo como límites de COS al 40% y 80%. Límites mínimo y máximo, respectivamente, del cociente resultante de la división de la superficie del emplazamiento de la edificación por la superficie del lote, expresado en números relativos.

- b) La densidad neta de vivienda variará indefinidamente.
- c) Puesto que se trabaja con dicha densidad, el lote a considerar será de una superficie igual a 10 000 m² (1 ha).
- d) En consecuencia el área libre de un lote –con edificación–, vendrá dado por la expresión:
- Área libre = 10 000(1 – COS) en la cual el COS se expresará con respecto a 1.
- e) Entonces:

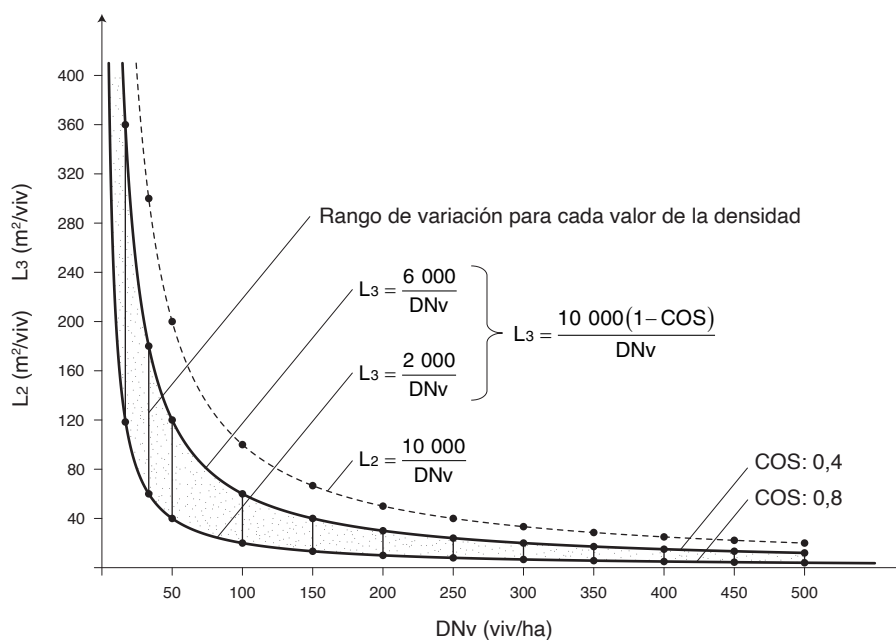
$$L_3 = \frac{10\,000(1 - \text{COS})}{\text{DNv}}$$

- f) En tanto que

$$L_2 = \frac{10\,000}{\text{DNv}}$$

GRÁFICO N° 1

Metros cuadrados de suelo libre por vivienda en función de la densidad neta de vivienda, para coeficientes de ocupación del suelo de 0,4 y 0,8, mínimo y máximo, respectivamente.



Del examen del Gráfico N° 1 se infiere que:

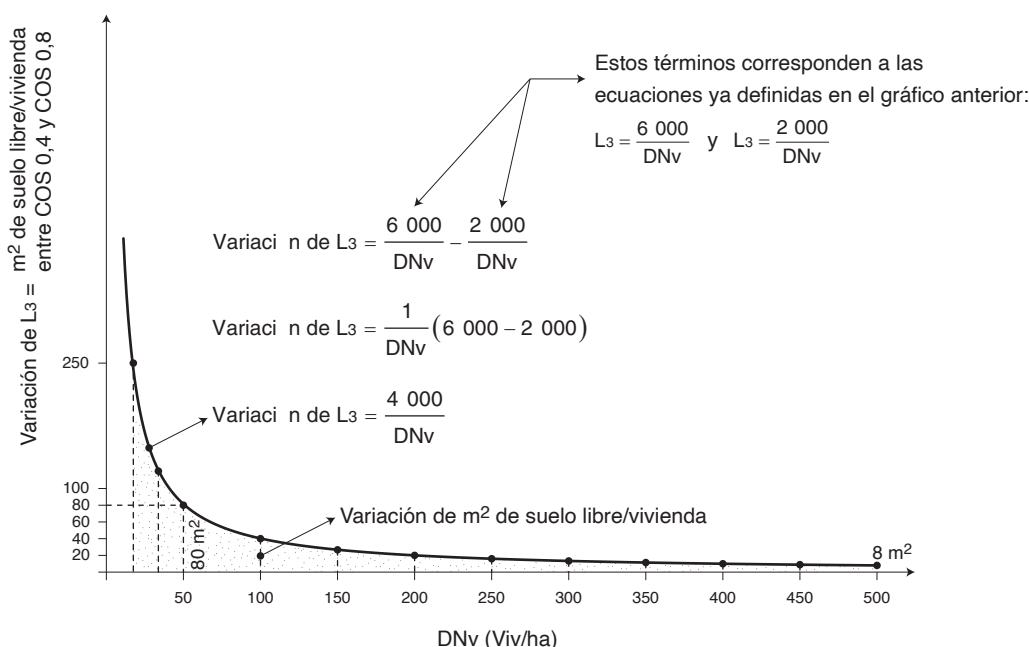
- a) Independiente del COS, a menor densidad, mayor superficie de suelo libre por vivienda.
- b) Entre los límites de COS establecidos, se observa que a menor densidad, mayor rango de variación de la superficie de suelo libre por vivienda. Así, para una densidad de 50 viv/ha el indicador varía de 40 m² (con COS = 0,8) a 120 m² (con COS = 0,4),

esto es 80 m²; en tanto que para 500 viv/Ha varía de 4 m² (con COS = 0,8) a 12 m² (con COS = 0,4), esto es 8 m².

- c) La superficie de suelo para lotes por vivienda tiene el mismo comportamiento, asunto esperable en la medida que L_3 no es sino una porción de L_2 ; por tanto se ha de tener presente que a menor superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda, menor suelo libre de lote por vivienda y que todo incremento del primer indicador supone también el aumento del segundo
- d) Nótese que la variación es inversamente proporcional a la densidad, pues si para $D = 500$ viv/ha la variación es de 8 m², para $D = 50$ viv/ha –10 veces menor–, la variación es de 80 m² –10 veces mayor–. Para ampliar ver Gráfico N° 2.

GRÁFICO N° 2

Variación de m² de suelo libre por vivienda entre los valores de COS: 0,4 y 0,8, en función de la densidad neta de vivienda



- e) La función establecida $L_3 = \frac{10\,000(1-\text{COS})}{DNv}$ sirve también para calcular L_3 en cualquier tamaño de lote, si se procede así:

$$L_3 = \frac{L(1-\text{COS})}{\text{Número de viviendas}}$$

esto es reemplazando 10 000 por la superficie del lote –L–, y la densidad por el número de viviendas a emplazarse en el mismo, suponiendo conocido el COS. De hecho, el resultado coincidirá con el correspondiente a la densidad neta de vivienda que esté soportando el lote.

f) Así, dado

$$L = 2\,500 \text{ m}^2$$

$$N^\circ \text{ de viviendas} = 50$$

$$\text{COS} = 0,4$$

$$L_3 = \frac{2\,500(1-0,4)}{50} = 30 \text{ m}^2$$

Se puede averiguar la densidad:

$$\begin{array}{ccc} 2\,500 & \longrightarrow & 50 \\ 10\,000 & \longrightarrow & \text{DNv} \end{array}$$

$$\text{DNv} = \frac{50(10\,000)}{2\,500} = 200 \frac{\text{viv}}{\text{ha}}$$

En el Gráfico N° 1 se observa que para $\text{DNv} = 200 \text{ viv/ha}$ y $\text{COS} = 0,4$, el indicador es de 30 m^2 .

- g) Es importante concluir, en relación de las observaciones efectuadas, que no tiene mucho sentido llegar a altas densidades en razón a esta variable, por la drástica reducción de la superficie de suelo libre por vivienda, que significa la pérdida de las condiciones de habitabilidad que pueden ser estimadas como óptimas.

Modelos E4

Establecimiento del lugar geométrico de los fondos de lotes, cuyos frentes y superficies deben observar condiciones mínimas y máximas

- a) Por cálculo de densidades se tiene como dato la superficie del lote medio (L_{med}).
- b) Se adoptan como lotes máximo y mínimo los siguientes valores:

$$\text{Lote máximo} = L_{m\acute{a}x} = 1,25 L_{med}$$

$$\text{Lote mínimo} = L_{m\acute{i}n} = 0,75 L_{med}$$

- c) Se acepta como intervalo cerrado de la relación fondo/frente al definido por los siguientes valores:

F = frente

f = fondo

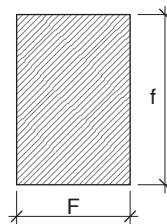
f/F desde 2,5 hasta 1,5, siendo óptimo el valor: 2

- d) Por c) se tiene que las longitudes mínima y máxima del frente vienen dadas por las siguientes funciones:

$$\text{Frente mínimo} = F_{m\acute{i}n} = \sqrt{\frac{L_{m\acute{i}n}}{2,5}}$$

$$\text{Frente máximo} = F_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{L_{m\acute{a}x}}{1,5}}$$

$$\text{Frente óptimo} = F_{\acute{o}pt} = \sqrt{\frac{L_{med}}{2}}$$



e) Resumiendo las condiciones, se tiene que dada la superficie del lote medio deberá cumplirse simultáneamente, para una unidad de ordenación urbanística:

- Que las superficies de los lotes varíen entre $0,75L_{med}$ (Lote mínimo) y $1,25L_{med}$ (Lote máximo)

- Que los frentes varíen entre

$$\sqrt{\frac{L_{min}}{2,5}} = F_{min} \text{ y } \sqrt{\frac{L_{max}}{1,5}} = F_{max}; \text{ y,}$$

- Que los fondos se mantengan comprendidos en la relación f/F desde 2,5 hasta 1,5.

Modelización

El lugar geométrico buscado queda definido por la intersección de las siguientes rectas y curvas:

1) $f = 2,5F$

2) $f = 1,5F$

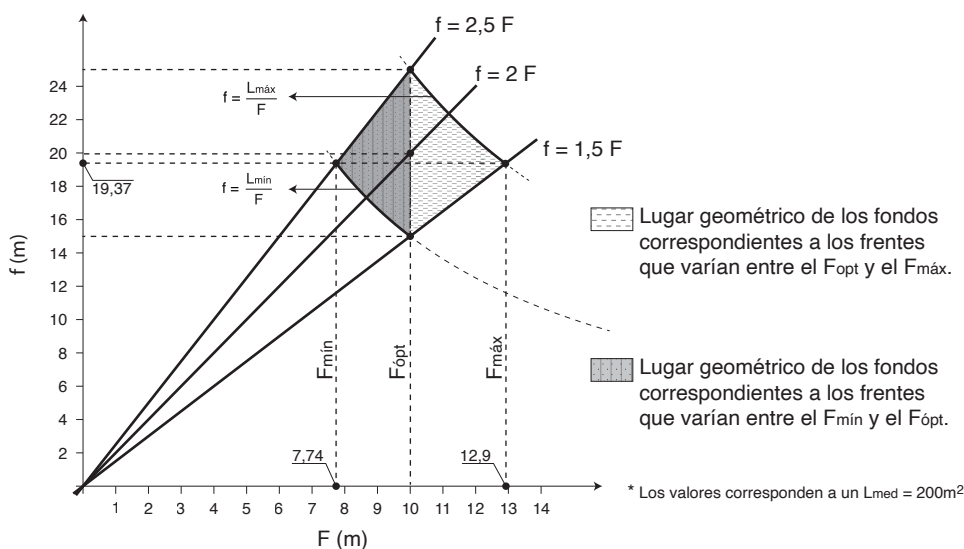
3) $f = \frac{L_{min}}{F}$

4) $f = \frac{L_{max}}{F}$

En función del Gráfico N° 1 adjunto se puede comentar lo siguiente:

GRÁFICO N° 1

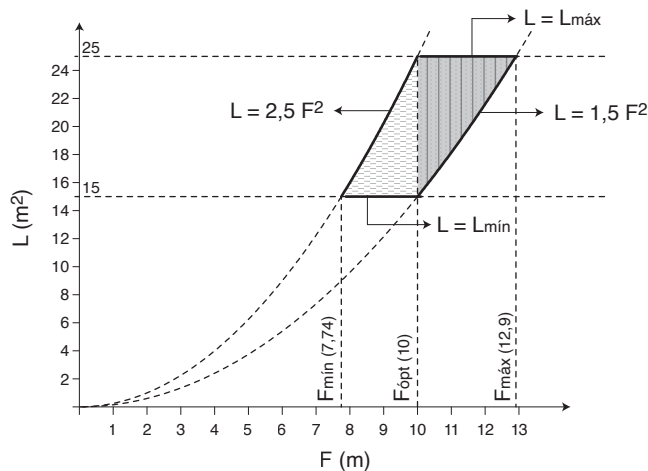
Lugar geométrico de los fondos que cumplen las condiciones impuestas.



- La abscisa de los puntos que corresponden a la intersección de la recta $f = 2,5F$ con la curva $f = L_{\text{máx}}/F$ y de la recta $f = 1,5F$ con la curva $f = L_{\text{mín}}/F$, es el frente óptimo calculado en la superficie del lote medio.
- El punto de intersección de la recta $f = 2,5F$ y la curva $f = L_{\text{mín}}/F$ tiene como abscisa a la longitud del frente mínimo.
- El punto de intersección de la recta $f = 1,5F$ y la curva $f = L_{\text{máx}}/F$ tiene como abscisa a la longitud del frente máximo.
- El lugar geométrico tiene dos componentes, el correspondiente a los frentes comprendidos entre el frente mínimo y el frente óptimo y el correspondiente a los frentes comprendidos entre el frente óptimo y el frente máximo.
- Las rectas definen el lugar geométrico haciendo cumplir las condiciones impuestas en relación a las proporciones f/F .
- Las curvas definen el lugar geométrico observando las condiciones dadas en relación a los tamaños de los lotes máximo y mínimo.
- Las curvas son porciones de curvas hiperbólicas.
- Ver Gráfico N° 2, el mismo que define el lugar geométrico de las superficies que cumplen las condiciones impuestas. Similares comentarios a los ya emitidos se puede efectuar con respecto a este gráfico.

GRÁFICO N° 2

Lugar geométrico de las superficies que cumplen las condiciones establecidas.
Variación de la superficie de lote $-L-$ para cada frente $-F-$.



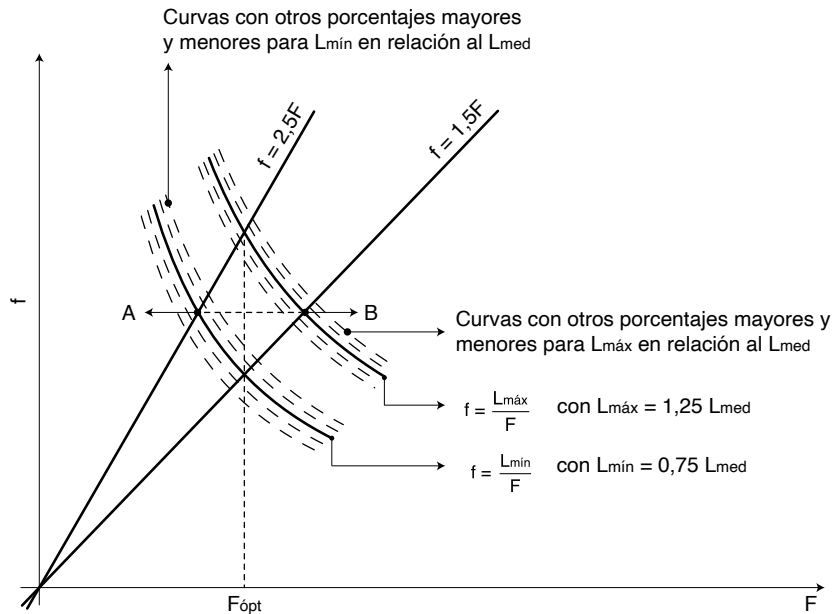
Aplicación:

Para cada frente, comprendido en el intervalo establecido se puede recomendar a su vez un rango de fondos como parte de la normativa de una unidad de ordenación urbanística. Para el caso del ejemplo del Gráfico N° 1, se tiene:

$F_{\min}$	7,74 m	$\rightarrow$	$f = 19,37$ m
	8 m	$\rightarrow$	f de 150/8 a 2,5(8)
	9 m	$\rightarrow$	f de 150/9 a 2,5(9)
$F_{\text{ópt}}$	10 m	$\rightarrow$	f de 150/10 a 2,5(10)
	11 m	$\rightarrow$	f de 1,5 (11) a 250/11
	12 m	$\rightarrow$	f de 1,5 (12) a 250/12
$F_{\max}$	12,9 m	$\rightarrow$	$f = 19,37$ m

Se comprueba con las superficies observadas en el Gráfico N° 2.

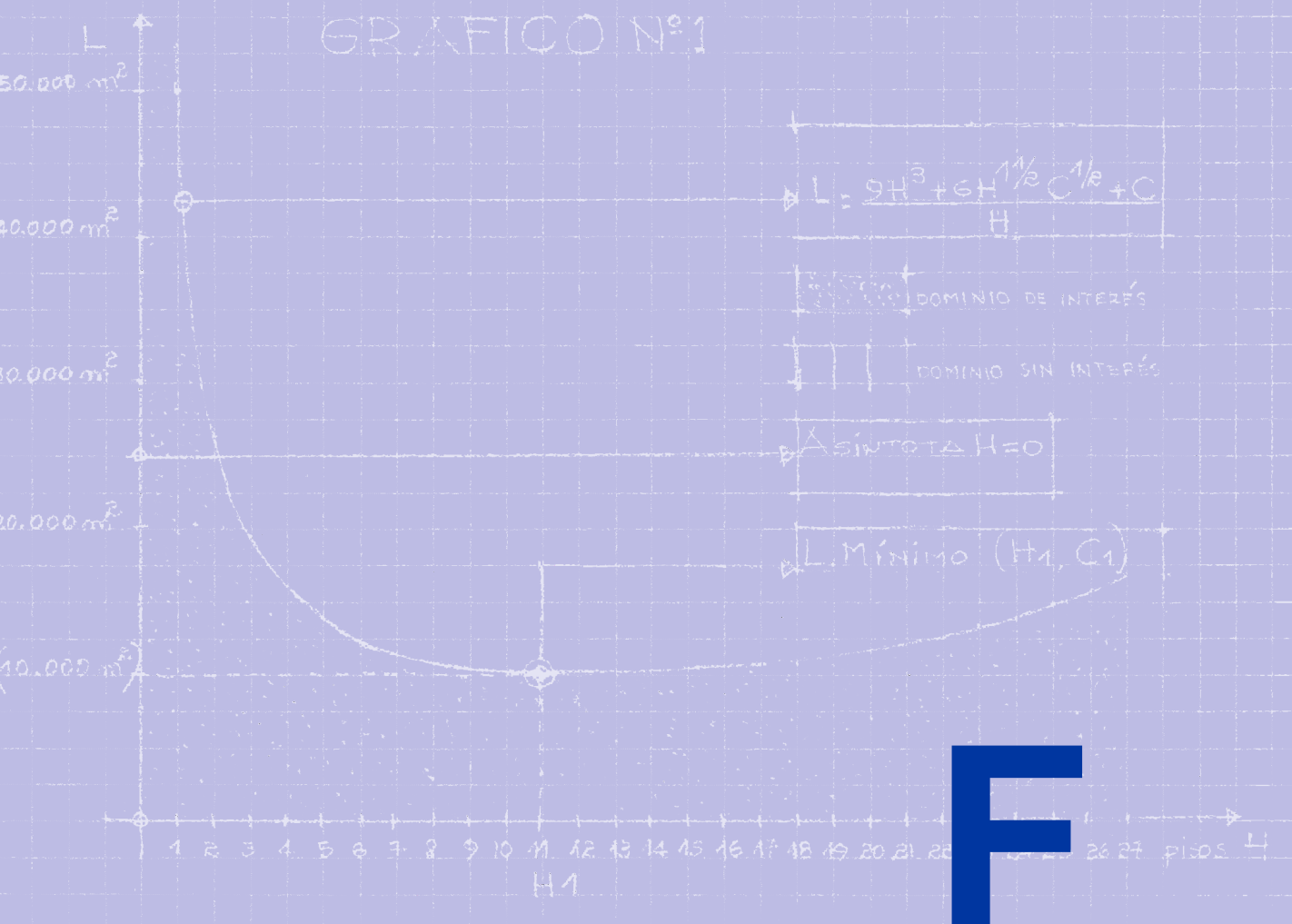
En el siguiente esquema se observan las curvas correspondientes a f para otras proporciones de $L_{\min}$ y $L_{\max}$, respecto de L_{med} .



Solamente con el 25% más – $L_{\max}$ – y con el 25% menos – $L_{\min}$ –, las ordenadas de los puntos de intersección A y B tienen el mismo valor.

$$H = \sqrt[3]{\frac{5C - \sqrt{(5C)^2 - 144C^2/9}}{72}}$$

CUACIÓN RESULTANTE C ES IGUAL A $49.382,7 \text{ m}^2$, MÁXIMA SUPERFICIE DE CONSTRUCCIÓN DETERMINADA PARA $L = 10.000 \text{ m}^2$ EN LA TEORÍA 6 EN FUNCIÓN DE LAS CONDICIONES ESTABLECIDAS, SE OBTIENE EL MISMO VALOR DE H CALCULADO EN ELLA, ESTO ES: 11,1 PISOS; CUESTIÓN QUE AMERITA PROFUNDIZAR EL ANÁLISIS.



**Modelización matemática
de la densidad y la
calidad ambiental urbana**

Modelización matemática de la densidad y la calidad ambiental urbana

Conviene iniciar este capítulo abordando el significado de medio físico natural. Siguiendo a Gómez Orea (2013), *“se trata de un sistema ... formado por los elementos y procesos del ambiente natural, tal y como se encuentran en un momento dado: el clima y el aire; los materiales, los procesos y las formas que adoptan tales materiales bajo la acción de dichos procesos; el suelo y el subsuelo; el agua; la biocenosis: vegetación y fauna, y sus relaciones con el hábitat que ocupan; los procesos activos y los riesgos de todo tipo: recarga de acuíferos subterráneos, erosión y sedimentación, procesos edáficos, ciclos de los materiales y de la energía, cadenas alimentarias, las formas antrópicas de aprovechamiento de los recursos naturales y de utilización primaria del suelo; el paisaje o relación entre la manifestación externa de todo ello y la percepción polisensorial y subjetiva de la población, local o foránea, perceptora potencial del sistema”* (p. 174).

En este medio se encuentran territorios normalmente de extensión reducida —y considerados sin mayor fundamento como “rurales”—, que contienen los elementos y procesos naturales intrínsecamente más valiosos en los órdenes ecológico, funcional, científico-cultural y paisajístico, cumplen un papel esencial en el conjunto, geográficamente se encuentran casi siempre aislados, siendo posible que se cumplan los designios de la conservación estricta, pues alcanzan la máxima calidad ambiental.

En forma contigua generalmente se hallan los territorios destinados al aprovechamiento del medio físico con actividades productivas primarias, casi siempre al margen de criterios ecológicos de sostenibilidad, presentan en mayor o menor medida problemas derivados de su sobreexplotación, ocupación o transformación, cambios en los usos del suelo, emisión de efluentes y del declive o ausencia de actividades (Gómez Orea, 2013), y que en todo caso los han afectado, disminuyendo su calidad ambiental.

En el territorio aparecen luego las unidades del medio físico natural que han sufrido y están sufriendo transformaciones aún más fuertes, se trata de los periurbanos y de las ciudades o áreas urbanas, cuya constitución en el tiempo supone la construcción de edificaciones y de obras de urbanización, y en consecuencia el sellado de grandes extensiones de suelo —esto es, la acción por la cual éste se cubre con material impermeable artificial y de forma permanente—, produciéndose una ocupación prácticamente irreversible y que entraña graves consecuencias en las funciones y procesos que le son propios, pues se trata de la principal causa de la degradación del suelo.

Martínez-Ortiz et al. (2020) —citando a varios autores—, señalan a manera de síntesis de esta problemática, que el sellado del suelo genera cambios significativos en el estado ambiental y en el balance hídrico de las cuencas fluviales, afectando a los ecosistemas, particularmente a aquellos elementos y procesos relacionados con el agua: merma la capacidad de infiltración con la consiguiente disminución de recarga de los acuíferos, el caudal máximo de ríos y corrientes de agua superficiales se reduce en la temporada de estiaje y crece mucho durante las lluvias. En las ciudades, el agua de lluvia que no puede infiltrarse en el suelo se escurre sobre la capa de rodadura buscando un cauce, se trata de la escorrentía urbana; en tanto que los colapsos de los sistemas de alcantarillado provocan inundaciones, el agua estancada llega a las superficiales y a los mantos freáticos con una carga mayor de contaminantes.

La sustitución de la cubierta natural del suelo —que puede absorber hasta trescientos litros de agua por metro cúbico—, por una cubierta impermeable que absorbe muy poca agua, tiene también un impacto directo en el clima de la ciudad, pues si el suelo húmedo absorbe y libera calor de modo gradual, los pavimentos convencionales lo hacen en cambio rápidamente, provocando el aumento de la temperatura en ella, esto es, el fenómeno llamado “isla de calor urbana”. Efectivamente, los materiales de uso muy frecuente en la construcción tienen baja reflectancia solar y alta capacidad calorífica, por esto absorben gran cantidad de la radiación solar a lo largo del día, para luego irradiar este calor incrementando la temperatura, con la consecuente afectación térmica a la población.

El sellado del suelo también es causa de la fragmentación de los hábitats y la pérdida de pautas migratorias de una multitud de especies. Disminuye la distribución de las poblaciones de animales y plantas, y se producen fuertes modificaciones en las comunidades bióticas que viven del suelo. Igualmente se ve afectada la cantidad y diversidad microbiana, por la alteración de las condiciones edáficas que provoca la introducción de contaminantes. Finalmente, la alteración nociva del ambiente se incrementa por cuanto un suelo sellado ya no puede absorber el CO₂ y otros agentes que contaminan, asunto que repercute en la calidad del aire.

Se ha de reconocer que estas pérdidas de calidad ambiental a las que lleva el sellado del suelo con la construcción de la ciudad, mantienen una relación más o menos directa con las magnitudes de las densidades de ocupación del parque edificado y las infraestructuras. Pero además, que conforme estas densidades aumentan se van generando también otras pérdidas de calidad ambiental, esta vez para la población humana y las actividades económico sociales que la ciudad concentra, por el deterioro creciente de las condiciones de habitabilidad referidas al aprovechamiento del medio físico natural en cuanto a iluminación, ventilación, soleamiento y calidad del aire, y por las restricciones de acceso al paisaje urbano, problemática que es motivo de profundización en la exposición de los modelos de este subcapítulo. En todo caso vale adelantar que las referidas densidades de ocupación del suelo, tienen entre sus explicaciones a otras densidades, como las referidas a las ya señaladas actividades socio económicas —se trata de las densidades de usos de suelo—, y que en el caso de la vivienda incluye a la de población.

En este contexto se vuelve pertinente acercarse al concepto de calidad ambiental del territorio, precisando a qué se refiere y de qué depende. Gómez Orea (2003), lo formula acertadamente con la siguiente expresión: *“La calidad ambiental se refiere al grado de conservación de los ecosistemas, de la biodiversidad y el paisaje, a la pureza del aire, a la cantidad y calidad del agua, al estado y limpieza del suelo y a las condiciones de la escena urbana. La calidad ambiental depende del comportamiento de los agentes socioeconómicos, en la medida que estos asuman las externalidades generadas por los procesos productivos; esto afecta tanto a los productores, por el incremento de costes, como a los consumidores, quienes en última instancia deben asumir dichos costes en los precios”* (p. 87).

Como se verá entonces, conceptualmente la calidad ambiental remite al conjunto del territorio, desde sus unidades cuyo medio físico natural no ha sufrido mayores transformaciones, hasta aquellas como la ciudad en donde las actuaciones antrópicas han producido —y producen—, extremas transformaciones, pasando por unidades en situaciones intermedias. Por esto, si bien es válido y provechoso hablar de “calidad ambiental urbana”, su concepto y más aún su estimación no debe omitir —por lo dicho en líneas anteriores—, que ella concierne a unidades territoriales con un medio físico natural que ya ha sufrido cambios esenciales por el sellado del suelo y más aún que éstos pueden variar dependiendo de las magnitudes de las densidades de ocupación antrópicas del suelo y sin perjuicio asimismo de su incidencia en las condiciones de habitabilidad que generan para la población humana y las actividades socio-económicas.

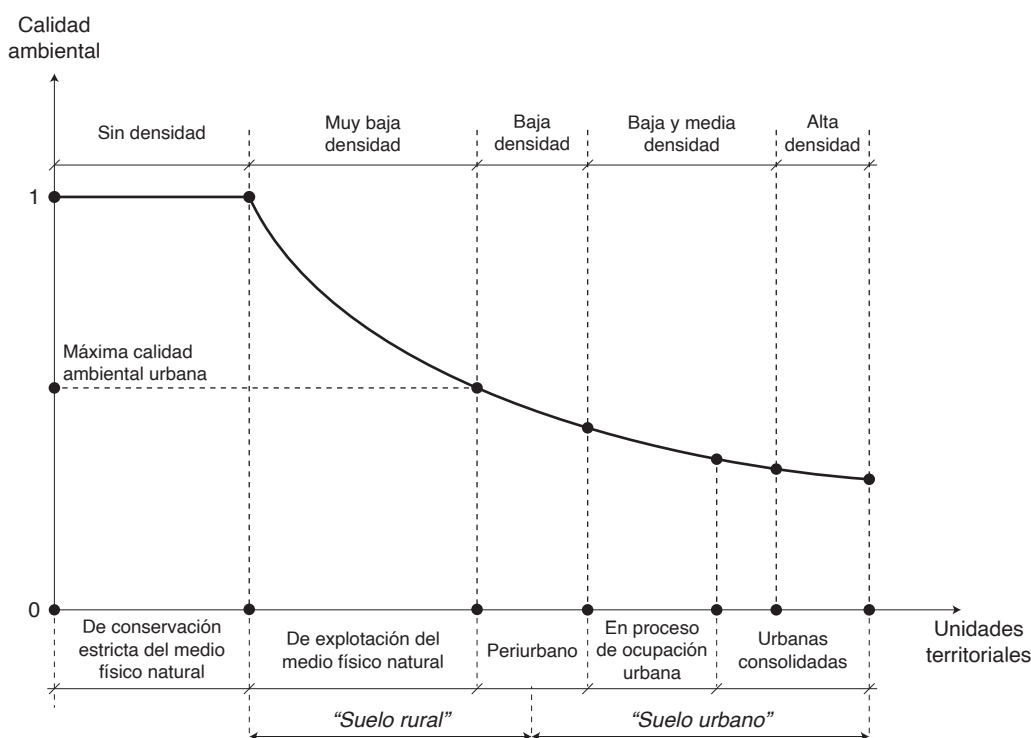
La formulación conceptual hecha por Zoido et al. (2013) sobre calidad ambiental urbana —entre otras pocas con rigor—, incluye en buena medida el enfoque demandado: *“Variable amplia y compleja que mide el estado de salud de los diferentes elementos que condicionan nuestra vida en las ciudades. Mediante la utilización de diferentes parámetros como la contaminación, la proporción de zonas verdes, los equipamientos, la densidad, el clima o la higiene se puede determinar el distinto grado de calidad medioambiental existente en las ciudades. La consecución de los mejores estándares de calidad urbana es uno de los problemas que ocupa a los planificadores a la hora de seleccionar sus propuestas de ordenación urbana, cualquiera que sea el tamaño de las ciudades o los ámbitos planificados. Aunque se debe partir de la no homogeneidad ambiental de todo espacio urbano, las manifestaciones negativas de la alta densidad poblacional, la ocupación del medio rural y natural por las urbes en crecimiento, la intensificación de las actividades industriales y el tráfico viario, la concentración de la capacidad generadora de residuos sólidos y líquidos, o la progresiva degradación del entorno paisajístico de sus alrededores, han reducido con frecuencia el necesario equilibrio entre el funcionamiento de la ciudad y las capacidades del medio para acogerla”* (pp. 55-56).

Estos autores también mencionan en esta conceptualización que la mala calidad ambiental de las ciudades es causa de enfermedades físicas y psicológicas y de la artificialización de la vida, que la desorganización funcional y arquitectónica desintegra los espacios urbanos tradicionales, que en medio de la expansión urbana se pierden los valores históricos y etnográficos, entre otros. Concluyen afirmando que distintas entidades internacionales y supranacionales, se encuentran haciendo llamados y elaborando propuestas generales a fin de que se tome conciencia sobre la necesidad de mejorar la calidad ambiental urbana.

Como se notará, entre los “parámetros” —aludidos en esta conceptualización—, que inciden en la calidad ambiental urbana están la “proporción de zonas verdes”, la “densidad” y el “clima”; mencionan la “alta densidad poblacional”, la “ocupación del medio rural y natural por las urbes en crecimiento”, la “progresiva degradación del entorno paisajístico de sus alrededores” y la “intensificación de las actividades industriales.” Así, resulta innegable que las densidades de ocupación antrópicas del suelo tienen incidencia en la calidad ambiental del territorio, que

ellas varían a lo largo de las diferentes unidades constitutivas de éste y que por tanto sus manifestaciones también son distintas, como insinúa el gráfico adjunto, mismo que expresa en forma abstracta y en términos de unidades territoriales genéricas, el enfoque que se adopta en esta obra sobre las densidades de ocupación antrópicas del suelo y la calidad ambiental.

CALIDAD AMBIENTAL DEL TERRITORIO POR DENSIDADES DE OCUPACIÓN ANTRÓPICAS DEL SUELO



Así, mientras en una unidad territorial de altos valores ambientales ecológicos, funcionales, científico-culturales y paisajísticos de una región dada cualquiera, la calidad ambiental alcanza su máximo en toda su extensión, el aprovechamiento del medio físico natural para la producción primaria de bienes, —incluyendo la extracción de recursos no renovables—, y dependiendo de la magnitud de las densidades de ocupación que adquiera el mismo, supondrá una merma progresiva de la calidad ambiental de los territorios calificados como rurales, ya sea por condiciones propias de los procesos productivos, la presencia de infraestructuras de accesibilidad, la distancia a la ciudad o su mayor o menor inserción en el área de influencia o hinterland de la misma, entre otros.

Con reducciones de la calidad ambiental aparecen luego los territorios de la llamada periurbanización, los suelos rural-urbanos o periurbanos, en los que se combinan actividades económicas y formas de vida, constituyendo el resultado de la presión de la ciudad sobre el suelo rural, de las nuevas tendencias de localización de las actividades industriales y comerciales, pero también de los traslados de población de la ciudad al campo —que tienen justamente como propósito la búsqueda de una mejor calidad ambiental—, y que inducen a la generación de nuevos espacios recreacionales y turísticos. Se puede decir que en estos territorios la calidad ambiental urbana adquiere sus máximos.

SIN DENSIDAD DE
OCUPACIÓN ANTRÓPICA



ALTA DENSIDAD DE
OCUPACIÓN ANTRÓPICA

En la ciudad propiamente, las densidades de ocupación antrópicas del suelo van en aumento desde las unidades con procesos de ocupación urbana en formación, pasando por las que muestran estadios de transición más evidentes, hasta llegar a la consolidación urbana propiamente —a la conformación de asentamientos estables—, sin perjuicio de que algunas unidades en esta condición muestren altas densidades por el parque edificado, incluso con signos de saturación. En este trayecto correlativamente la calidad ambiental sufre mermas constantes, mostrando una brecha enorme con la calidad ambiental de partida, como resultado de la pérdida muy fuerte del medio físico natural, siendo pertinente y con más propiedad referirse a estos territorios como la evidencia de la “artificialización de la vida”.

Harvey (2010) indica que estas transformaciones causadas por la actividad humana han llevado a la “*destrucción creativa del territorio*”, especialmente con el advenimiento y evolución del capitalismo. “*La larga historia de la destrucción creativa del territorio ha producido lo que a veces se llama ‘segunda naturaleza’, esto es, naturaleza remodelada por la acción humana. Ahora queda muy poco, si es que queda algo, de la ‘primera naturaleza’ que existía antes de que los humanos poblaran la tierra ... Durante los tres últimos siglos, durante los que se produjo el ascenso del capitalismo, han aumentado enormemente la velocidad y el alcance de la destrucción creativa del territorio*” (pp. 55-56). “*Segunda naturaleza*” que —según el mismo autor—, tiene al Estado y al capital como sus principales agentes productores y reproductores.

En el contexto de las reflexiones y de los planteamientos anteriores, en este subcapítulo se elaboran tres grupos de modelos que establecen igual número de índices de calidad ambiental, por: i) el aprovechamiento edificatorio de una parcela o lote, ii) las densidades poblacional y edificatoria del espacio residencial; y, iii) la densidad edificatoria del espacio urbano; vale decir, configuran en términos matemáticos y para estas densidades, el enfoque dado en un sentido amplio a la relación de las densidades de ocupación antrópicas del suelo y la calidad ambiental.

En sus dimensiones descriptivas estos modelos pueden ser empleados para establecer y comprender la constitución de la calidad ambiental debida al aprovechamiento y densidades ya indicadas —en tanto formas específicas de ocupación del suelo—, en los ámbitos espaciales antes identificados, sin perjuicio de que para los espacios urbano en general y residencial en particular, se realice una descripción agregada o distribuida en zonas, sectores, e incluso manzanas. Como en el caso de los modelos precedentes, la posibilidad de la aplicación de los contenidos en este capítulo demanda el uso de la información del catastro inmobiliario.

En sus facetas exploratorias estos modelos también pueden ser utilizados por una parte, para examinar la realidad, en este caso, las tres formas específicas de ocupación del suelo antes indicadas, con sus implicaciones ambientales expresadas en los índices propuestos y para pensar asimismo en otras realidades lógicamente posibles de dichas formas, modificando los valores de las variables independientes adoptadas en relación al aprovechamiento edificatorio y a las densidades poblacional y edificatoria, sin perjuicio de la determinación de los comportamientos de cada una de ellas en tanto las otras asumen la condición de parámetros o constantes y de la confrontación de resultados. Igualmente, estos análisis requerirán del aprovechamiento de la información ya precisada.

Por otra parte, estas mismas dimensiones exploratorias pueden anteceder a las de planeamiento, si con respecto a una unidad de ordenación urbanística que corresponda al suelo de expansión urbana, se fijan diferentes valores para las variables independientes adoptadas en relación al aprovechamiento edificatorio y a las densidades poblacional y edificatoria, pero esta vez con miras a la conformación de un asentamiento —en el marco, por ejemplo, de un intervalo que responda a determinaciones del plan general de la ciudad—, y se establecen los respectivos

índices de calidad ambiental, sin menoscabo de estudiar los comportamientos de las variables con el enfoque ya indicado.

La evaluación de tales opciones y la selección de una —estimada como óptima—, dará lugar al establecimiento de determinaciones específicas de ordenación urbanística en relación a las variables escogidas para estimar los índices de calidad ambiental, que se espera alcanzar en la unidad de ordenación urbanística en cuestión.

Modelos F1

Aprovechamiento edificatorio e impacto en la calidad ambiental de una parcela o lote y su entorno inmediato

Caso general: Determinación con independencia del tipo de implantación y la altura de la edificación.

Caso particular: Determinación cuando se produce el aprovechamiento de un lote o parcela con la edificación aislada, considerando la separación entre edificaciones igual: i) a la mitad de su altura, ii) a su altura; y, iii) al doble de su altura.

1.- Antecedentes

Sin duda, la edificación constituye una de las actuaciones antrópicas de mayor incidencia sobre el medio físico natural, particularmente en las ciudades y centros poblados en general, por el sellado y la ocupación prácticamente irreversible del suelo que conlleva, pero también porque ocasiona en el medio ambiente urbano alteraciones de duración indefinida y asimismo daños cuya evaluación entraña indudables dificultades. Obviamente la magnitud del impacto de la edificación guarda una correlación muy estrecha con su aprovechamiento edificatorio, concretamente con su tamaño, el mismo que puede expresarse, entre otras variables, por la superficie de construcción y su altura; no obstante, también tiene un peso importante en dicho impacto, la relación de distancia que guarda una edificación con sus vecinas, concretamente la separación entre ellas.

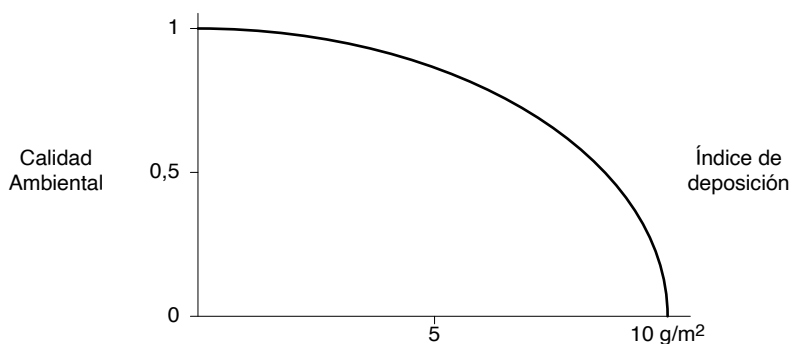
Así, este modelo propone un conjunto de funciones destinadas a medir tal impacto en la calidad ambiental de un lote o parcela y su entorno inmediato, en un primer momento independientemente del tipo de implantación de la edificación y luego en el caso de la edificación aislada; con

miras a que la elaboración de la normativa sobre las características de ocupación del suelo, en tanto componente de las determinaciones de los planes de ordenación urbanística, cuente con mayor sustento técnico.

Desde la perspectiva de la calidad ambiental y con sustento en el método de cuantificación de impactos propuesto por el Instituto Battelle-Columbus, generalmente los estudios de impacto ambiental incluyen entre sus fases la “valoración de impactos” y como parte de ésta la “determinación de la magnitud”, esto es, la predicción de los cambios que potencialmente puede desencadenar una acción sobre cada factor ambiental (Dee, Bell, Bureau of Reclamation y Columbus Laboratories, 1972). La expresión de la magnitud o cuantificación del impacto depende de la naturaleza del factor y para el efecto se usan los “índices de impacto”, medida proporcionada por la diferencia entre los valores del índice “con” y “sin” proyecto. Obviamente cada índice viene expresado en unidades propias asimismo de cada factor, así por ejemplo el nitrógeno en el suelo se puede medir en Kg/ha, o la deposición de polvo por unidad de superficie en g/m². En suma, los índices de impacto vienen dados en unidades heterogéneas.

En un segundo momento, la magnitud de los impactos debe expresarse en unidades sujetas a medidas o valuaciones estandarizadas entre 0 y 1, tarea que consiste en transformar la magnitud del impacto medido en unidades heterogéneas a unidades homogéneas, adimensionales de valor ambiental, usando para ello las “funciones de transformación”. Estas funciones establecen relaciones entre el índice de impacto, medido en las unidades propias de cada factor y el índice de calidad ambiental expresado en cambio en unidades comparables, y se representan casi siempre sobre un sistema de coordenadas cartesianas, en cuyo eje de abscisas se dispone el índice de impacto y en el de ordenadas el índice de calidad ambiental estandarizada entre 0 y 1. Finalmente se procede a la “totalización de los impactos” para conocer el impacto total sobre el medio, considerando las pérdidas de calidad ambiental por impactos negativos y las ganancias por impactos positivos; sin perjuicio de que previamente sean motivo de afectación por coeficientes que dan cuenta del peso relativo de cada factor en la calidad ambiental total del medio influenciado por un proyecto. En el Gráfico N° 1, se presenta a título ilustrativo la función de transformación del índice de deposición de polvo por unidad de superficie.

GRÁFICO N° 1



Fuente: Gómez Orea, 2009, p. 549

Teniendo como punto de partida este método, a continuación se formula entonces un conjunto de funciones destinadas a medir el impacto de la edificación en la calidad ambiental de un lote o parcela y su entorno inmediato, tanto a nivel general como en el caso particular de la edificación aislada.

2.- Modelización del índice de calidad ambiental de un lote y su entorno inmediato en relación a su aprovechamiento edificatorio

Al respecto se considera que las ya mencionadas variables —altura medida en pisos y la superficie de construcción en metros cuadrados—, constituyen las características cuantitativas que mejor describen a una edificación en términos de su magnitud, y por tanto el impacto que potencialmente puede causar con su emplazamiento. Así por ejemplo, según un estudio sobre el impacto ambiental en áreas urbanas consolidadas de las “torres para viviendas de gran altura” tomando como caso de estudio Buenos Aires, señala que las decisiones a escala urbana y edilicia, como alturas, proporciones u orientación de espacios son de fundamental importancia al tratarse del soleamiento. “La proyección de sombras de una torre alta y esbelta será muy diferente a la de un edificio bajo y compacto, de igual superficie pero con alta ocupación del suelo. Representar ambos ejemplos gráficamente permite extraer algunas conclusiones tendientes a evaluar el impacto solar de una torre urbana...” (Leveratto, 1995). Así, según este autor, un “edificio en torre” proyecta sombras bastante largas y proporcionalmente angostas, especialmente en invierno, con incidencia en cerca de ocho manzanas de su entorno inmediato; en tanto que cuando se tiene la misma superficie de construcción en una edificación de “baja altura”, la magnitud de las sombras generadas es mucho menor.

En coherencia con lo expuesto, se parte de la postura de que la calidad ambiental de un lote alcanza su máximo cuando está libre de edificación y que ella va disminuyendo cuando ésta se emplaza y crece en superficie de construcción y altura; se trata entonces de encontrar unas funciones exponenciales decrecientes que tengan en el eje de las abscisas tales variables —tendiendo al infinito, pues no hay argumento teórico para fijarles límites—, y en el eje de las ordenadas el máximo índice de calidad ambiental, esto es 1, cuando tales variables sean igual a cero.

2.1.- Consideración de la variable superficie de construcción

Para medir la incidencia de la superficie de construcción de una edificación en la calidad ambiental de un lote y su entorno inmediato, se han considerado las siguientes tres funciones, llamando:

- ICA₁ = índice de calidad ambiental uno (adimensional)
- L = superficie del lote (m²)
- C = superficie de construcción (m²)

- Opción a) $ICA_{1a} = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L+C}}$
- Opción b) $ICA_{1b} = \frac{L}{L+C}$
- Opción c) $ICA_{1c} = \frac{L^2}{L^2 + 2LC + C^2}$

Las tres funciones se observan en el Gráfico N° 2 y de su consideración se deduce que en ausencia de superficie de construcción, el ICA alcanza su máximo, esto es: 1 y conforme ella aumenta éste disminuye; no obstante, tal disminución tiene un ritmo mayor cuando el cociente es menor, particularmente cuando C se encuentra en los primeros tramos positivos del dominio, concretamente hasta 2 000 m² cuando L = 1 000 m.

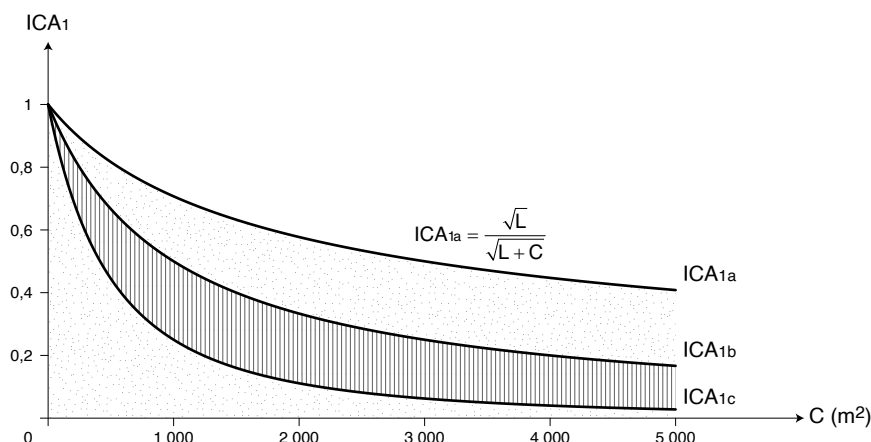
Se opta por la primera función en la medida que procura en general un descenso mucho más pausado del ICA conforme aumenta la superficie de construcción; vale decir, se trata de la función en la que la intensidad de cambio instantánea o razón instantánea de cambio —en otros términos la pendiente en un valor determinado de C—, es menor al de las otras dos funciones examinadas, permitiendo que para los valores de C más altos el descenso del ICA tenga manifestaciones cuantitativas en alguna medida perceptibles. Como se observará, el eje C es una asíntota horizontal, pues:

$$\lim_{C \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L+C}} \right) = 0$$

En este marco, la función seleccionada logra expresar, por una parte, para los primeros tramos positivos del dominio, el impacto sobre el medio físico natural que supone el emplazamiento mismo de la edificación, por el sellado y la ocupación irreversible del suelo, con graves efectos negativos para la producción de alimentos, los recursos hídricos, la biodiversidad y el clima en las escalas local y planetaria, con consecuencias asimismo muy serias en los órdenes económico y social en el largo plazo; más todavía cuando este fenómeno se produce en medio de modelos de crecimiento urbano despilfarradores del recurso suelo.

Pero también la función logra expresar y sobre todo para los tramos subsiguientes, el impacto sobre lo que se ha dado en llamar la “escala humana” que debe observar la ciudad, la cual implica, entre otros, buenas condiciones de habitabilidad de los predios —iluminación, ventilación y soleamiento—, la constitución de la “ciudad viva” en la que los espacios interiores de las edificaciones se complementan con zonas exteriores utilizables, la tenencia por la población de campos de visión o líneas visuales sin obstáculos, la “*vida social entre los edificios*” (Gehl, 2006); tal impacto según la función va en aumento conforme se incrementa la superficie de construcción, pero con un ritmo descendente, coherente con el hecho que la incorporación de una nueva unidad de construcción en una superficie determinada, tiene más peso que si se produce en una mayor a ésta.

GRÁFICO N° 2



2.2. Consideración de la variable altura de la edificación

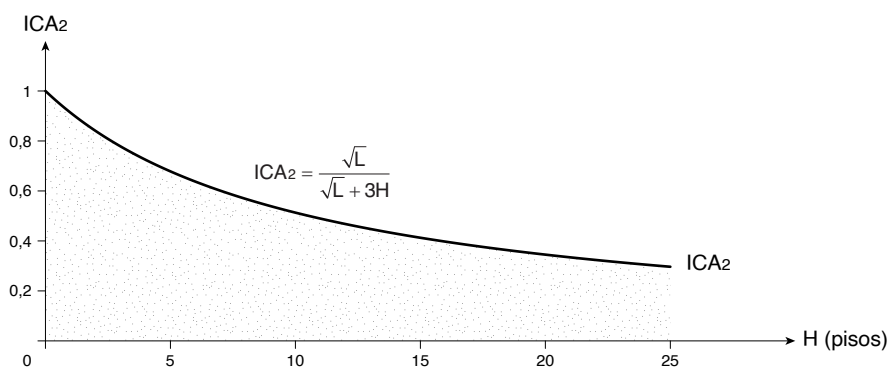
La presencia obligada de más de una unidad de medida en la elaboración de funciones correspondientes a la altura de la edificación que incluyan a la superficie del lote como constante, limita el planteamiento de opciones. Por lo que para establecer la incidencia de la altura de una edificación en la calidad ambiental de un lote y su entorno inmediato, se propone la siguiente función, llamando:

- ICA₂ = índice de calidad ambiental dos (adimensional)
L = superficie del lote (m²)
3H = altura de la edificación (m), en la que H corresponde al número de pisos y 3 a la altura en metros de cada piso.

$$ICA_2 = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L} + 3H}$$

Su comportamiento se muestra en el Gráfico N° 3, y como se podrá deducir guarda una analogía con la función seleccionada en relación a la superficie de construcción, por lo que sin forzar es posible hacer extensivo a este parámetro los análisis ya hechos para tal superficie, en cuanto al impacto de la altura de la edificación en el medio físico natural y en la “escala humana”. Pero desde esta perspectiva se han de poner también en el mismo plano el hecho que “*los edificios bajos situados a lo largo de una calle están en armonía con el modo en que la gente se desplaza y con la manera en que funcionan los sentidos, a diferencia de los edificios altos, que no lo están*” (Gehl, 2006, p. 111), y otras situaciones negativas como los túneles de viento que generan los rascacielos —poniendo en riesgo la seguridad de peatones y ciclistas—, y los peligrosos e intensos reflejos de los rayos solares en las calles adyacentes; y, que han obligado incluso en algunas ciudades a la promulgación de normas para incidir en el diseño de ellos, por ejemplo Londres (Harrouk, 2019).

GRÁFICO N° 3



2.3.- Unificación de las funciones

La unificación de las dos funciones antes estudiadas, para dar lugar a una tercera que permita obtener un índice de calidad ambiental más integral sobre el emplazamiento de una edificación en un lote, es posible si él constituye la media aritmética o mediana de ellas, esto es, llamando adicionalmente:

ICAe = Índice de calidad ambiental en relación al aprovechamiento edificatorio de un lote.

$$ICAe = \frac{\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L+C}} + \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L+3H}}}{2}$$

por tanto:

$$ICAe = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+C}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}}$$

Esta función de dos variables —y que tendrá el carácter de general en estos modelos—, permite determinar entonces la calidad ambiental a la que conduce el emplazamiento de una edificación en un lote determinado, conocidos su superficie de construcción y número de pisos, en el marco del enfoque antes sustentado. En consecuencia, la pérdida de calidad ambiental será igual a $1 - ICAe$, determinación útil para la evaluación ambiental de un proyecto que entrañe la construcción de una edificación.

3.- Mapa de relieve de la función del índice de calidad ambiental propuesto

Con esta finalidad, al $ICAe = f(C, H)$ se denominará **función del índice de calidad ambiental de un lote y su entorno inmediato en relación a su aprovechamiento edificatorio**, y a las curvas de nivel f , que tienen ecuaciones de la forma $f(x, y) = k$ —en las que k es una constante—, **curvas de índice de calidad ambiental constante de un lote y su entorno inmediato en relación a su aprovechamiento edificatorio**; por tanto, $f(C, H) = k$.

Con fines demostrativos se dibujará el mapa que muestra las susodichas curvas de índice de calidad ambiental constante, en $k = 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2$; y, $0,1$. Entonces el mapa constará de las curvas que constituyen la intersección de la superficie:

$$ICAe = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+C}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}}$$

con los planos $ICAe = k$, en la que $k = 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2$; y, $0,1$. Así, al sustituir, por ejemplo, $k = 0,9$ se obtiene:

$$0,9 = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+C}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}}$$

y despejando H , resulta que:

$$H = \frac{2L - 1,6\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{10,8\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$$

En el Cuadro N° 1 adjunto, se presenta el conjunto de funciones para los valores de k ya señalados.

CUADRO N° 1

$H = f(C)$ y aspectos relevantes en el primer cuadrante (+,+), según valores de k , con $L = 1\,000\text{ m}^2$.

k	$H = f(C)$	Aspectos relevantes en el primer cuadrante (+,+)			
		Abscisa $H = 0$	Ordenada en $C = 0$	Asíntota vertical	Asíntota horizontal
0,9	$H = \frac{2L - 1,6\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{10,8\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$	$C = 562\text{ m}^2$	$H = 2,65\text{ pisos}$		
0,8	$H = \frac{2L - 1,2\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{9,6\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$	$C = 1\,777\text{ m}^2$	$H = 7,02\text{ pisos}$		
0,7	$H = \frac{2L - 0,8\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{8,4\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$	$C = 5\,250\text{ m}^2$	$H = 15,81\text{ pisos}$		
0,6	$H = \frac{2L - 0,4\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{7,2\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$	$C = 24\,000\text{ m}^2$	$H = 42,16\text{ pisos}$		
0,5	$H = \frac{2L}{6\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$			$C = 0\text{ m}^2$	$H = 0\text{ pisos}$
0,4	$H = \frac{2L + 0,4\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{4,8\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$			$C = 562\text{ m}^2$	$H = 2,65\text{ pisos}$
0,3	$H = \frac{2L + 0,8\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{3,6\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$			$C = 1\,777\text{ m}^2$	$H = 7,02\text{ pisos}$
0,2	$H = \frac{2L + 1,2\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{2,4\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$			$C = 5\,250\text{ m}^2$	$H = 15,81\text{ pisos}$
0,1	$H = \frac{2L + 1,6\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{1,2\sqrt{L+C} - 6\sqrt{L}}$			$C = 24\,000\text{ m}^2$	$H = 42,16\text{ pisos}$

Vale advertir, por un lado, que cuando $k = 1$, se obtiene la siguiente función:

$$H = \frac{2L - 2\sqrt{L}\sqrt{L+C}}{6(2\sqrt{L+C} - \sqrt{L})}$$

y que asignando valores positivos a L y C se consiguen para H valores negativos, lo cual implica en términos prácticos la ausencia de edificación; y, si se reemplazan dichos valores en la función general, se obtiene 1.

Por otro lado, cuando $k = 0$, la función es la siguiente:

$$H = \frac{-L - \sqrt{L}\sqrt{L+C}}{3\sqrt{L}}$$

y asimismo para valores positivos de L y C se consiguen también valores negativos para H ; y, si igualmente se reemplazan estos valores en la función general, se obtiene 0.

El mapa de relieve se observa en el Gráfico N° 4 con un valor asignado de 1 000 m² a la constante L. El mismo se limita a expresar el comportamiento de las funciones en el primer cuadrante (+,+), por cuanto carecen de sentido práctico los valores de H negativos, teniendo en éste como límites C = 30 000 m² y H = 100 pisos, para facilitar la visión del conjunto de funciones. Escapa de este ámbito espacial la función correspondiente a k = 0,1, por cuanto los valores de H le rebasan ampliamente, como se muestra en el Gráfico N° 5.

GRÁFICO N° 4

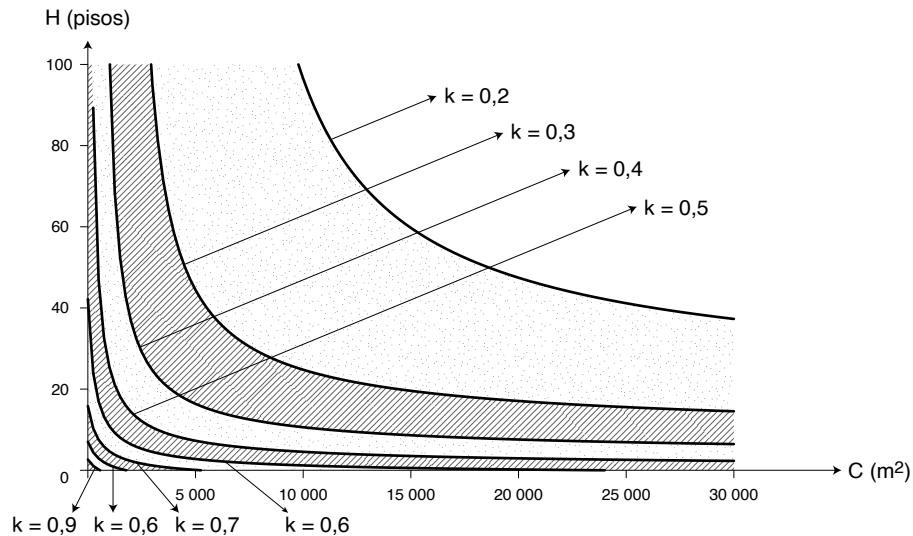
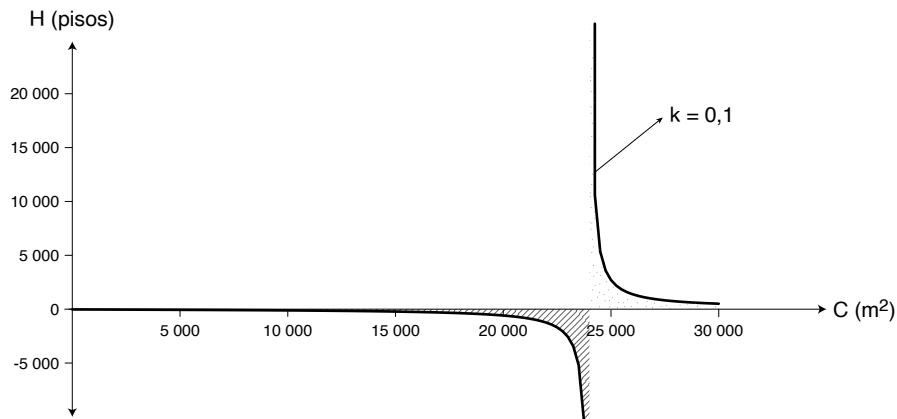


GRÁFICO N° 5



Del análisis del Gráfico N° 4 y del Cuadro N° 1 en el cual constan también aspectos relevantes del comportamiento de las funciones únicamente en el primer cuadrante, se puede concluir que:

- Conforme disminuye la calidad ambiental, aumentan el dominio y el rango de las funciones, esto es, los valores para los cuales $f(C)$ está definida y el conjunto de valores reales que toma la variable H.

- b) Las funciones correspondientes a $k = 0,9; 0,8; 0,7; y, 0,6$ tienen un dominio en C y un rango en H que se encuentran delimitados por los puntos de intersección con estos ejes; por lo que para cualquiera de estas funciones, las edificaciones con superficies de construcción y número de pisos superiores a su dominio y rango, ya no pueden alcanzar la calidad ambiental que le corresponde a tal función.
- c) Al respecto nótese que para $k = 0,9$ el dominio llega a $564,75 \text{ m}^2$ de superficie de construcción y el rango a 2,65 pisos, quizás en términos prácticos, edificaciones de 200 m^2 de superficie de construcción por piso y de tres pisos; en tanto que para $k = 0,6$ los valores son $24\,001 \text{ m}^2$ y 42,16 pisos, cerca de 600 m^2 de superficie de construcción por piso, configurando “edificaciones en altura” propiamente.
- d) La función $k = 0,5$ constituye un caso único entre los estudiados, pues ella tiene a los ejes C y H como asíntotas, por lo que la superficie de construcción de la edificación puede crecer infinitamente, pero para mantener esta calidad ambiental el número de pisos debe tender a cero; a su vez, esta variable puede crecer igualmente al infinito, a condición de que para sostener asimismo tal calidad, la superficie de construcción debe aproximarse progresivamente a cero.
- e) Las funciones correspondientes a $k = 0,4; 0,3; 0,2; y, 0,1$ tienen las asíntotas verticales y horizontales que se observan en el Cuadro N° 1, sus valores crecen conforme disminuye la calidad ambiental. La presencia de las asíntotas supone que para una determinada función de las mencionadas, las edificaciones con número de pisos y superficies de construcción menores a los que definen las asíntotas pueden alcanzar calidades ambientales mayores. La superficie de construcción y la altura de la edificación pueden crecer infinitamente; pero para mantener la calidad ambiental, en relación a la primera el número de pisos debe tender a la asíntota horizontal y en cuanto a la segunda, la superficie de construcción debe tender a la asíntota vertical.
- f) Debe constatar en el Cuadro N° 1 que las abscisas y ordenadas para las cuales $H = 0$ y $C = 0$, respectivamente, en las funciones $k = 0,9; 0,8; 0,7; y, 0,6$, corresponden a las asíntotas verticales y horizontales de las funciones $k = 0,4; 0,3; 0,2; y, 0,1$, del siguiente modo: de $k = 0,9$ a $k = 0,4$; de $k = 0,8$ a $k = 0,3$; de $k = 0,7$ a $k = 0,2$; y, de $k = 0,6$ a $k = 0,1$.
- g) Para un valor de C determinado, conforme descende k , esto es, la calidad ambiental, H asciende. Por tanto, según las funciones propuestas, una misma superficie de construcción puede producir una pérdida de calidad ambiental que irá en aumento conforme también se incremente la altura de la edificación.
- h) Para un determinado valor de H , si descende k , vale decir, la calidad ambiental, C asciende. Por tanto y análogamente, una misma altura de la edificación puede producir una pérdida de calidad ambiental que irá en aumento con el incremento de la superficie de construcción.
- i) El espaciado de las curvas de las funciones disminuye conforme se acercan al origen, entonces tanto como tiendan a cero los valores de C y H , los incrementos antes señalados son cada vez mayores al pasar de un k determinado a $k - 0,1$.

4.- El índice de calidad ambiental en la edificación aislada

Como se habrá observado, en el estudio precedente del índice de calidad ambiental en relación al aprovechamiento edificatorio de un lote, la superficie de construcción y altura de la misma han sido consideradas con independencia del tipo de implantación de ella, por esto importa conocer de manera específica el comportamiento de este índice en el caso de la edificación aislada, sin perjuicio de que se pueda prolongar esta tarea para los otros tipos de implantación.

Es pertinente comentar en forma previa a la elaboración de las funciones, que la separación entre sí que deben observar las edificaciones, ha sido motivo de algunas propuestas y debates desde que apareciera justamente la “edificación en altura”, que de alguna manera han incidido en la formulación de los planes de ordenación urbanística. Así y sin pretender agotar la exposición sobre este asunto, se puede mencionar la regla empírica de Heiligenthal por la cual *“la distancia entre bloques paralelos debe ser una vez y media la altura del edificio en el caso de bloques con orientación Norte-Sur y dos veces y media en el caso de bloques con orientación Este-Oeste, una regla que favorece la orientación Norte-Sur con respecto a la eficiencia del aprovechamiento del suelo”* (March, Echenique y Martin, 1975, p. 108).

A su vez, Le Corbusier al defender su proyecto de “ciudad radiosa” señaló: *“Las viviendas reunidas en altura y su concentración, al mismo tiempo que aseguran una gran densidad de población, ocupan solamente una ínfima parte del suelo. Las ‘unidades de vivienda de tamaño conforme’ así constituidas con una altura de 50 metros, distan entre 150 y 200 metros las unas de las otras y están implantadas en función del sol y del paraje en un parque de verdura”* (Le Corbusier, 1981, p. 26), vale decir entre tres y cuatro veces su altura.

Según Benévolo et al., a más de los bloques continuos ideados por Le Corbusier, la “*casa laminar alta*” de 10-11 pisos estudiada por Gropius —y cuyo alcance innovador tuvo entre otras consecuencias *“la clarificación del paisaje urbano que, como alternativa del tradicional, se caracteriza por la preeminencia de los espacios libres sobre los volúmenes construidos...”* (Benévolo, Melograni y Giura Longo, 1978, p. 18)—; también se halló entre las formulaciones de viviendas agrupadas en edificios verticales, *“espaciados de tal modo que respeten los estándares higiénicos deseados...”* (Benévolo, Melograni y Giura Longo, 1978, p. 17), y en las que *“la distancia entre edificios tiene que ser calculada en relación a la altura, independientemente de las alineaciones de las calles...”* (Benévolo, Melograni y Giura Longo, 1978, p. 18). En los diagramas que Gropius incorporó en su ponencia titulada *¿Casas unifamiliares, edificios medios o bloques altos?* y que presentara al 3° CIAM, en Bruselas 1930, se observa en un primer planteamiento bloques edificados de 31 metros de altura separados 53,72 metros —por tanto 1,73 veces su altura y la tangente del ángulo de soleamiento igual a 0,577 (30°)—, y un segundo en el que mejoran las condiciones de ventilación, soleamiento y vistas, y los bloques edificados manteniendo la altura de 31 metros se separan 96,58 metros —por tanto, 3,11 veces su altura y la tangente del ángulo de soleamiento igual a 0,321 (18°)—.

Beckett, H. en 1942 publicó los resultados de sus estudios sobre *Población y Altura de los Edificios*, usando de manera pionera funciones matemáticas se preocupó por verificar la ampliación de la superficie de construcción y el mejoramiento de las condiciones de iluminación de alojamientos en edificios más altos, manteniendo constante la densidad de población. *“En el presente artículo se establece la verdad de la afirmación para el caso especial de los bloques de viviendas dispuestos en hileras paralelas, por medio de un análisis matemático simple. Se muestra que, exceptuando desarrollos muy abiertos, tales que se encuentran muy rara vez en las ciudades, un aumento en la altura de los edificios mejorará, siempre para una densidad de población dada, las condiciones de iluminación. En el último caso puede ocurrir frecuentemente*

que el aumento en la densidad de población es acompañado por un aumento en la cantidad de espacio abierto por persona. El análisis se basa en el supuesto de que, para una orientación de los bloques dada, las condiciones de iluminación son definidas por el ángulo de obstrucción (determinado por su tangente en las ventanas de la planta baja)” (March, Echenique y Martin, 1975, p. 119). Asunto este último que difiere de las formulaciones de Gropius y Heiligenthal, quienes consideran dicho ángulo a partir del nivel del terreno.

Es conocido que las reglas propuestas por Gropius para los bloques paralelos de gran número de pisos, con orientación norte-sur, inspiradas en la regla Heiligenthal, y sus expresiones gráficas, impactaron fuertemente desde finales de los años treinta del siglo pasado y a lo largo de los siguientes cuarenta años, tanto en el planeamiento moderno y en el propio diseño y construcción arquitectónica, por los beneficios ambientales que mostraban.

En la década de los setenta del siglo pasado volvieron “los diseñadores a una consideración seria de la edificación de viviendas de poca altura y densidad alta; no del todo, sin embargo, por razones geométricas intrínsecas, sino a partir de planteamientos sociológicos. De todas formas, en Inglaterra dos críticos han apuntado insistentemente a la debilidad geométrica de la doctrina de edificación en altura: ver A. T. Edwards (1968) y W. Segal (1964). Ver también Davidovich (1968),..., el cual establece, sobre la base de un modelo más amplio, que: ‘se puede concluir que no hay justificación para los rascacielos en una sociedad socialista. El alto costo del suelo, la concentración de capital y la vida comercial así como el hambre de publicidad son los factores que han causado la erección de los rascacielos en las ciudades de los USA” (March, Echenique y Martin, 1975, p. 117).

Giorgio Rigotti (1967) en su obra “Urbanismo: La Composición”, estudió bajo el título “Los volúmenes contruidos, las áreas libres, la densidad”, las funciones que relacionan la altura de los bloques edificados, la separación entre éstos y por tanto el ángulo de soleamiento, el aprovechamiento del suelo y la densidad de población, demostrando que para edificios distanciados el triple de la altura —por tanto el ángulo de soleamiento igual a $18^{\circ} 20'$ —, con una altura de pisos igual a 2,75 metros y un ancho del bloque de 8 metros; a los nueve pisos la densidad llega a su máximo: 450 Hab/ha. Cuando los bloques se separan una vez y media su altura —es decir el ángulo de soleamiento es 34° —, una altura de pisos igual a 3,5 metros y un ancho del bloque de 12 metros, a los doce pisos la densidad alcanza su máximo: 650 Hab/ha. Así, Rigotti y más tarde Lionel March, de la Escuela de Arquitectura de Cambridge y su Centro para el Estudio del Aprovechamiento del Suelo y de las formas de la Edificación —con su obra “Modelos elementales de formas de la edificación” y en la que estudia a profundidad las reglas de Gropius y el modelo de Beckett—, demostraron que manteniendo constante la distancia entre bloques edificados, el ancho y la longitud de éstos, la altura de los pisos y la dotación de área construida por alojamiento o vivienda, la densidad poblacional aumenta con el número de pisos, pero que ella tiene un límite, un máximo, condición que al parecer no fue vista por Gropius.

De hecho, coadyuvó al impulso de la edificación en altura y a la consolidación de los rascacielos, el desarrollo tecnológico alrededor de la construcción, realidad que llevó a que Gallion y Eisner a comienzos de la década de los ochentas del siglo pasado, escribieran: “La preservación de espacio para luz, aire, control de ruido y aislamiento, siguen siendo el criterio para medir la distancia adecuada entre edificios, pero su importancia relativa ha sido modificada por los progresos en iluminación artificial, aislamiento acústico y acondicionamiento de aire. Es posible que las necesidades de espacio en el futuro, emanen más de las necesidades exteriores que de las interiores” (Gallion y Eisner, 1981, p. 243). Contrariamente a este optimismo en dichos “progresos”, en 1982 la Organización Mundial de la Salud definió el “síndrome del

edificio enfermo” como “el conjunto de molestias ocasionadas por la mala ventilación, la descompensación térmica, las cargas electromagnéticas y las partículas y vapores de origen químico en suspensión que circulan por el edificio en el que vivimos o trabajamos” (Observatorio de Salud y Medio Ambiente de Andalucía, 2019), **molestias que se acentúan en los edificios cerrados herméticamente**, debido a los sistemas de ventilación de recirculación que se instalan para ahorrar energía. Casi cuarenta años después, este síndrome ha ido en aumento, pese a las innovaciones en la construcción y la rehabilitación de edificaciones; según la misma organización, el “síndrome del edificio enfermo” afecta a un 30% de los “edificios modernos” y del 10 al 30% de sus ocupantes.

Ha de tenerse presente que el “urbanismo especulativo de la explosión urbana entre los años 60 y finales de los 70 generó barrios e intervenciones de una altísima densidad, sin espacios libres ni zonas verdes asociadas y pobremente dotadas de equipamientos y servicios... Como consecuencia de estos procesos la densidad se empieza a regular como variable urbanística, desde un enfoque que refleja la reacción pendular ante estos abusos inmobiliarios del ‘boom desarrollista’ y sus consecuencias. De hecho, la prevención ante el modelo excesivamente compacto, denso y de excesiva altura, permanece como elemento de alarma en las reivindicaciones de asociaciones vecinales” (Ministerio de Medio Ambiente y Agencia de Ecología Urbana de Barcelona, 2007, p. 35).

Pese a estas negativas situaciones, las llamadas “grandes ciudades latinoamericanas” desde finales del siglo pasado empezaron a vivir con fuerza el fenómeno de la “verticalización urbana”, mismo que ha tendido en la década que decurre a intensificarse en varias de ellas, incluyendo a las ciudades intermedias, modificando fuertemente el paisaje urbano y las formas de habitar preexistentes por la construcción de grandes bloques edificados, incluso en zonas ya consolidadas, provocando fuertes impactos ambientales, sociales y económicos, como lo expone la investigación realizada por López y Meza (2015) en la comuna Ñuñoa y sector Irrarrázabal de Santiago. Más aún y sin dejar de mirar la adopción de la edificación en altura para materializar ponderados procesos de densificación, respetuosos de la ciudad ya construida y que coadyuven a recuperar la compacidad que caracterizaba a la ciudad latinoamericana, la desconsideración de este fenómeno y que se expresa en la generación de demandas que superan la capacidad instalada de infraestructuras y servicios, deterioro de las condiciones de habitabilidad de los predios, pérdida de privacidad, problemas de tráfico, sobrepoblación y la saturación del espacio urbano, ha llevado a calificarlo de “verticalización irresponsable”.

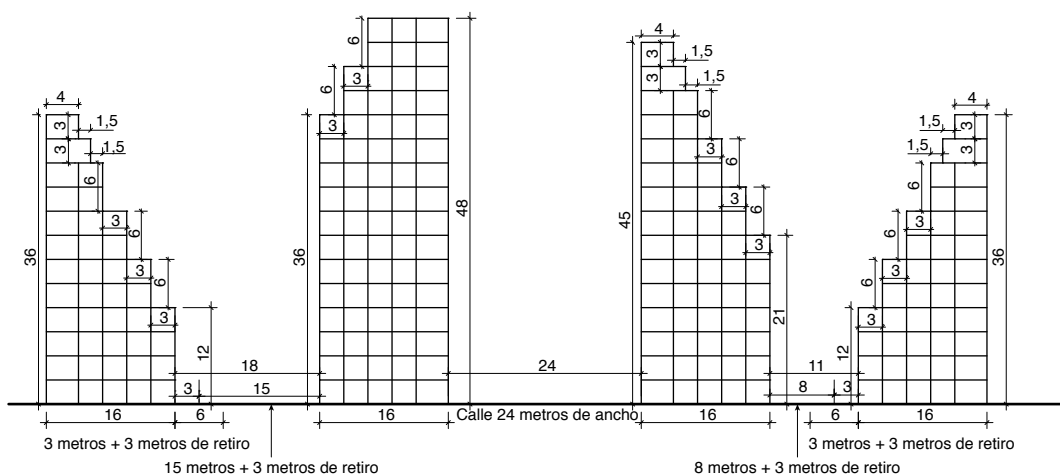
Así, es evidente que sobre todo en los centros urbanos mayores y metropolitanos, la normativa urbanística responde en buena medida a los intereses del sector inmobiliario, pues basta revisar la magnitud de los retiros o remetimientos de las edificaciones en relación a los linderos del lote y las alturas permitidas en las zonas de estos centros apreciadas por el capital; la constante es el aprovechamiento extremo del suelo por todos los medios posibles, en beneficio de la propiedad privada sobre el suelo y la ganancia del inversionista. Esto se demuestra en una investigación realizada con el propósito de establecer las posibilidades de densificación de la zona centro norte de Quito, el “hipercentro” de la ciudad y cuyos resultados se publican en el artículo “Densificar la ciudad ¡Sí! pero con reglas claras”, precisa que “sin embargo, no existe claridad sobre cómo sería esa densificación, y, si se mantiene la zonificación y normativa actual (PUOS, Ordenanza 172) (Concejo Metropolitano de Quito, 2015) en su mayoría con retiros laterales y posteriores de 3m, se podría tener como resultado edificios profundos de gran altura que dificultarían lograr espacios interiores bien iluminados y asoleados, afectando además a los bloques aledaños, generando espacios sombríos. Justamente, esta es una de las razones por la que en los últimos días ha surgido cierta controversia con un proyecto en la Av. De los Shyris que, aplicando un instrumento de ecoeficiencia, ha incrementado la altura de la zona de 16 a 32 pisos” (Hurtado Vásquez, 2018, p. 4).

El estudio centra el interés en la densificación de esta zona con unidades de vivienda accesibles en el orden económico, iluminadas naturalmente y que además la edificación no impida el aprovechamiento de la luz natural a los predios vecinos. Se fijan parámetros de diseño para conseguir condiciones adecuadas de luz natural en espacios de estancia prolongada y sustenta que tratándose de una zona con un avanzado grado de ocupación y de fraccionamiento del suelo, ya no es posible la edificación aislada para la densificación que se plantea, como tampoco para dar luz natural a los espacios de estancia.

“Al seguir las nuevas reglas del juego: sin retiro frontal ni laterales, único retiro posterior y mínimo de 3m, fondo máximo de bloque de 16m, altura máxima equivalente al doble de la distancia entre edificios o bloques ($H=2X$ en donde H = altura de la edificación, X = distancia entre los bloques), se obtiene como resultado una diversidad de alturas y formas, fruto de estas relaciones espaciales.

“Los 16 metros de profundidad máxima, a la vez permite ir variando la altura, según como las distancias hacia los otros bloques colindantes aumenten o disminuyan. Para un cálculo rápido de esta variación en la altura de la edificación, el estudio optó por utilizar retranqueos de 3 metros para variar dos pisos y retranqueos de 5 metros para variar tres pisos. Al mantener la relación de que la altura es el doble de la distancia entre bloques, al retirarse 3 metros se puede incrementar 6 metros o dos pisos, al separarse 5 metros se puede incrementar 10 metros o 3 pisos, y al retranquearse 1,5 o 2 metros se puede incrementar 3 metros o 1 piso, dando como resultado una serie de terrazas en los pisos altos” (Hurtado Vásquez, 2018, p. 10). Ver Gráfico N° 6.

GRÁFICO N° 6



Fuente: Hurtado Vásquez, 2018, p. 11.

En el marco de la tragedia ambiental que vive el planeta y del surgimiento de nuevos conceptos y visiones como el desarrollo sostenible, la arquitectura encontró una oportunidad para valorar e incorporar sus formas históricas, apoyándose en el avance de disciplinas compatibles. Aparecen entonces, entre otras, la “sostenibilidad en la construcción” la “arquitectura bioclimática” y la “arquitectura natural”, formulándose los más variados planteamientos para disminuir la cantidad de suelo ocupado por una edificación, hasta su integración con el medio físico natural y el aprovechamiento de sus recursos —tal es el caso del clima—, en sustitución de los sistemas artificiales.

Así Ken Yeang en su obra *“El rascacielos ecológico”*, define a éste como *“un edificio alto, de muchos pisos, con una baja ocupación de suelo en planta, en el que predomina la dimensión vertical de las fachadas. Pero la mayor diferencia frente a los edificios de altura baja y media son sus sistemas especiales de ingeniería, que resultan imprescindibles por su altura significativamente mayor. Estos sistemas incluyen ingeniería estructural y sub-estructural;...”* (Yeang, 2001, p. 24); señalando además que por cuanto el rascacielos permite un alto aprovechamiento de terrenos relativamente pequeños, puede ser considerado como *“ecológicamente avanzado”*, propone la ocupación del 60% de su superficie con relaciones *“superficie de techo (superficie total de construcción)/superficie de solar”*, desde 2:1 y edificaciones de tres pisos, hasta 12:1 y edificaciones de veinte pisos. Este planteamiento, que prescinde o por lo menos no explicita la relación de la superficie del lote con la altura de la edificación, lleva a distancias entre edificaciones en extremo reducidas, incluso en lotes de grandes dimensiones, por ejemplo en lotes de 10 000 m² y bloques de veinte pisos, éstos se separarían menos de un tercio de su altura; cuestión que no se puede justificar a título de que *“el rascacielos ha evolucionado como edificio de alta densidad de ocupación sobre una base o huella pequeña, con la intención de aprovechar al máximo su —generalmente pequeña— superficie de terreno”* (Yeang, 2001, p. 26).

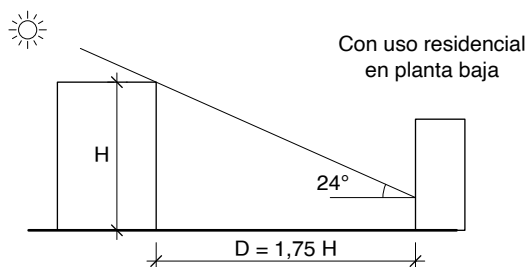
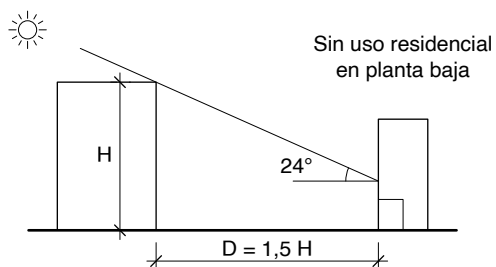
Desde la perspectiva de la arquitectura bioclimática, que induce al diseño y construcción de edificios considerando las condiciones climáticas del medio en el cual se emplazan y aprovechando los recursos naturales disponibles —sol, vegetación, lluvia, viento—, para disminuir en lo posible los impactos ambientales causados por la construcción y el consumo de energía, la Red Española de Ciudades por el Clima, en 2012 presentó la *“Guía para el Desarrollo de Normativa Local en la Lucha contra el Cambio Climático”*, cuyo Capítulo 4: *“Normativa sobre edificación bioclimática”*, propone varios criterios con el fin de garantizar el soleamiento de las fachadas de las edificaciones. Así, *“...la distancia entre planos de fachada (D) y la ‘altura de sombra’ de la edificación (H) debe cumplir en cada parcela los siguientes valores: i) para edificaciones con plantas bajas sin uso residencial en las fachadas orientadas en el arco solar 1 del edificio que recibe la sombra: $D=1,5H$; y, ii) para edificaciones con plantas bajas con uso residencial en las fachadas orientadas en el arco solar 1 del edificio que recibe la sombra: $D= 1,75H$ ”*. (Arco solar 1= 69° SE-45° SO). (Federación Española de Municipios y Provincias, 2012, p. 9). Ver Gráfico N° 7, obtenido de la referida guía.

Así, la captación de la energía solar en el medio urbano va adquiriendo una importancia cada vez mayor, en la medida que la morfología del parque edificado impuesta por el mercado inmobiliario se ha constituido en su principal obstrucción, limitando el ejercicio del llamado derecho al “acceso solar”, entendido *“como la disponibilidad de luz solar directa en un edificio y que no sea obstruida por edificios, vegetación u otra instalación vecina. La luz solar directa se interpreta como la banda del espectro visible, que fluctúa entre los 400nm y los 700nm, pues permite maximizar la captación energética solar para fines térmicos y lumínicos”* (Cárdenas y Uribe Araya, 2012, pp. 26-27). Efectivamente, la luz solar en beneficio de las actividades humanas que acogen las edificaciones, se utiliza en los sistemas pasivos de acondicionamiento climático para el calentamiento de espacios habitables y la consecución de luz natural, y en los sistemas activos para el calentamiento o enfriamiento de fluidos, la climatización y generación de electricidad en ellas, usando bandas espectrales de longitudes de onda mayores que las visibles.

GRÁFICO N° 7

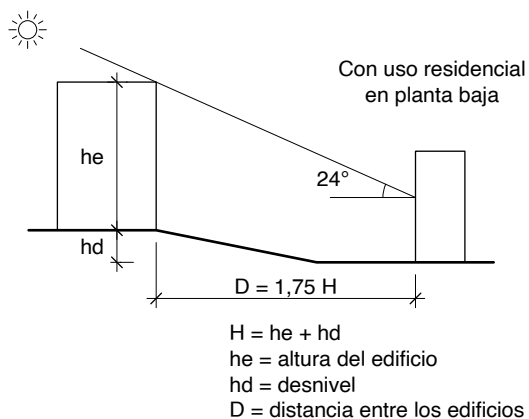
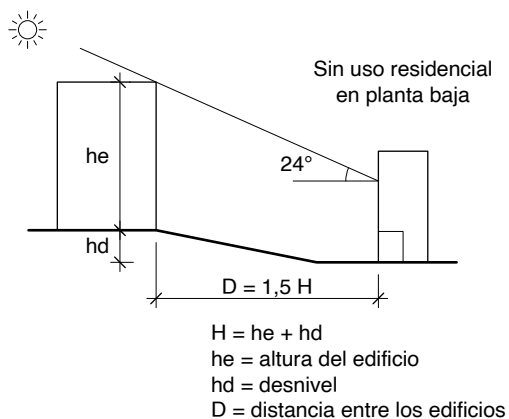
Separación entre fachadas.

Edificios enfrentados a la misma cota:

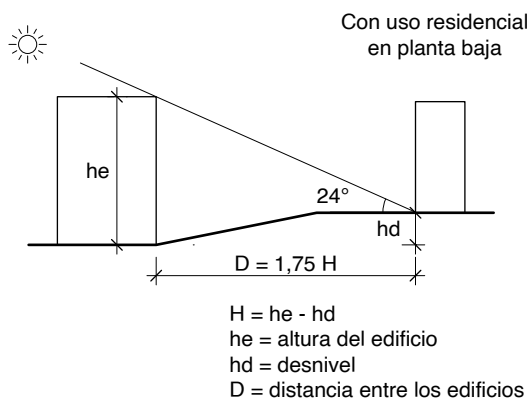
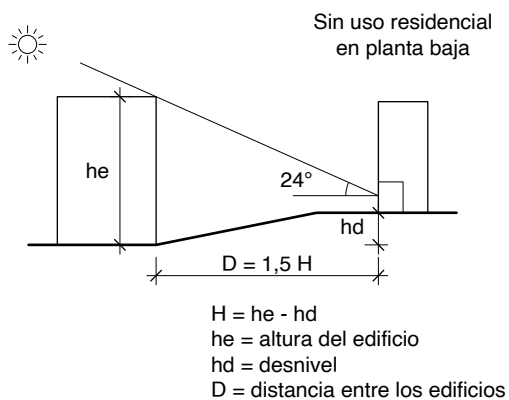


Edificios enfrentados a distinta cota:

Caso 1:



Caso 2:



Fuente: Ordenanza municipal de urbanización y edificación bioclimática del Ayuntamiento de Tres Cantos, Madrid.

Por estos motivos, en algunos países, reconociendo que la separación —o las distancias—, entre las edificaciones y su altura tienen una incidencia notable en el acceso al soleamiento —de cara, como se ha dicho, a su aprovechamiento térmico y lumínico—, las normativas urbanísticas han sido motivo de evaluación con el propósito de establecer sus carencias en esta materia y sugerir la adopción de aquellas regulaciones más convenientes a sus realidades ambientales. Chile es un ejemplo con el estudio justamente de Cárdenas y Uribe (2012).

También, finalmente, puede traerse a consideración la investigación realizada por Sánchez Martínez et al., (2016), en relación a la evaluación de las “*morfologías urbanas*” de La Habana para los usos pasivos y activos del sol y el viento. La metodología establece como variables fundamentales que caracterizan a dichas morfologías “*las vías y la masa edificada*”, entendiendo a ésta como el espacio construido en una manzana, cuyo comportamiento —según los autores—, viene dado por su forma, dimensiones y proporciones, las cuales dependen a su vez del tipo de implantación de las edificaciones, de la separación entre éstas y su altura, del coeficiente de ocupación del suelo y la densidad. Para caracterizar la “*masa edificada*” se proponen como parámetros “*la rugosidad y la compacidad relacionados con la distribución horizontal y vertical de los edificios de una forma tridimensional, lo cual constituye un aporte a las visiones precedentes de las características de la geometría urbana y arquitectónica*” (Sánchez Martínez et al., 2016). Bajo este enfoque y en consonancia con las variables y parámetros seleccionados, se establecen un conjunto de rangos de indicadores que se estiman aceptables para evaluar dichas morfologías urbanas, con miras a su aprovechamiento para los usos en cuestión. Al respecto importa comentar en estos modelos los rangos de indicadores correspondientes a la altura de las edificaciones y a la “*asociación*” —distancias o separaciones—, entre éstas.

Advirtiendo la importancia de la altura de la edificación, por su influencia en la exposición a la radicación solar y la permeabilidad al viento e incluso de la orientación más favorable, los autores señalan: “*Se conoce que la velocidad del viento aumenta a medida que aumenta la altura y que los edificios altos ubicados con grandes separaciones, permiten un buen flujo de viento entre ellos... Teniendo en cuenta que el área total de cubierta disponible para la instalación de equipamientos para el aprovechamiento de la radiación solar en el calentamiento de agua o la generación de energía, puede disminuir en dependencia de la sombra arrojada por otras edificaciones; y considerando el número máximo de pisos que pueden tener los edificios de vivienda sin el uso de elevadores de acuerdo a las normas vigentes en Cuba, la altura máxima recomendable se asumió como 5 niveles (15m)*” (Sánchez Martínez et al., 2016, p. 6).

Señalan también, con miras a aprovechar el viento para producir energía, que las tecnologías existentes pueden lograr una generación apropiada con velocidades de viento de 2 m/s, las cuales son posibles de alcanzar en La Habana a 10 m del suelo, esto es, a la altura equivalente de un edificio de tres pisos; en consecuencia, el rango de altura de los edificios destinados a vivienda que permite el aprovechamiento pasivo y activo del sol y el viento, se encuentra para dicha ciudad entre 3 y 5 pisos, vale decir de 9 a 15 m.

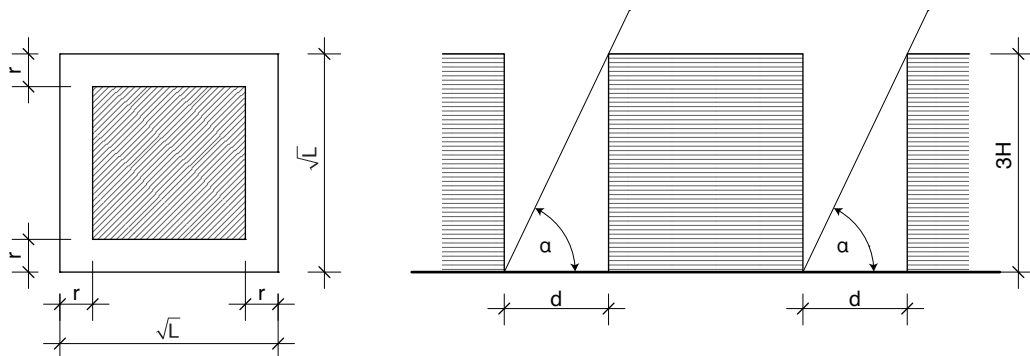
En cuanto a la distancia entre edificaciones, se parte admitiendo que ella es establecida considerando la altura de las mismas, en la medida que su proporción determina el “*ángulo de visión del cielo*”, pero también el potencial de las envolventes laterales de las edificaciones para recibir la radicación solar directa y en el caso del aprovechamiento del viento, como fuente de energía para el funcionamiento de aerogeneradores emplazados en las cubiertas de las edificaciones, las separaciones entre éstas considera la permeabilidad de la masa edificada y el flujo del viento de conformidad con la variación de la altura de ellas. En este sentido y concluyendo, “*se recomienda una asociación entre edificios entre 1,40m y 3,60m para un aprovechamiento integral de los usos activos y pasivos del sol y el viento. Consecuentemente, considerando la altura mínima de los edificios como un nivel y el rango recomendable entre*

3 y 5 pisos, los valores recomendados del indicador W/H se han asumido entre 0,13 y 0,46. En zonas urbanas abiertas, donde las distancias entre los edificios son mayores, también es posible el aprovechamiento activo del viento, y los parámetros modificadores vegetación y albedo son determinantes para reducir las temperaturas del aire” (Sánchez Martínez et al., 2016, p. 6). (W corresponde a la distancia entre edificaciones y H a su altura en metros).

Seguramente la revisión antes expuesta es incompleta, pero no cabe duda que este tema concreto, pese a su trascendencia antes vista, no ha merecido todavía la suficiente atención en los correspondientes medios académicos, institucionales públicos y profesionales, para superar las reflexiones y discusiones generales en torno a la “edificación en altura” —cuestión que lo demuestra la muy limitada bibliografía específica disponible—, como para incidir más fuertemente en la formación de las correspondientes normativas contenidas en los planes de ordenación urbanística, las cuales en casi lógica consecuencia no tienen generalmente el debido sustento técnico, llegando incluso a la adopción acrítica de las vigentes en otras ciudades.

En este contexto, los modelos que se exponen pretenden aportar al debate desde la perspectiva de la calidad ambiental, en tanto enfoque alternativo para conocer y comparar el impacto que en ella genera el emplazamiento de edificaciones, variando la distancia entre éstas. Para el efecto se consideran tres alternativas en cuanto a la distancia “d” de los bloques edificados en función de su altura: i) igual a la mitad o $3H/2$, ii) igual o $3H$ y iii) igual a dos veces o $6H$; por tanto, las respectivas tangentes del ángulo de soleamiento “ α ” serán: 2 — 64° —, 1 — 45° — y $0,5$ — 27° —. El retiro “r” desde los linderos del lote corresponderá a: $3H/4$, $3H/2$ y $3H$, en su orden, y será constante en todo su perímetro; adicionalmente se adopta el lote de forma cuadrada y la máxima superficie de construcción que puede acoger en las condiciones impuestas. Ver Gráfico N° 8.

GRÁFICO N° 8



4.1.- Cálculo del ICAe con retiro de la edificación igual a $3H/4$

Según la geometría de las formas:

$$C = \left(\sqrt{L} - \frac{3H}{2} \right)^2 H$$

por tanto:

$$C = 2,25H^3 - 3H^2\sqrt{L} + LH$$

Por su parte, H de $C_{\text{máx}}$ se puede calcular partiendo de la derivada:

$$\frac{\partial C}{\partial H} = 6,75H^2 - 6H\sqrt{L} + L$$

igualando a cero dicha función se tiene:

$$6,75H^2 - 6H\sqrt{L} + L = 0$$

ecuación a resolverse mediante:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

y puesto que la solución de la ecuación correspondiente al signo menos es la pertinente para la determinación de $C_{\text{máx}}$, se establece que:

$$H \text{ de } C_{\text{máx}} = \frac{6\sqrt{L} - \sqrt{(-6\sqrt{L})^2 - 4(6,75)L}}{2(6,75)}$$

$$H \text{ de } C_{\text{máx}} = \frac{6\sqrt{L} - \sqrt{9L}}{13,5} = \frac{3\sqrt{L}}{13,5}$$

reemplazando H de $C_{\text{máx}}$ en la función que permite calcular C, se obtiene:

$$C_{\text{máx}} = 2,25 \left(\frac{3\sqrt{L}}{13,5} \right)^3 - 3\sqrt{L} \left(\frac{3\sqrt{L}}{13,5} \right)^2 + L \left(\frac{3\sqrt{L}}{13,5} \right)$$

$$C_{\text{máx}} = 0,09876L\sqrt{L}$$

Y sustituyendo a su vez este valor en la ecuación general del ICAe, se tiene:

$$\text{ICAe con } \frac{3H}{4} = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + 0,09876L\sqrt{L}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + 6\left(\frac{3\sqrt{L}}{13,5}\right)}$$

resolviendo:

$$\text{ICAe con } \frac{3H}{4} = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + 0,09876L\sqrt{L}} + 0,3$$

Esta función permite determinar entonces el índice de calidad ambiental en relación al aprovechamiento edificatorio de un lote, directamente en función de su superficie y en el marco de las condicionantes de partida.

4.2.- Cálculo del ICAe con retiro de la edificación igual a 3H/2

Siguiendo el mismo proceso en este caso se obtiene:

$$\begin{aligned}C &= 9H^3 - 6H^2\sqrt{L} + LH \\H \text{ de } C_{\text{máx}} &= \frac{12\sqrt{L} - \sqrt{36L}}{54} = \frac{\sqrt{L}}{9} \\C_{\text{máx}} &= 0,04938L\sqrt{L} \\ICAe \text{ con } \frac{3H}{2} &= \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L + 0,04938L\sqrt{L}}} + 0,375\end{aligned}$$

4.3.- Cálculo del ICAe con retiro de la edificación igual a 3H

Asimismo en este caso se tiene:

$$\begin{aligned}C &= 36H^3 - 12H^2\sqrt{L} + LH \\H \text{ de } C_{\text{máx}} &= \frac{24\sqrt{L} - \sqrt{144L}}{216} = \frac{\sqrt{L}}{18} \\C_{\text{máx}} &= 0,02469L\sqrt{L} \\ICAe \text{ con } 3H &= \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L + 0,02469L\sqrt{L}}} + \frac{3}{7}\end{aligned}$$

5.- Análisis comparativo de las alternativas consideradas

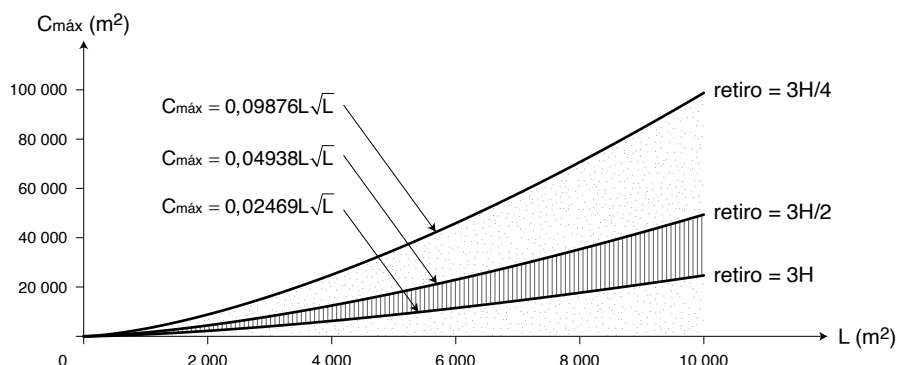
Establecidas las funciones que permiten el cálculo de $C_{\text{máx}}$, H de $C_{\text{máx}}$ y del ICAe, para las tres alternativas de retiros consideradas, corresponde efectuar un estudio comparativo.

5.1.- En relación a $C_{\text{máx}}$

Las expresiones de las tres funciones que calculan $C_{\text{máx}}$ se observan en el Gráfico N° 9 y ellas muestran que para una determinada superficie de lote, la de construcción se incrementa en proporción prácticamente inversa a la magnitud de la reducción del retiro. Así para $L = 4\,000\text{ m}^2$, a los retiros $3H$, $3H/2$ y $3H/4$, les corresponde las superficies de construcción $6\,246$, $12\,492$ y $24\,984\text{ m}^2$, respectivamente.

Es destacable también que el ritmo de incremento de $C_{\text{máx}}$ es sensiblemente mayor al de L . Así para el caso igualmente de $L = 4\,000\text{ m}^2$, cuando el retiro es $3H$, $C_{\text{máx}} = 6\,246\text{ m}^2$ y si L pasa a $8\,000\text{ m}^2$, $C_{\text{máx}} = 17\,666\text{ m}^2$; por tanto, $C_{\text{máx}}$ es superior en 2,83 veces: $17\,666/6\,246$, proporción que se mantiene constante cuando el retiro se reduce a $3H/2$ y a $3H/4$.

GRÁFICO N° 9

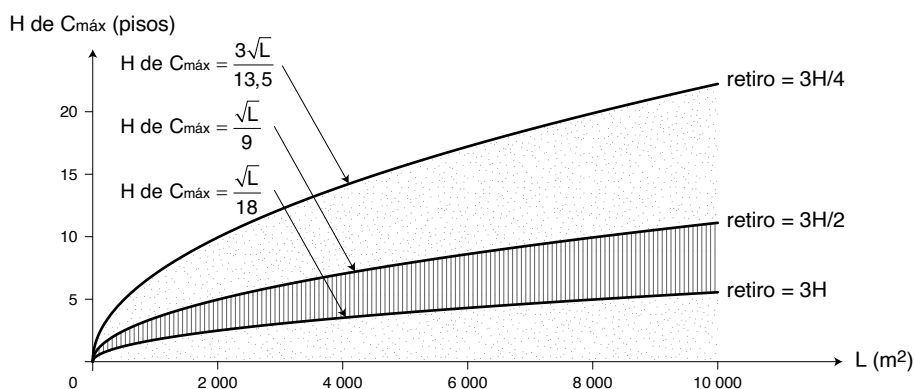


5.2.- En relación a H de $C_{máx}$

Las expresiones de las tres funciones que calculan H de $C_{máx}$ se observa en el Gráfico N° 10 y ellas muestran un comportamiento análogo al de $C_{máx}$. Efectivamente, para una superficie de lote cualquiera, la altura de la edificación se incrementa en proporción inversa a la magnitud de la reducción del retiro. Otra vez para $L = 4\,000\,m^2$, a los retiros 3H, 3H/2 y 3H/4, les corresponde las alturas de la edificación 3,5; 7 y 14 pisos, respectivamente.

Es notable igualmente que el ritmo de incremento de H de $C_{máx}$ es perceptiblemente mayor al de L, pero menor al encontrado para $C_{máx}$. Así para el caso igualmente de $L = 4\,000\,m^2$, cuando el retiro es 3H, H de $C_{máx} = 3,5$ pisos y si L pasa a 8 000 m^2 , H de $C_{máx} = 4,9$ pisos; por tanto, H de $C_{máx}$ es mayor en 1,41 veces: $4,96/3,51$, proporción que se mantiene constante cuando el retiro disminuye a 3H/2 y a 3H/4.

GRÁFICO N° 10



5.3.- En relación al ICAe

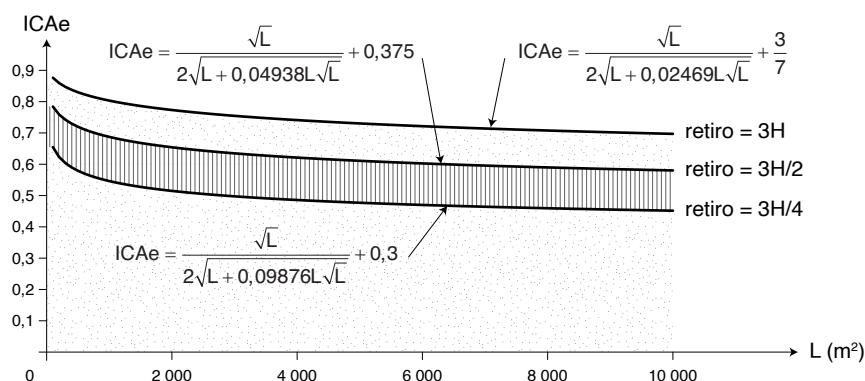
Finalmente, en el Gráfico N° 11 se observa el comportamiento de estas tres funciones. En principio y como era de esperarse, la curva correspondiente al ICAe con 3H procura los valores más altos de calidad ambiental en relación al aprovechamiento edificatorio para una L cualquiera, seguidos de los que se obtienen con la curva del ICAe con 3H/2 y luego de

los correspondientes a la curva del ICAe con 3H/4; pero en este último caso se ha de tener presente que a partir de $L = 2\,826\text{ m}^2$ este índice es menor a 0,5, lo cual entraña pérdidas drásticas de calidad ambiental.

En todo caso, conforme disminuye L el ICAe aumenta, siendo más rápido en las tres funciones este comportamiento a partir aproximadamente de $L = 1\,500\text{ m}^2$. Así con valores de L tendiendo a cero, el ICAe de 3H se aproxima a 0,93, el de 3H/2 a 0,87 y el de 3H/4 a 0,79.

De manera más específica y manteniendo el ejemplo ilustrativo de $L = 4\,000\text{ m}^2$, a los retiros 3H, 3H/2 y 3H/4, les corresponde los valores del ICAe de 0,740; 0,621 y 0,485, respectivamente. Así al disminuir el retiro de 3H a 3H/2 el ICAe se reduce en 0,119, que representa el 16% de 0,740; a su vez, si merma el retiro de 3H/2 a 3H/4 el ICAe disminuye en 0,136, que constituye el 21,9% de 0,621. Tales porcentajes tienden a reducirse lentamente conforme merma L y propenden a aumentar en forma parecida si L se incrementa.

GRÁFICO N° 11



Es también importante evidenciar que las disminuciones del ICAe, vale decir de la calidad ambiental, son mayores al pasar el retiro de 3H/2 a 3H/4, que de 3H a 3H/2. Así, en el ejemplo el ICAe disminuye en el 21,9% al mermar el retiro de 3H/2 a 3H/4 y en el 16% al reducir de 3H a 3H/2. Lo cual significa que este porcentaje irá en aumento si se adoptan retiros menores aún, por ejemplo 3H/6 y que el ICAe disminuirá a valores menores a 0,3.

Como se deducirá, la magnitud de los retiros que observe el emplazamiento de la edificación, dicho de otro modo, la separación entre edificaciones, tiene un rol decisivo en la calidad ambiental de los predios y en este sentido se estima que el retiro igual a 3H/4 es un extremo tolerable, pero que ya implica reducciones sensibles de dicha calidad, por lo que retiros menores no deben admitirse.

En una condición intermedia se halla el retiro 3H/2, que para lotes de hasta $10\,000\text{ m}^2$, en realidad de gran tamaño, el ICAe es muy cercano a 0,6 y cuando L disminuye éste se incrementa. Por consideraciones como éstas, en esta obra se ha trabajado con el retiro igual a 3H/2, esto es, los bloques edificados se separan tanto como su altura.

De hecho, retiros iguales o mayores a 3H elevan la calidad ambiental sobre 0,7, constituyendo una situación deseable, pero que ciertamente encuentra en el precio del suelo, más concretamente en la renta del suelo —en tanto valorización de la propiedad privada sobre el suelo—, y en la ganancia inmobiliaria, las principales barreras para alcanzarla.

6.- La adopción del índice de calidad ambiental propuesto como parte de la normativa urbanística

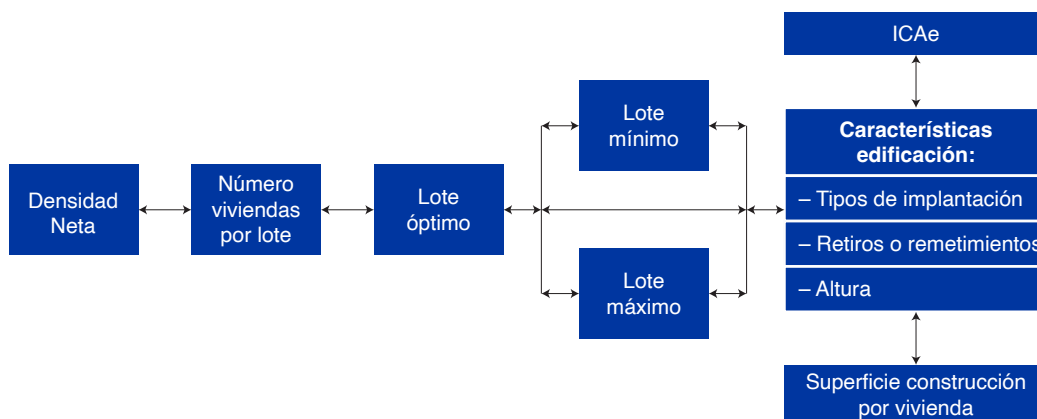
Finalmente, el índice de calidad ambiental de un lote en relación a su aprovechamiento edificatorio, podría ser parte de la normativa a regir en las unidades de ordenación urbanística de una ciudad —o sectores de planeamiento—, pero sobre todo condicionar al establecimiento de las normas de ocupación del suelo, concretamente de los tipos de implantación de la edificación, los retiros o remetimientos y las alturas máximas.

Es conocido que la densidad neta de población en función del número de viviendas por lote que se elija, determina el tamaño medio u óptimo de éste para una unidad de ordenación urbanística y que si bien dicho tamaño reproduce con exactitud tal densidad, con el propósito de facilitar los procesos de parcelación o subdivisión del suelo se establecen también los tamaños de lotes mínimos y máximos, aplicando un factor de aumento y disminución del lote medio. En atención a estos tamaños y de la superficie de construcción por vivienda que se adopte, normalmente se definen los tipos de implantación de la edificación, los retiros o remetimientos y las alturas máximas de ella.

Con este antecedente, se propone que el ICAe —sin perjuicio de que efectivamente se incluya en la normativa a observar en una unidad de ordenación urbanística definida—, constituya una variable más de análisis en la determinación de los ya señalados tipos de implantación de la edificación, los retiros o remetimientos y las alturas máximas, de modo que sea un proceso con una importante dimensión ambiental que coadyuve incluso a indagar nuevas formas de edificación e implantación. Así, es esperable que se tienda responsablemente a fijar el ICAe más alto posible, sin abandonar obviamente criterios vinculados tanto con la consecución de una compacidad razonable del espacio urbano —vale decir, entendiendo que este propósito no es equivalente a la saturación de éste—, cuanto con el respeto a la escala humana. De hecho, esto supone posiciones muy firmes destinadas a precautelar la calidad ambiental de los asentamientos humanos, por parte de las instancias públicas responsables de la aprobación y aplicación de esta normativa, frente a las presiones que generalmente en sentido contrario las ejercen el sector inmobiliario y los propietarios de suelo. Ver Gráfico N° 12.

GRÁFICO N° 12

Inclusión del ICAe en la formulación de las determinaciones de los planes de ordenación urbanística sobre las características de la edificación.



Al respecto son apropiadas las siguientes precisiones:

- a) En el proceso de análisis antes aludido deberá calcularse el ICAe, con la función general:

$$\text{ICAe} = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + C} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + 6H}$$

- b) El ICAe adoptado será entonces la menor calidad ambiental de un lote en relación a su aprovechamiento edificatorio, que se admitirá en una determinada unidad de ordenación urbanística; y,
- c) En las condiciones extremas, cualquier incremento de C o H significará una disminución del ICAe; variación que volverá evidente la pérdida de calidad ambiental debida a una inobservancia de las normas que regulan C y H.

Se trata entonces que la ordenación urbanística en tanto política pública y técnica administrativa coadyuve al ejercicio de los derechos urbanos, entre ellos el referido a la calidad del medio ambiente y que en términos de Jordi Borja debe entenderse *“como derecho a una calidad de vida integral y como derecho a preservar el medio para las generaciones futuras. Este derecho incluye el uso de los recursos naturales y energéticos, el patrimonio histórico-cultural y la protección frente a las agresiones a la calidad del entorno (contaminaciones, congestiones, suciedad, fealdad, etc.)”* (2013, p.151).

Modelos F2

Establecimiento de un índice de calidad ambiental por las densidades poblacional y edificatoria del espacio residencial

1.- Antecedentes

La densidad urbana, en un sentido amplio y desde la perspectiva de las transformaciones que sufre el territorio por la constitución de la ciudad, no se la debe reducir a la medición de la presión que sobre su suelo ejerce la población —expresada casi siempre en número de habitantes por hectárea—, sino que también debe considerar los “espacios construidos” en ella, fundamentalmente las edificaciones y los espacios públicos urbanos, entendidos éstos como las áreas de la ciudad de propiedad pública y acceso libre, y más concretamente la red vial y las zonas o espacios verdes en sus diferentes jerarquías. Por esto es justificable que buena parte de la literatura sobre este fenómeno, a más de haberse referido a la “densidad de población”, haya ampliado el enfoque a la “densidad edificatoria”.

Así, el primer indicador —la densidad de población—, tradicionalmente se ha usado en las más variadas investigaciones sobre la ciudad y en la redacción de las determinaciones de los planes de ordenación urbanística; más aún, ella mismo ha sido motivo de estudios sobre la evolución histórica de su concepción y aplicación.

Por su parte y con los mismos propósitos, en relación a la densidad edificatoria se ha recurrido a distintos “indicadores o coeficientes de edificabilidad” o “grados de aprovechamiento”, como los que relacionan a la superficie de un lote o parcela con la ocupada por la edificación o con la superficie total construida en uno o más pisos —en suma, los coeficientes de ocupación y utilización del suelo, COS y CUS, expuestos en esta obra—, el suelo libre por habitante o vivienda en un lote, la altura de la edificación, sus retiros respecto de la vía de acceso y de los linderos laterales y posteriores, entre otros.

Por último, la referencia a los espacios públicos urbanos desde esta perspectiva es mucho menos usual —pues sobre éstos han prevalecido enfoques fuertemente sectoriales o específicos—, ya sea que su dotación se exprese en términos de superficie por hectárea de suelo ocupada por una ciudad o zona de ésta, o por habitante, por lo que los indicadores asociados a tales espacios han sido aprovechados más por la ordenación urbanística, particularmente en la cuantificación de las demandas de suelo para la expansión urbana.

Vistos en su conjunto, el empleo de la densidad de población, de los indicadores relativos a la densidad edificatoria y de las dotaciones de suelo referidas a los espacios públicos urbanos, en los ámbitos ya señalados, presentan las siguientes limitaciones:

- a) Los análisis obligatoriamente separados de estos indicadores, ante la ausencia —entre otros—, de modelos matemáticos que integren al menos a aquellos que tienen la condición de primordiales, dicho de otro modo, que permitan relacionar variables en el entendido obviamente de que hay covariación entre ellas; por ejemplo, la densidad de población con las superficies —por habitante—, de construcción de edificaciones y de espacios públicos, en las que se produce.
- b) Ciertamente existen algunas expresiones matemáticas sobre la densidad urbana, en tanto materia de estudio, pero éstas se limitan a integrar en un mismo ámbito específico indicadores derivados, es el caso de la densidad de población —por ejemplo—, con sus variantes denominadas densidades bruta y neta aplicadas en la ordenación urbanística; la primera referida al suelo que considera las dotaciones para lotes, vías y equipamientos, y la segunda exclusivamente al suelo destinado a lotes. En la misma línea de relaciones en un ámbito específico, se puede señalar con respecto a la edificabilidad, las expresiones matemáticas entre los ya señalados coeficientes de uso y ocupación del suelo, y de éstos con la altura de la edificación.
- c) Por esto, casi siempre los intentos de explicar sobre todo las relaciones entre las densidades de población y los indicadores de la densidad edificatoria, no pasan de ser aproximaciones, descripciones muy a menudo comunes, que incurren a veces en equivocaciones, como aquella de que la edificación en altura necesariamente supone una mayor densidad de población o la recuperación de terreno libre.
- d) Efectivamente ha de considerarse que una misma densidad de población puede corresponder a diferentes densidades edificatorias y más concretamente a distintas formas o tipologías edificatorias, y a dotaciones asimismo diferentes de espacios públicos urbanos, y que por tanto ella por sí sola no puede dar cuenta de las condiciones de habitabilidad de los asentamientos a los cuales se refiere, tanto a nivel de sus predios, manzanas o zonas, como de ellos en su conjunto —vale decir de sus condiciones de habitabilidad urbanas—, y más ampliamente, en uno y otro caso, de la calidad ambiental. Así, si bien un asentamiento de vivienda unifamiliar de muy alta densidad puede ser un fracaso, el de vivienda multifamiliar con edificaciones en altura no garantiza tales condiciones.
- e) Por esto que en la formulación de los indicadores de edificabilidad, tratándose de la redacción de los planes de ordenación urbanística, aún en el mejor de los casos teniendo como referencias la densidad neta de población y la dotación de área construida por habitante o vivienda, no es posible establecer con el debido fundamento el impacto de ellos en la calidad ambiental del futuro asentamiento.

No obstante la situación descrita, han sido casi inexistentes los esfuerzos en materia de investigación científica destinados a superar las limitaciones señaladas y al respecto debe destacarse la propuesta hecha pública en 2010 por Meta Berghauser Pont y Per Haupt, en la obra denominada “*SPACEMATRIX Space, Density and Urban Form*”, consistente en un “*diagrama con enfoque multivariable*” que recibe el nombre de Spacematrix. Para el efecto, se adoptan como indicadores básicos los siguientes:

- N = *Network density* (densidad de red), expresado en longitud de vías por unidad de superficie del tejido urbano, entendiendo que éste viene dado por la agregación de manzanas y la red vial.
- FSI = *Building Intensity* (intensidad edificatoria), que corresponde a la cantidad de superficie construida —edificada—, por unidad de superficie del “área de estudio”, pudiendo ser ésta un barrio, tejido urbano, una manzana o una parcela.
- GSI = *Coverage* (cobertura), relación entre la superficie construida (superficie de emplazamiento de la edificación) y no construida en un área de estudio.

Cada uno de estos indicadores son motivo de funciones en las que constituyen variables dependientes, pero adicionalmente se establecen varios indicadores derivados, que asimismo dan lugar a nuevas funciones:

- L = *Building height* (altura de la edificación)
- OSR = *Spaciousness* (espaciosidad), cantidad de espacio no construido por unidad de espacio construido.
- T = *Tare* (espacio restante), diferencia de superficie entre dos niveles de escala continuos, por ejemplo tejido urbano menos manzanas.
- w = *Mesh size* (distancia desde una calle a otra del trazado urbano)
- b = *Profile width* (ancho de calle)

El componente central del Spacematrix lo constituye la proyección denominada Spacemate, la cual es representada mediante funciones integradoras en las que GSI es variable independiente y FSI dependiente, y que contienen L y OSR; ellas son graficadas dando a estos últimos indicadores valores que observan unas gradientes y que llevan a la obtención de familias de rectas. Su aplicación permite localizar las diferentes “áreas de estudio” en el diagrama, describirlas y caracterizarlas en atención a estos indicadores de densidad edificatoria, sin perjuicio de su empleo en la elaboración de análisis que muestren la evolución que han experimentado éstos en el tiempo.

Sin duda se trata de una muy trascendente contribución para el análisis de los indicadores asociados a la densidad edificatoria y su expresión en la forma urbana, como muestran los resultados de las investigaciones en las que se ha aplicado la proyección Spacemate, tanto por sus propios autores como por otros. No obstante, debe señalarse que este trabajo pone en evidencia las dificultades teóricas, metodológicas y prácticas que median para integrar a los indicadores seleccionados y de ser el caso otros, —pero obviamente todos relativos a la densidad urbana—, en un solo modelo de carácter descriptivo y que a la vez, con los cambios necesarios, pueda asumir las intenciones de un modelo de planeamiento.

Se justifican entonces todos los esfuerzos en la perspectiva enunciada, en la medida que sobre todo para las áreas o zonas de vivienda y en una visión más amplia, para el espacio residencial de una ciudad determinada, el establecimiento de las relaciones entre la densidad de población y la densidad de los espacios construidos en los cuales ella se produce, permitirían conocer —entre otros—, buena parte de las condiciones ambientales en las que tienen lugar las actividades humanas y en forma concurrente los términos de su aprovechamiento o uso. Este

enfoque da sentido entonces al estudio de las densidades en cuestión y supera las limitaciones de su consideración aislada y en su caso de solo una parte de ellas.

Finalmente, ha de tenerse presente que la ciudad se edifica en función de la dinámica de la población y de las actividades socio-económicas que ella acoge y se manifiesta en demandas de suelo y espacios construidos que muestran en el tiempo variaciones más o menos importantes, con la casi condición invariante de que las más significativas corresponden generalmente a la vivienda en un sentido más amplio, esto es, al espacio residencial y que éste tratándose de la mayoría de ciudades latinoamericanas, se extiende por toda la ciudad, salvando las zonas, áreas o sectores que tienden por varios motivos a la especialización funcional.

2.- La configuración de la calidad ambiental por densidad del espacio residencial

La calidad ambiental urbana ha sido motivo también de una profusa literatura, existiendo un acuerdo bastante generalizado de que es el resultado de un cúmulo complejo de factores o elementos de orden natural y antrópico —los producidos o modificados por la actividad humana—, que ella incide de modo más o menos favorable en la calidad de vida de la población de un asentamiento y que su cuantificación es difícil.

Con mayor o menor intensidad, entre tales factores se mencionan el aire, el agua, la energía, los espacios verdes, la población, el espacio público, la edificación, la biodiversidad, el tráfico urbano, la vivienda, el suelo, los servicios públicos, el paisaje, entre varios otros. Ellos configuran la dimensión ambiental de la ciudad, siendo posible distinguirlos en dos grupos: por una parte los “flujos urbanos”, el tráfico por ejemplo, y por otra los del “medio ambiente urbano”, el espacio público por ejemplo (Escobar, 2006). Todos estos factores han sido motivo de la elaboración de muy diversos indicadores con fines de investigación y evaluación, y la formulación de políticas públicas, estrategias, programas y proyectos, generalmente sintetizados en índices; así, la calidad ambiental urbana será entendida entonces como el estado de una ciudad respecto del conjunto multidimensional de indicadores ambientales referido a tales factores.

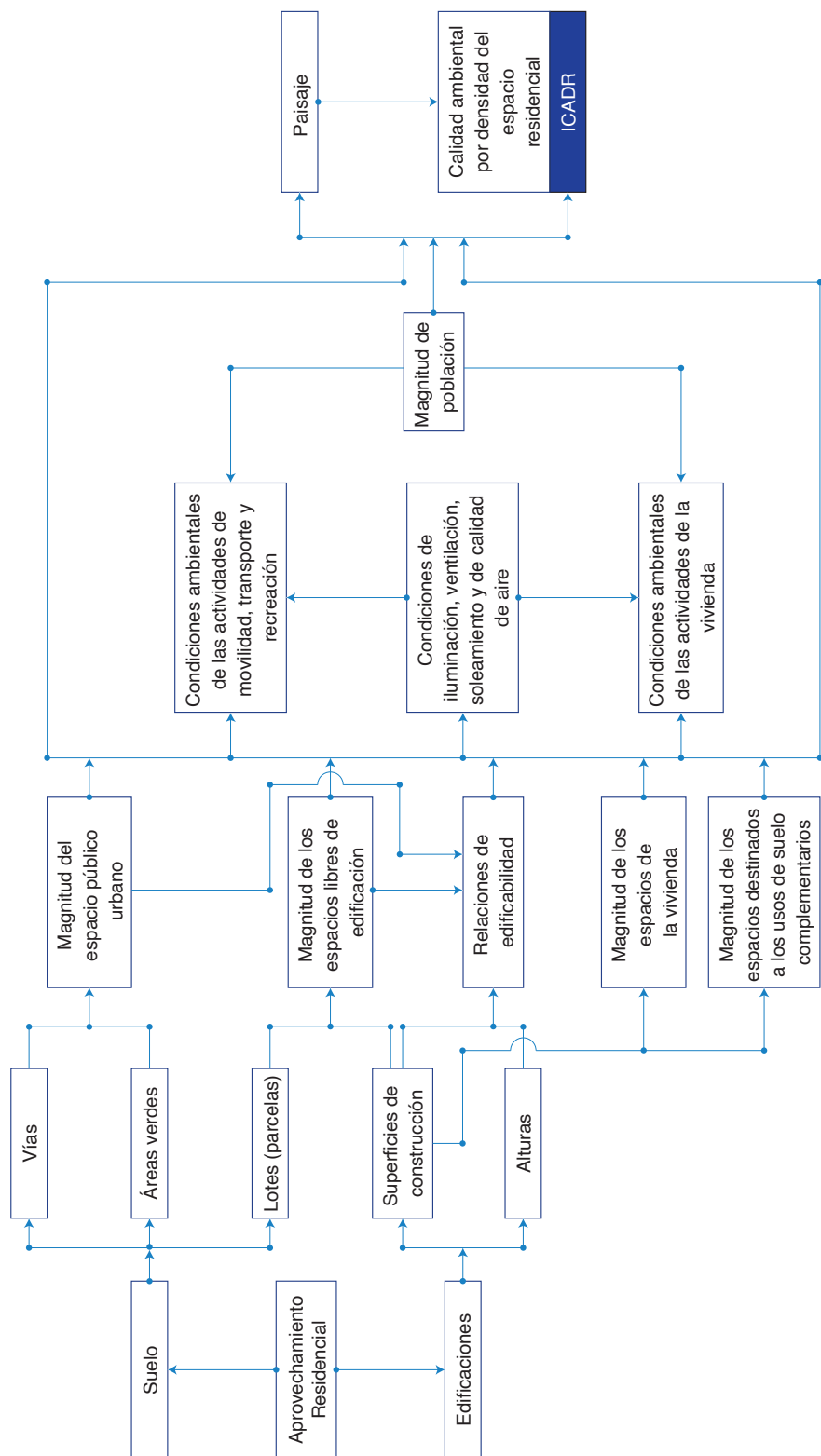
En este marco, sin duda constituyen factores notables del medio ambiente urbano por su magnitud y permanencia en el tiempo, una vez producidos sobre el suelo, los espacios construidos: la edificación y el espacio público, más cuando si desde la perspectiva de la calidad ambiental del medio físico natural —particularmente en relación al estado de conservación de los ecosistemas, de la biodiversidad y el paisaje—, son los que seguramente mayores transformaciones le han causado, como se sustentó en los Modelos F1. Sin embargo, pese a estas características e impactos, los espacios construidos no han sido motivo de indicadores representativos y por tanto coherentes con su incidencia tanto en el medio físico natural, como en el medio ambiente urbano y por último en la calidad ambiental.

En cuanto a la población, componente de los flujos urbanos y cuyas implicaciones en la calidad ambiental urbana si bien han sido igualmente estudiadas a través de la densidad —tal es el caso de los modelos de ciudad compacta y difusa—, la ausencia de índices apropiados para expresar con rigurosidad y consistencia sus repercusiones en ella, es una evidente limitación, que se suma a las ya expuestas en líneas anteriores sobre su aplicación.

Partiendo de las consideraciones precedentes, esta obra centra su interés en la calidad ambiental del espacio residencial causada por las densidades de población y de los espacios construidos, y sus condicionamientos mutuos. Para ello se estima que la calidad ambiental en relación a estas densidades —siguiendo el flujograma que consta como Gráfico N° 1—, se configura en los siguientes términos:

GRÁFICO N° 1

Configuración de la calidad ambiental por densidad del espacio residencial.



- a) El suelo de un asentamiento residencial es motivo de aprovechamiento para vías, áreas o zonas verdes y lotes o parcelas en ciertas proporciones, y las edificaciones levantadas en él tienen asimismo unas determinadas superficies de construcción y alturas medidas en número de pisos o metros.
- b) Las dos primeras superficies, de vías y áreas verdes, configuran la magnitud del espacio público urbano, en tanto que las superficies de lotes y de construcción generan a su vez una magnitud específica de espacios libres de edificación en los lotes, pudiendo incluso no existir.
- c) Las superficies de construcción de las edificaciones determinan también las magnitudes de los espacios propios de la vivienda y de aquellos destinados a acoger los usos de suelo complementarios, como los equipamientos de prestación de servicios públicos que requieren edificaciones —por tanto distintos a las áreas verdes—, y los establecimientos destinados al comercio cotidiano y a la prestación de servicios personales y afines a la vivienda.
- d) Las magnitudes del espacio público urbano, de los espacios libres de edificación de los lotes, la altura de las edificaciones y sus superficies de construcción, dan lugar a unas relaciones de edificabilidad que en última instancia determinan unas formas de aprovechamiento del suelo y la edificación.
- e) Tales magnitudes y relaciones inciden en las condiciones ambientales en las que tienen lugar las actividades de movilidad, transporte y recreación, y las propias de la vivienda, pero también en las condiciones de iluminación, ventilación, soleamiento y de calidad del aire, de los predios, manzanas y del espacio público urbano, las que a su vez —y esto es importante—, también repercuten de modo gravitante en las primeras —en las condiciones ambientales de las actividades—.
- f) La población en cuanto a su magnitud constituye otro factor que incide en el conjunto de las condiciones ambientales de sus propias actividades, sin perjuicio de la influencia de características particulares referidas por ejemplo a las edades, costumbres y niveles socioeconómicos, pero que escapan al alcance de este trabajo.
- g) Todas las condiciones ambientales de las actividades humanas antes identificadas, así como las propias condiciones de iluminación, ventilación, soleamiento y de calidad del aire, forman parte de la calidad ambiental de un asentamiento o espacio residencial, por lo que entonces las magnitudes antes señaladas, incluyendo la de la población y las relaciones de edificabilidad, configuran también de forma sustantiva tal calidad y obviamente el paisaje urbano, el cual a la vez constituye parte de ella.

Así, se justifica la consideración de la calidad ambiental del espacio residencial por las densidades de población y de los espacios construidos en él, tanto con fines de su estudio o investigación, como de ordenación urbanística. Formular unos modelos matemáticos que permitan medir la incidencia de estas densidades en la calidad ambiental de los asentamientos residenciales, es el propósito de este trabajo.

Vale insistir que los modelos que se desarrollan a continuación se refieren solamente a un aspecto o factor cuantitativo —trascendental ciertamente—, de la calidad ambiental, pues esta dimensión de la calidad de vida —como se ha visto—, entraña muchas otras aristas o aspectos, entre ellas las propias condiciones cualitativas de los espacios construidos. Finalmente se ha

de precisar que parte esencial de la fundamentación de este modelo, a más de lo hasta aquí expuesto, lo constituyen los Modelos F1.

En este marco, con referencia al espacio residencial de una ciudad o asentamiento o a una zona de él, se llamará:

S	=	superficie o tamaño (ha)
P	=	población (Hab)
L	=	superficie media de suelo por habitante (m ² /Hab)
C	=	superficie media de construcción de edificaciones por habitante (m ² /Hab)
H	=	número de pisos medio de las edificaciones
E	=	espacio edificado por habitante
ICADR	=	índice de calidad ambiental por las densidades poblacional y edificatoria del espacio residencial

3.- Modelización

Partiendo de los Modelos F1: “Aprovechamiento edificatorio e impacto en la calidad ambiental de una parcela o lote y su entorno inmediato”, y cuya expresión central es:

$$ICAe = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+C}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}}$$

en la que:

ICAe	=	índice de calidad ambiental en relación al aprovechamiento edificatorio de un lote
L	=	superficie del lote (m ²)
C	=	superficie de construcción (m ²)
H	=	número de pisos de la edificación

Extrapolando el modelo al espacio residencial de una ciudad o a una zona del mismo, L, C y H adquieren las denominaciones ya señaladas y el ICAe cambia por ICADR, entonces:

$$ICADR = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+C}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}}$$

A su vez, sustentando el procedimiento para el cálculo de L, C y H, previo a la determinación del ICADR, debe señalarse:

a) Cálculo de L

L será igual al cociente de S/P. Representa la dotación media de suelo por habitante en el espacio residencial de un asentamiento o en una zona determinada del mismo.

Si bien el cálculo anterior es válido, L debe ser el resultado de la agregación o suma de los siguientes componentes, que podrían ser establecidos a partir de la información del catastro inmobiliario:

L1	=	superficie media de suelo destinado a lotes o parcelas edificadas y no edificadas, por habitante
L2	=	superficie de suelo asignado a vías, por habitante

- L_3 = superficie de suelo destinado a zonas o espacios verdes públicos, como plazas, parques, plazoletas y similares, por habitante
- $L_2 + L_3$ = superficie de suelo destinado a espacio público urbano, por habitante

Esta diferenciación es importante por cuanto el ICADR podría ser parte de un análisis sobre la evolución de una ciudad determinada o de seguimiento durante la gestión de un plan de ordenación urbanística, ya sea como indicador agregado o en función de sus componentes.

Por tanto: $L = L_1 + L_2 + L_3$

b) Cálculo de C

C está vinculada con la densidad edificatoria en el plano horizontal y se hace extensiva a ella la exposición constante en los Modelos F1 a propósito de la variable de igual símbolo. Su determinación puede realizarse a partir asimismo de la información del catastro inmobiliario, estableciendo primero la media aritmética por habitante en cada predio edificado y luego la mediana de la serie estadística que se obtenga.

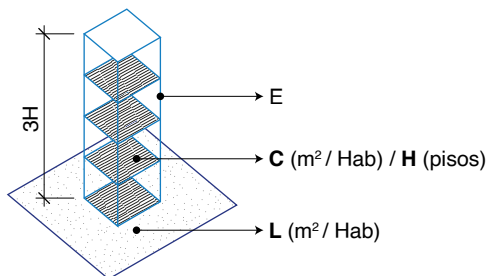
c) Cálculo de H

H está relacionada con la densidad edificatoria en el plano vertical y también se hace extensiva a ella lo expuesto en el ya mencionado modelo sobre la variable asignada con el mismo símbolo. Su determinación es factible igualmente a través de la explotación de la información catastral, averiguando la mediana de la serie estadística de los bloques edificados ordenados por número de pisos.

Debe advertirse, por una parte, que esta función del ICADR —al igual que la desarrollada en los Modelos F1—, será cierta siempre y cuando C y H sean a la vez mayores a cero y que además H sea igual o mayor a C/L , por lo que bajo esta condición se procede al examen de su comportamiento particular.

El modelo tiene como expresión espacial la que se observa en el Gráfico N° 2. La magnitud media de suelo por habitante se halla representada por L —la cual toma la forma cuadrada para facilitar la exposición del modelo—, el espacio edificado por habitante que se asienta en ella se representa con E —que por el mismo motivo adopta la forma de un ortoedro o paralelepípedo rectangular de pie y con base cuadrada—, este espacio contiene la superficie media de construcción de edificaciones por habitante, esto es, C —pues su magnitud es el resultado de la suma de las superficies de cada piso, las cuales observan la relación C/H —, y alcanza la altura media de las edificaciones — $3H$ —.

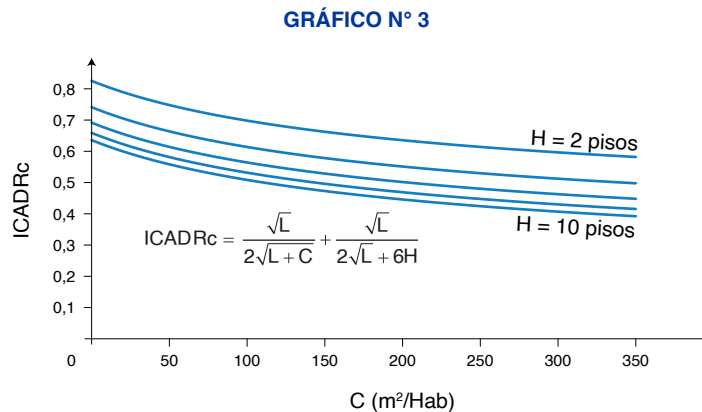
GRÁFICO N° 2



El volumen edificado proporcional por piso y habitante será igual a $3(C/H)$ y el total por habitante $3(C/H)H$. Obviamente, en la realidad el espacio residencial de un habitante cualquiera, vale decir E , adquiere una forma predominantemente horizontal, pero para fines de la construcción de este modelo y sobre todo para la incorporación en éste de las variables que definen la densidad de población, como se verá más adelante, se supone vertical. Nótese que $3(C)$ —disposición horizontal—, es igual a $3(C/H)H$ —disposición vertical—.

3.1.- Análisis del comportamiento del modelo cuando C es variable independiente

El índice adopta la expresión $ICADR_c$, para referirse a la incidencia en el modelo de la densidad edificatoria horizontal, L será constante y corresponderá a $125 \text{ m}^2/\text{Hab}$. Adicionalmente H variará de 2 a 10 pisos con una amplitud de 2, para obtener la familia de curvas que se muestra en el Gráfico N° 3, en la que cuando H es igual a dos pisos la función no es cierta para los valores de C mayores a $250 \text{ m}^2/\text{Hab}$; a su vez, cuando $H = 4, 6, 8$ y 10 pisos, esta condición se produce con respecto a los valores de $C = 500, 750, 1\,000$ y $1\,250 \text{ m}^2/\text{Hab}$, respectivamente.



De su examen se desprende que:

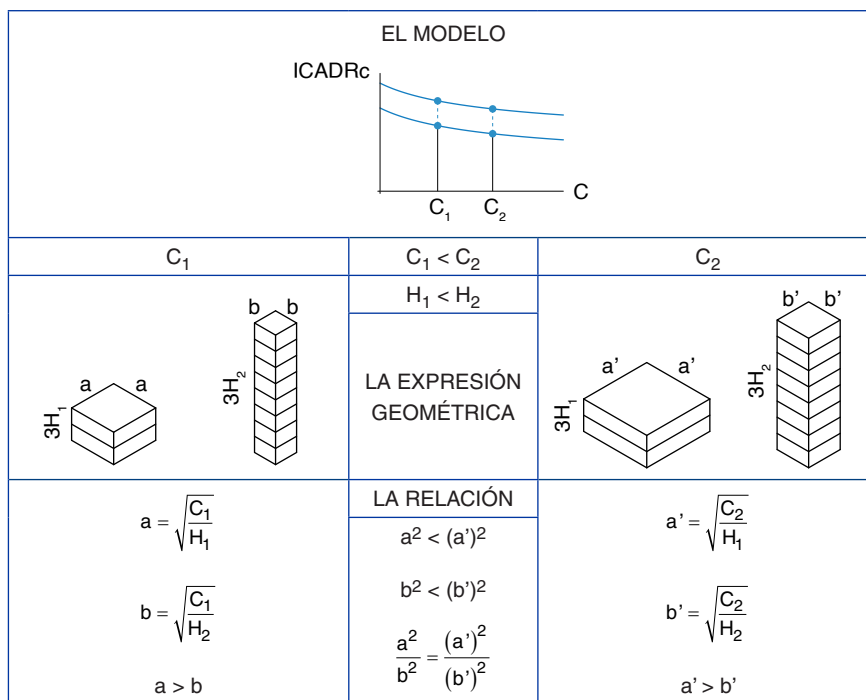
- Conforme aumenta C , el $ICADR_c$ tiende a disminuir independientemente del número de pisos medio, mostrando una mayor velocidad de cambio conforme C se acerca a 0. Las curvas se intersecan con el eje $ICADR_c$, no obstante —como se ha dicho—, la función no es cierta para $C = 0$ y cuando tienden al infinito son asintóticas a las rectas cuya función se deduce en seguida:

$$ICADR_c = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+\infty}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}} = 0 + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}} = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L+6H}}$$

- Para cualquier valor de C , el $ICADR_c$ también disminuye conforme aumenta el número de pisos medio, pero los descensos son mayores en los primeros incrementos a partir de los dos pisos y van mermando en tanto se suceden nuevos aumentos.
- Pero además y puesto que la familia de curvas en estudio son paralelas —pues tienen la propiedad de mantenerse a una distancia constante de una curva dada—, el descenso del $ICADR_c$ al aumentar el número de pisos medio en una proporción determinada, es

el mismo para cualquier valor de C; por tanto, la pérdida de calidad ambiental al pasar de un número de pisos medio a otro más alto, es independiente de la superficie media de construcción, esto debido a que la proporción de la reducción de ésta por piso, es la misma, como demuestra el Gráfico N° 4. Este gráfico ha sido concebido advirtiendo las condiciones geométricas dadas al espacio edificado por habitante E.

GRÁFICO N° 4



- d) La magnitud de la reducción del ICADRc —por tanto, la separación entre las curvas paralelas del Gráfico N° 3—, tiene una similitud con la variación que experimenta la proporción del incremento del número de pisos medio. Efectivamente, si la reducción del ICADRc al pasar de dos a cuatro pisos se pondera en uno, las correspondientes a los intervalos mayores del número de pisos medio van disminuyendo hasta 0,27; en tanto que la reducción de dicha proporción también disminuye partiendo de uno hasta 0,25 —un valor cercano—, tal como indica el Cuadro N° 1.

CUADRO N° 1

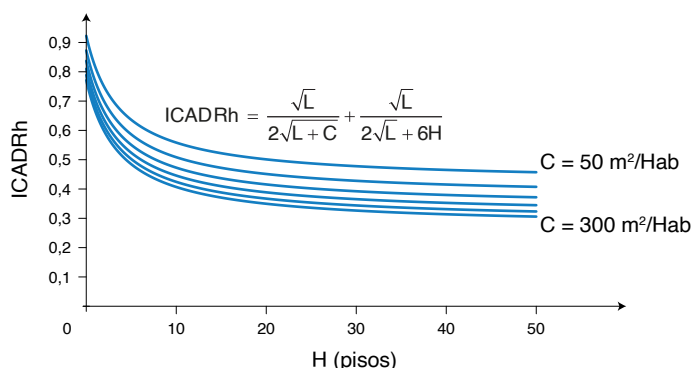
Reducción del ICADRc, ponderación de la reducción del ICADRc y proporción del incremento del número medio de pisos, según intervalos del número de pisos medio.

Intervalos de número de pisos medio	Reducción del ICADRc	Ponderación de la reducción del ICADRc	Proporción del incremento del número de pisos medio
2 a 4	0,084222	1	1 (2/2)
4 a 6	0,049587	0,59	0,5 (2/4)
6 a 8	0,032673	0,39	0,33 (2/6)
8 a 10	0,023152	0,27	0,25 (2/8)

3.2.- Análisis del comportamiento del modelo cuando H es variable independiente

El índice adopta la expresión ICADRh, para referirse a la influencia de la densidad edificatoria vertical en el modelo, L mantendrá la condición ya señalada, por lo que será igual a 125 m²/Hab. De forma adicional C variará de 50 a 300 m²/Hab con una amplitud de 50 m²/Hab, para obtener la nueva familia de curvas que se muestra en el Gráfico N° 5, en la que cuando C es igual a 150, 200 y 250 m²/Hab, las funciones son ciertas para valores de H iguales o mayores a 2 pisos y en el caso de C = 300 m²/Hab, los 3 pisos, tomando este límite en números enteros.

GRÁFICO N° 5



De su examen se desprende que:

- Conforme aumenta H, el ICADRh tiende a disminuir independientemente de la magnitud de la superficie media de construcción, revelando una significativa mayor velocidad de cambio si H se acerca a 0. Las curvas se intersecan con el eje ICADRh, la función tampoco es cierta para H = 0 y cuando tienden al infinito son asintóticas a las rectas cuya función se establece en seguida:

$$\lim_{H \rightarrow \infty} \text{ICADRh} = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + C} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + 6\infty} = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + C} + 0 = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{L} + C}$$

- Para todo valor de H, el ICADRh asimismo disminuye conforme aumenta la superficie media de construcción, no obstante, los descensos son mayores en los primeros incrementos de esta superficie a partir de los 50 m², y se van reduciendo en tanto ocurren nuevos aumentos.
- Adicionalmente las curvas de la familia en examen son paralelas —lo ratifica el Gráfico N° 6, que muestra su comportamiento para números de pisos menores a 10—, por lo que el descenso del ICADRh al incrementarse la superficie media de construcción en una proporción determinada, es el mismo para cualquier valor de H; en consecuencia, la reducción de la calidad ambiental al pasar de una superficie media de construcción a otra más alta, es independiente del número de pisos, esto por cuanto la proporción del aumento de la superficie media de construcción por piso, es la misma, como demuestra el Gráfico N° 7, elaborado bajo las condiciones geométricas dadas al espacio edificado por habitante E.

GRÁFICO N° 6

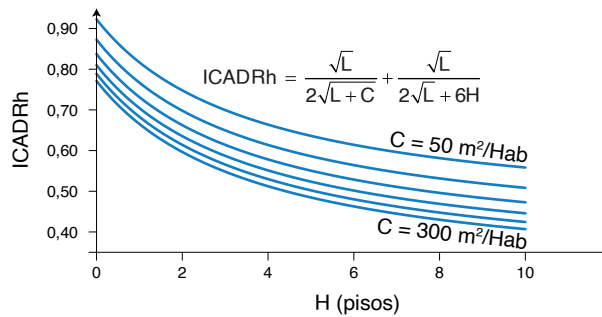


GRÁFICO N° 7

EL MODELO		
H_1	$H_1 < H_2$	H_2
	$C_1 < C_2$	
LA EXPRESIÓN GEOMÉTRICA		
$C_1 = (a^2)H_1$ $a = \sqrt{\frac{C_1}{H_1}}$ $C_2 = (b^2)H_1$ $b = \sqrt{\frac{C_2}{H_1}}$ $b > a$	$a^2 > (a')^2$ $b^2 > (b')^2$ $\frac{b^2}{a^2} = \frac{(b')^2}{(a')^2}$	$C_1 = (a')^2H_2$ $a' = \sqrt{\frac{C_1}{H_2}}$ $C_2 = (b')^2H_2$ $b' = \sqrt{\frac{C_2}{H_2}}$ $b' > a'$
LA RELACIÓN		

- d) La magnitud de la reducción del ICADRh —por tanto, la separación entre las curvas paralelas del Gráfico N° 5—, no guarda esta vez mayor cercanía con la variación que experimenta la proporción del incremento de la superficie media de construcción. Efectivamente, si la reducción del ICADRh al pasar de 50 a 100 m²/Hab equivale a uno, las pertenecientes a los intervalos mayores de la superficie media de construcción van disminuyendo hasta 0,35; en tanto que la reducción de dicha proporción también disminuye, pero más rápidamente, partiendo de 1 hasta 0,2. Tal como ilustra el Cuadro N° 2.

CUADRO N° 2

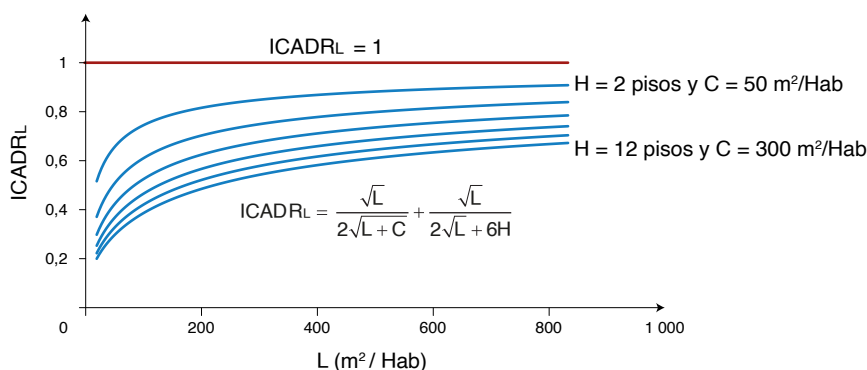
Proporción del incremento de la superficie media de construcción, reducción del ICADRh y ponderación de la reducción del ICADRh, según intervalos de superficie media de construcción.

Intervalos de superficie media de construcción (m ² /Hab)	Reducción del ICADRh	Ponderación de la reducción del ICADRh	Proporción del incremento de la superficie media de construcción
50 a 100	0,049899	1	1 (50/50)
100 a 150	0,035578	0,71	0,5 (50/100)
150 a 200	0,027013	0,54	0,33 (50/150)
200 a 250	0,021411	0,42	0,25 (50/200)
250 a 300	0,017512	0,35	0,2 (50/250)

3.3.- Análisis del comportamiento del modelo cuando L es variable independiente

El índice adquiere la expresión ICADRL, para referirse a la repercusión en el modelo de la magnitud de suelo dotado por habitante en un asentamiento. Para su exposición C y H serán constantes y de modo análogo a los casos anteriores, darán lugar a una familia de curvas partiendo de 50 m²/Hab y 2 pisos, respectivamente, que se incrementarán con intervalos de estas magnitudes hasta 300 m²/Hab y 12 pisos. La familia de curvas se muestra en el Gráfico N° 8, las cuales son ciertas para valores de L iguales o mayores a 25 m² y su estudio permite determinar que:

GRÁFICO N° 8



- Si aumenta L, el ICADRL también lo hace, pero la velocidad de cambio es mayor conforme L se aproxima a cero, siendo ella aún más significativa cuando los valores de C y H son menores.
- Las curvas atraviesan el origen, pues cuando L=0, el ICADRL se vuelve también cero. Pero cuando L tiende al infinito, las curvas son asíntotas a ICADRL = 1, máximo valor que puede alcanzar este indicador. Efectivamente si en la función central L se vuelve infinito, en primera instancia ella presenta la indeterminación ∞/∞ , pues:

$$ICADRL_{L \rightarrow \infty} = \frac{\sqrt{\infty}}{2\sqrt{\infty + C}} + \frac{\sqrt{\infty}}{2\sqrt{\infty + 6H}} = \frac{\infty}{\infty}$$

Regresando a la función original y dividiendo todos los términos para $\sqrt{L}$ a fin de eliminar la indeterminación, se obtiene:

$$ICADR_L = \frac{1}{2\left(\sqrt{1+\frac{C}{L}}\right)} + \frac{1}{2+\frac{6H}{\sqrt{L}}}$$

por lo que:

$$ICADR_L = \frac{1}{2\left(\sqrt{1+\frac{C}{\infty}}\right)} + \frac{1}{2+\frac{6H}{\sqrt{\infty}}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

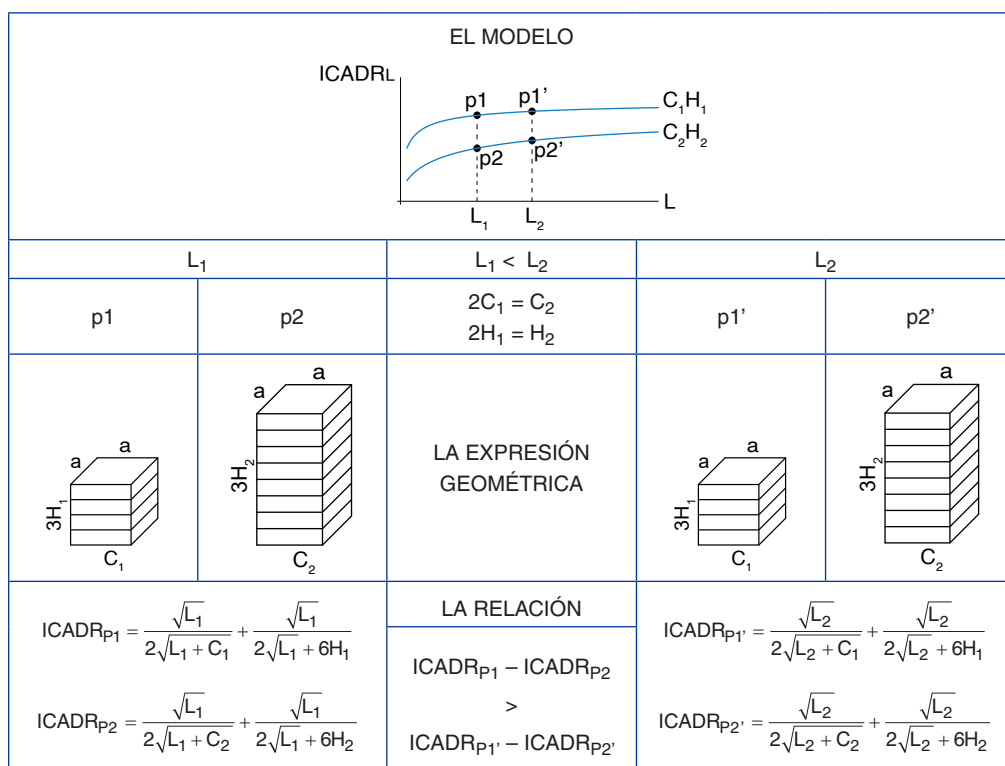
- Para todo valor de L, el ICADRL disminuye en tanto se incrementa la superficie media de construcción C y el número de pisos medio H, pero manteniendo la tendencia ya vista, los descensos son mayores en los primeros incrementos y van mermando mientras se dan los subsiguientes.
- Por otra parte y excluyendo los valores de L muy próximos a cero, las curvas de la familia en examen luego de que se separan de modo importante, van aproximándose conforme crece L en la medida que tienden a la asíntota $ICADR_L = 1$; en consecuencia, la reducción de la calidad ambiental al incrementar la superficie media de construcción y el número de pisos medio, es dependiente de la variación de L, esto por cuanto tales aumentos son los mismos para todo valor de L, como demuestra el Gráfico N° 9, concebido advirtiendo las condiciones geométricas dadas al espacio edificado por habitante E.
- Por su parte, la magnitud de la reducción del ICADRL —por tanto, la separación entre las curvas del Gráfico N° 8—, no tiene mayor proximidad con la variación que experimenta la proporción del incremento de la superficie media de construcción y del número de pisos medio. Ilustrando, si cuando $L = 125 \text{ m}^2/\text{Hab}$ la reducción del ICADRL al pasar de 50 a 100 m^2/Hab y de 2 a 4 pisos, equivale a uno, las correspondientes a los intervalos mayores de la superficie media de construcción y del número de pisos medio, disminuyen hasta 0,26; no obstante, la reducción de dicha proporción también disminuye partiendo de uno, pero más rápidamente, hasta 0,2. Tal como indica el Cuadro N° 3.

CUADRO N° 3

Reducción del ICADRL, ponderación de la reducción del ICADRL y proporción de los incrementos, según intervalos de la superficie media de construcción y del número de pisos medio.

Intervalos de superficie media de construcción (m^2/Hab)	Intervalos del número de pisos medio	Reducción del ICADRL cuando $L = 125 \text{ m}^2$	Ponderación de la reducción del ICADRL	Proporción de los incrementos
50 a 100	2 a 4	0,134121	1	1 (50/50); (2/2)
100 a 150	4 a 6	0,085165	0,63	0,5 (50/100); (2/4)
150 a 200	6 a 8	0,059686	0,44	0,33 (50/150); (2/6)
200 a 250	8 a 10	0,044563	0,33	0,25 (50/200); (2/8)
250 a 300	10 a 12	0,034776	0,26	0,2 (50/250); (2/10)

GRÁFICO N° 9



4.- Incorporación de las variables de la densidad de población en el modelo

Corresponde abordar la cuestión central de la formulación de estos modelos, esto es, la incorporación de las variables de la densidad de población de un asentamiento, zona o área residencial, permitiendo que el ICADR alcance su propósito.

Para el efecto llamando:

D = densidad de población —número de habitantes o población por unidad de superficie—
 pD = número de habitantes o población de la densidad D

Invertiendo la relación de las variables del indicador D , se obtiene L , esto es:

$$L = \frac{10\,000}{pD}$$

por tanto:

$$ICADR = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{pD}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{pD}} + C\right)} + \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{pD}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{pD}} + 6H\right)}$$

Así, el primer término del modelo da cuenta de la densidad edificatoria horizontal y su relación con las variables de la densidad poblacional y el segundo de la densidad edificatoria vertical y su relación igualmente con las variables de la densidad poblacional. Con cargo nuevamente a lo sustentado en los Modelos F1, el ICADR máximo será igual a uno y constituirá el resultado de la suma de los valores máximos que a su vez pueden alcanzar cada uno de los dos términos del modelo —en ambos 0,5—; situación posible únicamente si L y C son iguales a cero, es decir, cuando no exista edificación. Por lo que en esta condición:

$$\text{ICADR} = \frac{\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{pD}}}{2\left(\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{pD}} + 0\right)} + \frac{\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{pD}}}{2\left(\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{pD}}\right) + 6(0)} = 0,5 + 0,5 = 1$$

Regresando a la versión general del modelo, el Gráfico N° 10 da cuenta del comportamiento de la función, con la representación de una familia de curvas en las que C y H varían en los mismos términos asumidos para el análisis anterior, esto es, cuando L es variable independiente. Su examen permite señalar que:

- Si aumenta pD, el ICADR disminuye, pero la velocidad de cambio es mayor conforme pD se aproxima a cero, tendiendo ella a ser más notoria cuando los valores de C y H son mayores.
- Si pD tiende al infinito, el ICADR se aproxima a cero, volviéndose entonces la familia de curvas asintótica al eje pD, pues:

$$\text{ICADR}_{pD \rightarrow \infty} = \frac{\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{\infty}}}{2\left(\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{\infty}} + C\right)} + \frac{\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{\infty}}}{2\left(\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{\infty}}\right) + 6H} = \frac{0}{2\sqrt{C}} + \frac{0}{0 + 6H} = 0$$

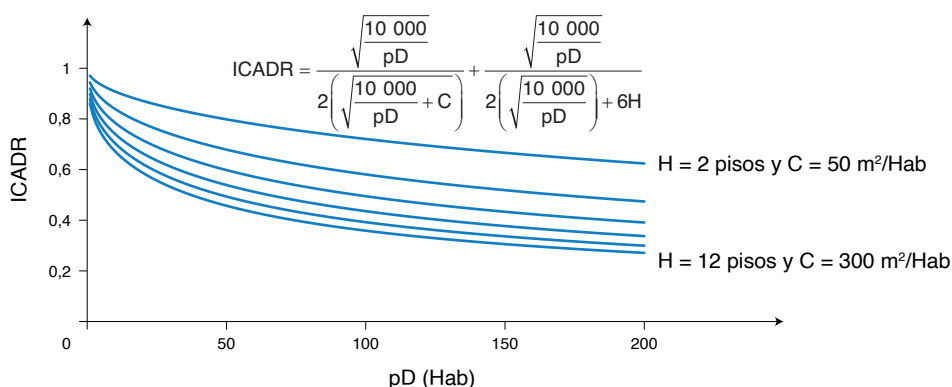
- Si pD tiende a cero, entonces:

$$\text{ICADR}_{pD \rightarrow 0} = \frac{\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{0}}}{2\left(\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{0}} + C\right)} + \frac{\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{0}}}{2\left(\frac{\sqrt{10\,000}}{\sqrt{0}}\right) + 6H} = \frac{\infty}{\infty} + \frac{\infty}{\infty}$$

Multiplicando todos los términos por $\sqrt{pD}$, para eliminar esta indeterminación, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{ICADR} &= \frac{100}{2\sqrt{pD}\left(\sqrt{\frac{10\,000}{pD}} + C\right)} + \frac{100}{200 + 6H\sqrt{pD}} \\ \text{ICADR}_{pD \rightarrow 0} &= \frac{100}{2\sqrt{10\,000 + C(0)}} + \frac{100}{200 + 6H\sqrt{0}} = 0,5 + 0,5 = 1 \end{aligned}$$

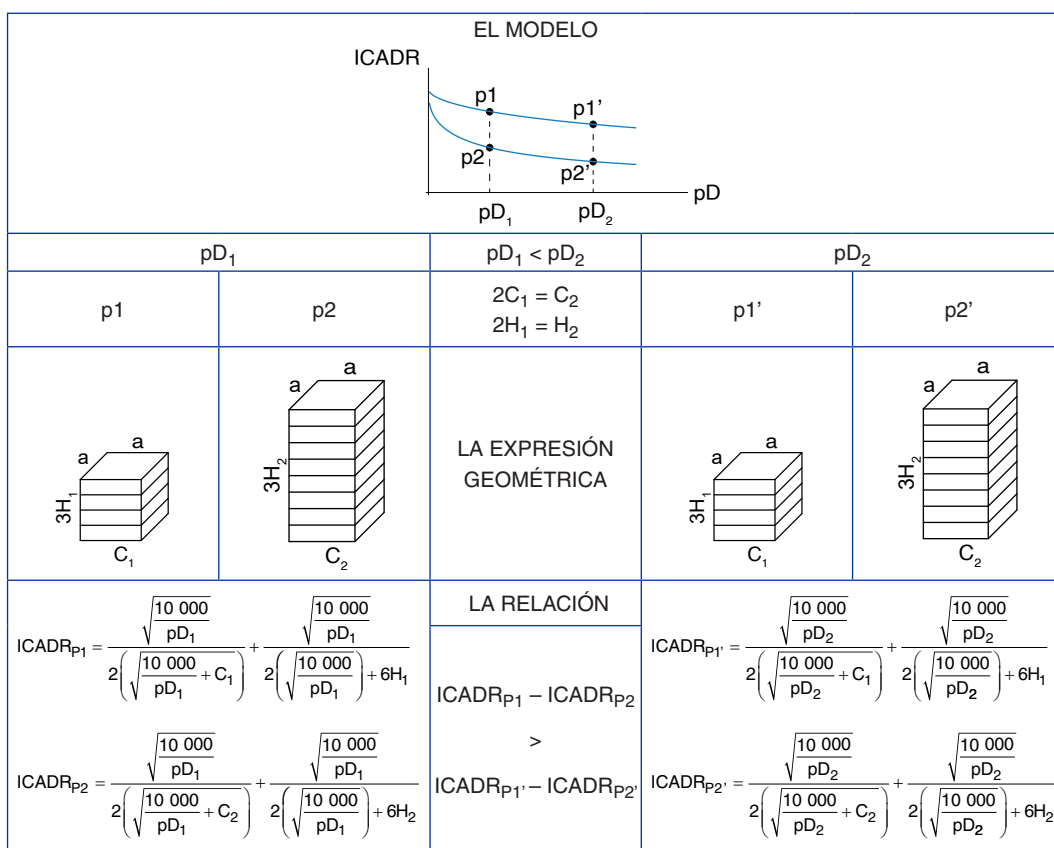
GRÁFICO N° 10



Vale explicitar que 0 no está en el dominio de la función, supone la ausencia de población y por tanto de C y H, de ahí que tienda el valor del ICADR a uno. Más precisamente, se cumplirá: $1 < \text{ICADR} > 0$

- d) Para todo valor de pD, el ICADR también disminuye en tanto aumentan la superficie media de construcción y el número de pisos medio, no obstante y ratificando nuevamente la tendencia ya comentada, los descensos son mayores en los primeros incrementos de esta superficie y número, y se van reduciendo si sobrevienen nuevos aumentos.
- e) Análogamente al comportamiento de L, prescindiendo de los valores de pD muy próximos a uno, las curvas en examen luego de que se apartan de modo notable, van acercándose conforme crece pD puesto que tienden a la asíntota ICADR = 0; por tanto, la disminución de la calidad ambiental al aumentar la superficie media de construcción y el número de pisos medio, es dependiente de la variación de pD, esto por cuanto tales incrementos son los mismos para todo valor de pD, como demuestra el Gráfico N° 11. Este gráfico —al igual que los anteriores—, ha sido elaborado bajo las condiciones geométricas dadas al espacio edificado por habitante E.
- f) En consecuencia y considerando que generalmente por debajo de la densidad de 200 Hab/ha, se hallan las alcanzadas por los asentamientos urbanos o en su caso las previstas por los respectivos planes de ordenación urbanística, es necesario tener presente que estas densidades de población forman parte del rango en los cuales los incrementos de C y H conducen a los mayores descensos del ICADR; pues en los de densidades mucho más altas, tales incrementos tienden a disminuir por cuanto —reiterando—, la familia de curvas tiene al eje pD en la condición de asíntota.
- g) Finalmente, la magnitud de la reducción del ICADR —esto es, la separación entre las curvas del Gráfico N° 10—, tiene el mismo comportamiento que el ya expuesto para L; así, las reducciones del ICADR cuando pD = 80 Hab, que corresponde a L = 125 m²/Hab, y C y H varían en los términos expuestos en el Cuadro N° 3, son las mismas que las encontradas para dicho valor de L, las cuales constan igualmente en el referido cuadro. Esto por cuanto L es el resultado de invertir la relación de las variables de la densidad D.

GRÁFICO N° 11



5.- Análisis del comportamiento del modelo cuando el ICADR es constante

Una faceta interesante del modelo planteado es analizar su comportamiento volviendo constante al ICADR —que hasta ahora ha sido variable dependiente—, a pD , variable independiente y a C y H dependientes, profundización que sin duda permite sustentarlo integralmente. Para esto y por facilidad metodológica, el análisis se realiza por separado para cada uno de los términos de modelo, para esto se llamará:

$ICADR_H$ = valor del ICADR en el primer término del modelo

$ICADR_v$ = valor del ICADR en el segundo término del modelo

Se cumplirá que $ICADR_H + ICADR_v = ICADR$

Tomando el primer término:

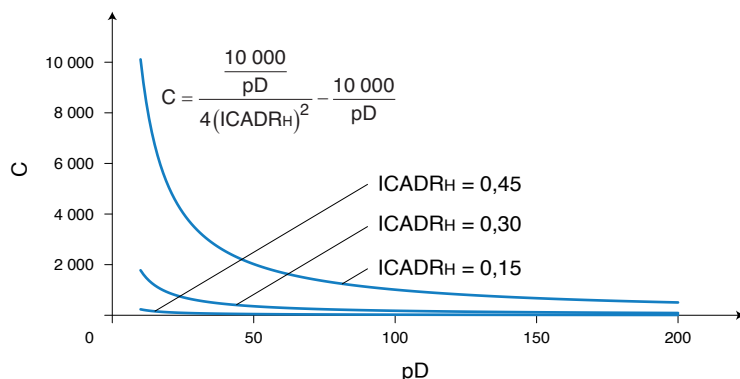
$$ICADR_H = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{pD}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{pD} + C}\right)}$$

y despejando C, se obtiene:

$$C = \frac{\frac{10\,000}{pD}}{4(ICADR_H)^2} - \frac{10\,000}{pD}$$

Representando esta función en el Gráfico N° 12, con una familia de curvas en las que el ICADR_H asume tres valores comprendidos entre 0 y 0,5: 0,15; 0,3; y, 0,45, se observa que:

GRÁFICO N° 12



- Para una misma calidad ambiental —en los términos concebidos en esta obra y expresada en el ICADR_H—, si aumenta pD disminuye C, aunque el descenso tiende a ser más brusco conforme se reduce este índice, que en el caso del ICADR_H = 0,15 se produce hasta aproximadamente pD = 100 Hab.
- Las curvas son asintóticas al eje pD y por tanto las diferencias entre los valores de C correspondientes a los distintos ICADR_H, van disminuyendo en tanto aumenta pD.
- En consecuencia una misma pD —y en última instancia una misma densidad de población—, puede generar diferentes calidades ambientales, vale decir distintos ICADR_H, si varía la densidad edificatoria horizontal expresada en C.

Tomando ahora el segundo término:

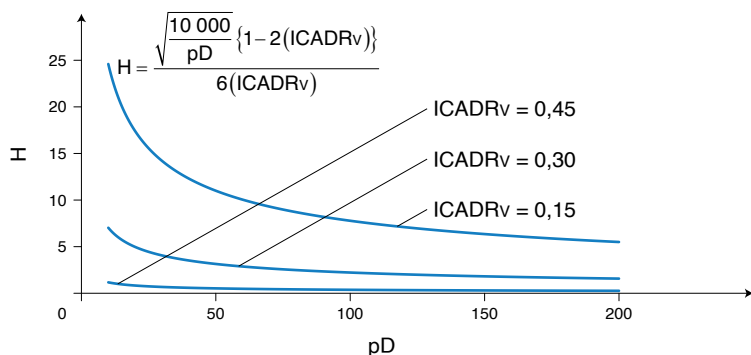
$$ICADR_v = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{pD}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{pD}}\right) + 6H}$$

y despejando H, se obtiene:

$$H = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{pD}} \{1 - 2(ICADR_v)\}}{6(ICADR_v)}$$

Expresando esta función en el Gráfico N° 13, con una familia de curvas en las que el ICADRV asume los mismos tres valores comprendidos entre 0 y 0,5: 0,15; 0,3; y, 0,45, se determina en forma análoga a la función anterior, que:

GRÁFICO N° 13



- Para una misma calidad ambiental dada por el ICADRV, si aumenta pD disminuye H , aunque este descenso también tiende a ser más rápido en tanto asimismo se reduce el índice en cuestión, que en el caso del ICADRV = 0,15 se observa —otra vez—, hasta cerca de $pD = 100$ Hab.
- Igualmente, las curvas son asintóticas al eje pD y por tanto las diferencias entre los valores de H relativos a los distintos ICADRV, disminuyen conforme aumenta pD .
- Como resultado, una misma pD —y en definitiva una misma densidad de población—, puede originar distintas calidades ambientales, esto es distintos ICADRV, si varía la densidad edificatoria vertical representada en H .

Se puede ampliar el análisis anterior explicitando los valores que adquieren C y H si pD varía desde 25 a 200 Hab con una amplitud de 25 Hab, y se mantienen el ICADRV y el ICADRH iguales a 0,15; 0,3; y, 0,45. Los resultados se registran en el Cuadro N° 4, pero debe advertirse en forma previa a su consideración lo siguiente:

- Se han redondeando los números decimales de C y H , cuestión que no entraña mayor implicación en el caso de C .
- En el caso del ICADRV = 0,45 todos los valores de H son menores a uno y van disminuyendo conforme aumenta pD —es decir se obtiene fracciones de piso, que en rigor no existen—, pero puesto que existe C y que su materialización no puede ser sino en una edificación de al menos un piso, se ha consignado uno entre paréntesis.
- Con respecto al ICADRV = 0,3 vale destacar que a los valores de pD desde 125 a 200 Hab, les corresponde H menores a dos que asimismo disminuyen hasta 1,57; por lo que de modo similar al caso anterior, se ha estipulado dos entre paréntesis. También debe comentarse el redondeo de H a 3 para la $pD = 75$ Hab.
- En el caso del ICADRV = 0,15 conviene mencionar que para $pD = 175$ Hab y por el motivo ya expresado, se ha consignado $H = 6$ entre paréntesis.

- e) Finalmente ha de indicarse que los demás redondeos de los decimales de los valores de H, no son significativos.

CUADRO N° 4

C y H por valores de los ICADRH e ICADRV iguales a 0,15; 0,3; y, 0,45, y según población de la densidad.

pD (Hab)	ICADR					
	ICADRH	ICADRV	ICADRH	ICADRV	ICADRH	ICADRV
	0,45	0,45	0,3	0,3	0,15	0,15
	C (m ² /Hab)	H (pisos)	C (m ² /Hab)	H (pisos)	C (m ² /Hab)	H (pisos)
25	93	(1)	711	4	4 044	16
50	46	(1)	355	3	2 022	11
75	31	(1)	237	(3)	1 348	9
100	23	(1)	177	2	1 011	8
125	18	(1)	142	(2)	808	7
150	15	(1)	118	(2)	674	6
175	13	(1)	101	(2)	577	(6)
200	11	(1)	88	(2)	505	5

Así, examinado las cifras en cuestión, se determina que:

- Para cualquier pD, el aumento de C supone la disminución de la calidad ambiental. En los ocho valores de pD se observa que la merma del ICADRH de 0,45 a 0,3 —en un tercio—, corresponde al incremento de C en más de siete veces y en cerca de seis veces si tal indicador se reduce de 0,3 a 0,15 —a la mitad—; comportamiento que puede hacerse extensivo a cualquier valor de pD.
- Igualmente, para toda pD el incremento de H significa también la reducción de la calidad ambiental. Al pasar el ICADRV de 0,45 a 0,3, el aumento de H en números de veces oscila —a grosso modo—, desde pD = 25 Hab a pD = 200 Hab, de cuatro a dos veces, pasando por tres. A su vez, si dicho índice se reduce de 0,3 a 0,15, el incremento de H fluctúa —en el mismo sentido—, de cuatro a más de dos veces, pasando también por tres.
- Para cualquier ICADRH, la disminución de C supone el aumento de pD. En los tres valores del ICADRH esta reducción es más fuerte y en la misma proporción en el primer incremento de pD, pero va perdiendo magnitud, manteniendo constantes las proporciones, conforme éste se aproxima al extremo superior. Así, ilustrando, al pasar pD de 25 a 50 Hab, C sufre una disminución del 50%, en algo más del 20% cuando pD cambia de 100 a 125 Hab y en cerca del 15% al pasar pD de 175 a 200 Hab.
- Asimismo, para todo ICADRV la disminución de H, en tanto ésta sea considerada variable indiscreta, significa también el aumento de pD. No obstante, los valores de H asumidos en un sentido práctico muestran que esta variable para el ICADRV = 0,45 se vuelve constante y es igual a uno; para el ICADRV = 0,3 fluctúa de cuatro a dos pisos; y, para el ICADRV = 0,15 oscila de 16 a cinco pisos. En suma por lo menos comparando los descensos de H correspondientes a los valores del ICADRV = 0,3 y 0,15; el de este último es más fuerte.

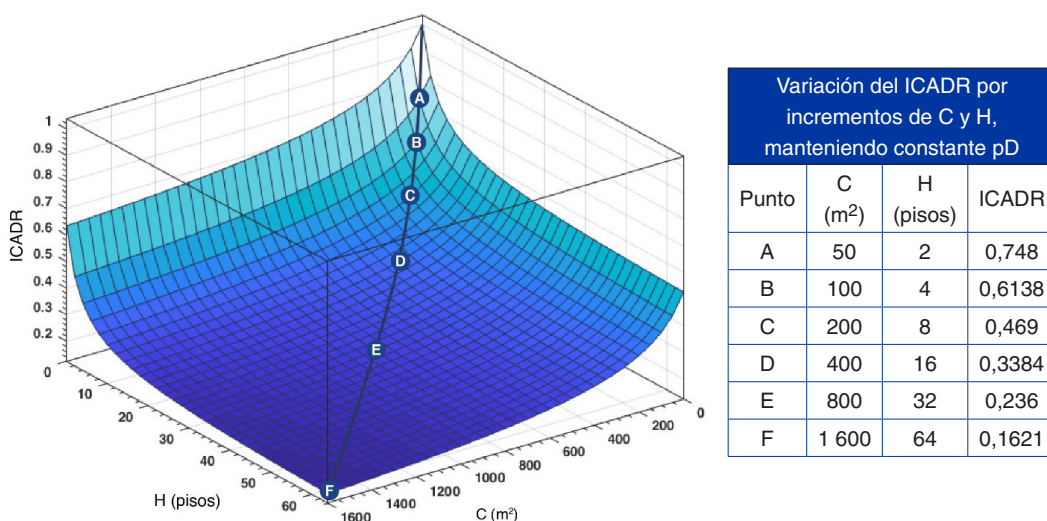
6.- La gráfica de la función ICADR = f(C, H)

Se llama gráfica de una función f de dos variables al conjunto de todos los puntos del espacio con coordenadas (x, y, z) tales que (x, y) está en el dominio de f y $z = f(x, y)$. Llamando S' a la superficie que representa la gráfica de f , entonces:

$$S' = \{(x, y, z) : (x, y) \in \text{Dom}(f) \text{ } z = f(x, y)\} = \{(x, y, f(x, y)) : (x, y) \in \text{Dom}(f)\}$$

Así, la superficie en el espacio del ICADR = $f(C, H)$, se ha obtenido mediante un sistema de cómputo numérico y se aprecia en el Gráfico N° 14, construido manteniendo a pD constante e igual a 80 Hab, con el propósito justamente de evidenciar nuevamente el comportamiento del ICADR cuando varían C y H en un asentamiento determinado o se evalúan alternativas de densidades de población en el marco de la ordenación urbanística.

GRÁFICO N° 14



Su consideración ratifica lo ya expuesto en varios pasajes de la sustentación de estos modelos:

- El ICADR desciende al incrementarse la superficie media de construcción y también el número de pisos medio.
- La reducción de este indicador es mayor cuando tanto C y H tienden a cero, es decir, la pérdida de calidad ambiental es más acentuada en los rangos más bajos de estas variables, mostrando correspondencia con la transformación que ya sufre el medio físico natural —la naturaleza—, aún con actuaciones antrópicas referidas a la edificación que puedan ser calificadas de “menores” o “mínimas”.
- En el otro extremo, cuando C y H tienden al infinito, la reducción del ICADR continúa, pero a un ritmo o velocidad de cambio que se va aproximando a cero —la pendiente de la tangente, así lo demuestra—; significando esto entonces que en un medio urbano de muy baja calidad ambiental, incrementos sensibles de C y H ya no causan efectos notables.

7.- Ilustración de las relaciones entre las densidades poblacional y edificatoria, y su incidencia en el índice de calidad ambiental propuesto, ICADR

Es posible ilustrar estas relaciones y su incidencia en la calidad ambiental del espacio residencial, mediante el siguiente ejemplo y que considera —a manera de caso representativo—, a la edificación en altura destinada a la vivienda multifamiliar, adoptando los siguientes supuestos:

- a) $S = 0,3$ ha. Fracción representativa del espacio residencial de una determinada ciudad o asentamiento o de una zona de él y que contiene las superficies destinadas a un lote o parcela ($L'1 = 66\%$), a la red vial ($L'2 = 25\%$) y a las zonas o espacios verdes públicos ($L'3 = 9\%$), y en la que se emplaza una edificación para el uso vivienda.
- b) Por lo dicho, la superficie del lote o parcela = $L'1 = 2\,000\text{ m}^2$
- c) La población en S varía de 5 a 15 y 25 habitantes, y luego se va duplicando sucesivamente hasta 1 600.
- d) $C = 40\text{ m}^2/\text{Hab}$, que se mantiene constante por cuanto, bajo ciertos límites, en el espacio residencial de una ciudad o asentamiento o en una zona de él, este indicador podría tener un bajo grado de dispersión.
- e) c = superficie de construcción requerida
- f) c' = superficie de la edificación por piso. Se adopta como máximo $1\,000\text{ m}^2$, observando una planta de forma cuadrada.
- g) Por tanto el máximo coeficiente de ocupación del suelo —COS—, corresponde al 50%
- h) Se asume una misma dimensión para los retiros de la edificación respecto de los linderos del lote o parcela, por lo que considerando la superficie de ésta y la de emplazamiento de la edificación en la proporción indicada, tal retiro expresado en número de metros con hasta un decimal, es 6,5.
- i) H , varía entonces cumpliendo las condiciones impuestas por D , C y en consecuencia por las superficies de construcción requeridas y el máximo de $1\,000\text{ m}^2$ por piso; y,
- j) Para el cálculo de la tangente del ángulo de soleamiento entre edificaciones se considerará la suma de las longitudes de los retiros — r —, la cual será constante, esto es, 13 m.

La exposición también requiere la consideración de E y sus dos variantes —que se sustentan en detalle más adelante—, por lo que importará tener presente:

- E = unidades de espacio edificado por habitante
- E_1 = unidades E al menos con un frente o fachada al espacio abierto
- E_2 = unidades E sin ningún frente o fachada al espacio abierto

Los valores adoptados y los indicadores e índices resultantes y necesarios para esta exposición, se observan en el Cuadro N° 5 y su examen permite determinar comportamientos específicos del modelo en relación a sus dos componentes, ICADRH e ICADRV.

CUADRO N° 5

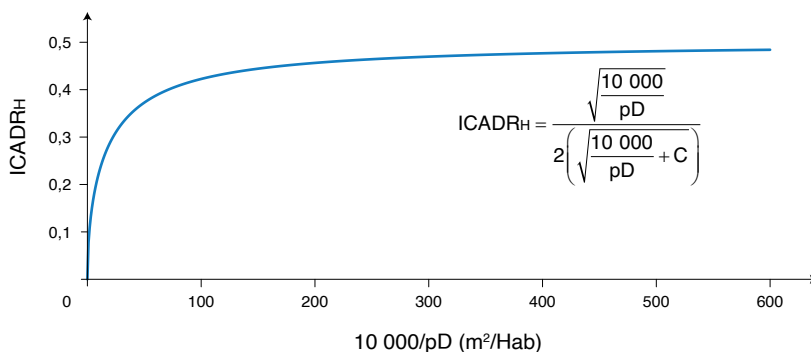
D, 10 000/pD, C, c, c', H, E1, E2, Tangente de α , C/H, ICADRH, ICADRV y Total, según Población en S.

Población (Hab) en S = 0,3 ha	D (Hab/ha)	10.000/pD (m ² /Hab)	C (m ² /Hab)	c(m ²)	c'(m ²)	H requerida (pisos)	E		Tangente α (3H/13)	C/H	ICADR		
							E1	E2			ICADRH	ICADRV	TOTAL
5	16	600	40	200	200	1	5	0	0,23	40	0,484122	0,445444	0,929566
15	50	200	40	600	600	1	15	0	0,23	40	0,456435	0,412496	0,868931
25	83	120	40	1 000	1 000	1	16	9	0,23	40	0,433013	0,392507	0,82552
50	166	60	40	2 000	1 000	2	32	18	0,461	20	0,387298	0,281754	0,669052
100	333	30	40	4 000	1 000	4	64	36	0,923	10	0,327327	0,156696	0,484023
200	666	15	40	8 000	1 000	8	128	72	1,846	5	0,261116	0,069476	0,330592
400	1 333	7,5	40	16 000	1 000	16	256	144	3,692	2,5	0,19868	0,026987	0,225667
800	2 666	3,75	40	32 000	1 000	32	512	288	7,384	1,25	0,146385	0,009886	0,156271
1 600	5 333	1,875	40	64 000	1 000	64	1 024	576	14,769	0,625	0,105802	0,003541	0,109343

En cuanto al ICADRH:

- Este índice es función de 10 000/pD y C, como se sabe, su valor máximo es 0,5 siempre y cuando esta última sea cero; por tanto, con valores cada vez mayores de 10 000/pD o en su caso, cada vez menores de C, la calidad ambiental se aproxima a dicho valor.
- Conforme aumenta la población de la unidad espacial considerada, también aumenta D en la misma proporción, disminuyendo a su vez la dotación de suelo por habitante, esto es: 10 000/pD, en forma inversamente proporcional.
- Puesto que en cambio C es constante mientras 10 000/pD disminuye, la calidad ambiental —ICADRH—, también se reduce —ver Gráfico N° 15—, pues una misma magnitud de superficie de construcción de edificaciones por habitante —C—, le corresponde o debe emplazarse —figuradamente, como abstrae el modelo en el espacio edificado por habitante E—, en una superficie de suelo cada vez más pequeña.

GRÁFICO N° 15

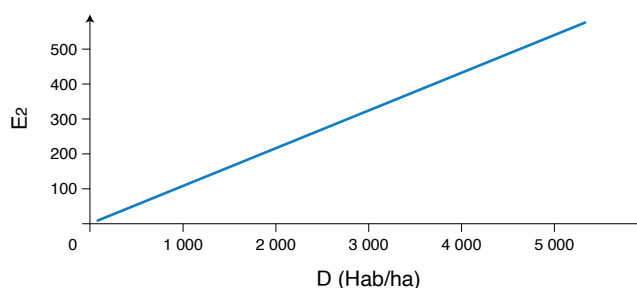


- Pero esta disminución del ICADRH, lleva implícita un mayor o menor deterioro de las condiciones de habitabilidad o ambientales del espacio edificado por habitante E, en cuanto a iluminación, ventilación, soleamiento y visuales exteriores, dependiendo sobre todo de la forma que adquiera la edificación y de su número de pisos, como se explica a continuación.

que si bien mantienen las mismas proporciones ya vistas en la densidad de población de 83 Hab/ha, demuestran la pérdida de calidad ambiental que va experimentando el espacio residencial en su conjunto por el incremento de E_2 , con causa a su vez en el aumento de la densidad poblacional, y que se muestra en la disminución del ICADR_H a 0,105802, en consecuencia, el índice sufre el significativo descenso de 0,327211 desde 0,433013 que registra el Cuadro N° 5 para $D = 83$ Hab/ha.

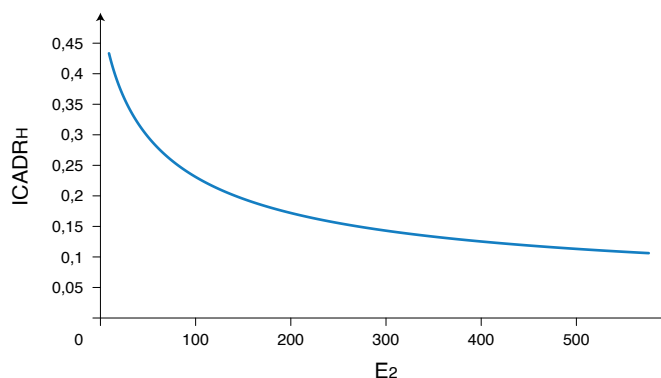
- j) Existe entonces una correspondencia entre el número de unidades E_2 y el ICADR_H, cuando la organización del espacio residencial se produce mediante la vivienda multifamiliar con edificaciones en altura, esto es, a mayor número de unidades de espacio edificado por habitante, sin ningún frente o fachada al espacio abierto, menor calidad ambiental. Más visiblemente tal relación puede ser explicada a partir nuevamente del reconocimiento de la información del Cuadro N° 5 sobre D y E_2 y también de su expresión directamente en el plano cartesiano en los términos que muestra el Gráfico N° 17; evidentemente, es el incremento de la densidad poblacional el que induce al apareamiento y posterior aumento de las unidades E_2 , por esto en el ejemplo solamente a partir de la densidad de 83 Hab./ha, E_2 tiene un valor: 9.

GRÁFICO N° 17



- k) Ahora y siguiendo el mismo camino, el Gráfico N° 18 da cuenta de la relación de las unidades E_2 y del ICADR_H. Un número cada vez menor de unidades E_2 supone una tendencia a los valores más altos de calidad ambiental, mientras que su aumento el descenso de ésta; pero al igual que la relación D e ICADR_H, los ritmos son distintos, pues si D y E_2 se van duplicando, la reducción de este índice es mucho más lenta. Altas densidades de población y de incrementos de la frecuencia de las unidades E_2 , se traducen en valores que acercan a la calidad ambiental a cero.

GRÁFICO N° 18



- l) Los valores de E_1 o en su caso E_2 pueden ser motivo de cálculo matemático, pues dado que c' es igual a la máxima superficie de construcción por piso y C no es más que la magnitud horizontal de las unidades E , observando el Gráfico N° 16 se deduce que para la forma en consideración se cumple:

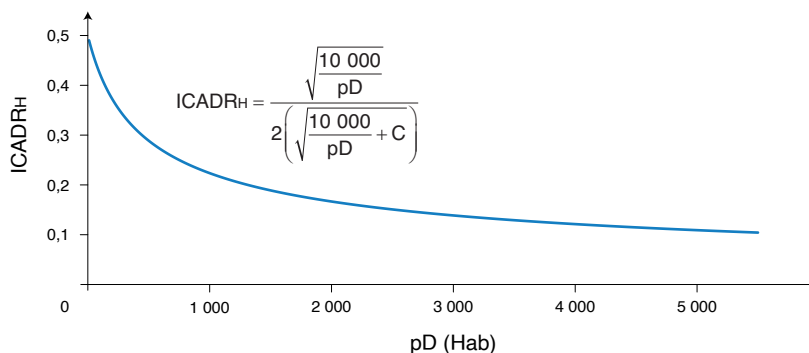
$$E_2 = \left(\frac{\sqrt{c'}}{\sqrt{C}} - 2 \right)^2$$

Así, en el caso del ejemplo:

$$E_2 = \left(\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{40}} - 2 \right)^2 = 9$$

- m) Igualmente el espacio edificado por habitante E perteneciente a la densidad extrema en los términos de la expresión espacial del modelo, tendrá las siguientes magnitudes: $10\,000/pD = 1,8 \text{ m}^2/\text{Hab}$; $H = 64$ pisos; y, $C/H = 40/64 = 0,625 \text{ m}^2$. Nótese que si la misma superficie de construcción por piso: $1\,000 \text{ m}^2$, se divide ahora para $0,625 \text{ m}^2$, puede alojar en estas nuevas condiciones $1\,600$ unidades E , esto es, una cantidad igual a la población asentada en $S = 0,3 \text{ ha}$.
- n) Se puede concluir esta parte del análisis del primer término del modelo examinando conjuntamente el Cuadro N° 5 y el Gráfico N° 19 —que relaciona a pD y al $ICADR_H$ —, para obtener una visión de alcance general. Conforme crece la población de la densidad, va en merma la calidad ambiental, pero este descenso siendo muy lento hasta cuando $pD = 83 \text{ Hab}$, se acelera en el intervalo que tiene más o menos de extremo a $pD = 1\,333 \text{ Hab}$, para luego volver a disminuciones más pausadas.

GRÁFICO N° 19



En la práctica, la presencia de unidades E_2 se traduce principalmente en:

- a) La potencial generación de locales habitables de la vivienda —salas, comedores, dormitorios, salas de estar, estudios u oficinas—, sin iluminación y ventilación naturales, al carecer de vanos que permitan recibir aire y luz directamente desde el exterior. Esta misma debilidad se puede hacer extensiva con mayor intensidad en el caso de los locales no habitables de la vivienda —cocinas, cuartos de baño, de lavar, planchar, despensas, reposterías, vestidores, cajas de escaleras, galerías, pasillos y similares—.

- b) La falta de asoleamiento o soleamiento, esto es, del ingreso del sol en los locales de la vivienda —particularmente en los calificados como habitables—, para garantizar el confort higrotérmico y aprovechar las propiedades bactericidas de los rayos infrarrojos, constituye otra debilidad que pueden causar las unidades E₂ adosados a los cuatro costados por la ya señalada ausencia de vanos.
- c) Por último, la falta de visuales exteriores, el contacto visual permanente con el exterior y en lo posible a paisajes de calidad, se suma también a los potenciales impactos ambientales negativos debidos a la presencia de las citadas unidades E₂.

Rebasando la exposición del ejemplo, es posible profundizar la indagación de las unidades edificadas por habitante E en la configuración del espacio residencial, manteniendo la planta cuadrada de la edificación, en los siguientes términos:

- a) Se puede expresar C en función de E₂ observando nuevamente las condiciones geométricas del Gráfico N° 16, pues:

$$c' = (E_2 + 4 \sqrt{E_2 + 4})C$$

entonces:

$$C = \frac{c'}{E_2 + 4 \sqrt{E_2 + 4}}$$

- b) Incorporando al modelo que calcula el ICADR_H esta expresión de C, se tiene:

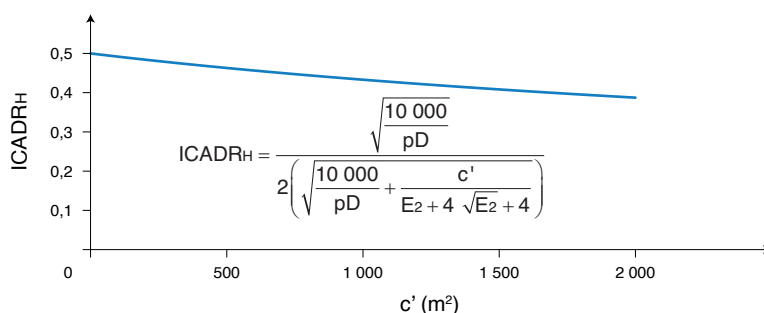
$$ICADR_H = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{pD}}}{2 \left(\sqrt{\frac{10\,000}{pD}} + \frac{c'}{E_2 + 4 \sqrt{E_2 + 4}} \right)}$$

En esta función, 10 000/pD y E₂ son covariantes, pues E₂ condiciona el tamaño de población por piso y ésta a su vez depende también de la densidad de población D, así resulta que si aumenta E₂ entonces 10 000/pD disminuye y a la inversa igual, sin importar en principio la magnitud de la superficie de construcción de la edificación.

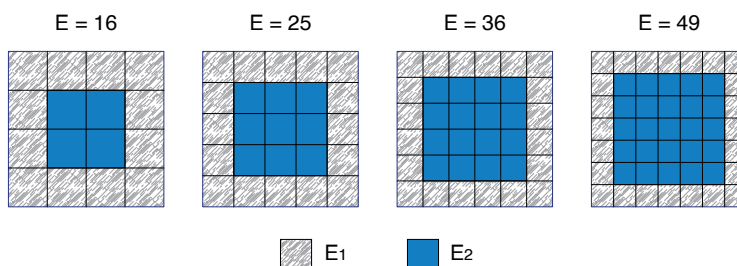
En aras de un análisis comprensible que permita mirar otra faceta de comportamiento del modelo, se opta por mantener en calidad de constantes 10 000/pD y E₂, por lo que c' será la variable independiente.

- c) Para el efecto se escoge del Cuadro N° 5 la población 25 Hab, a la misma que le corresponde D = 83 Hab/ha, y E₂ = 9; adicionalmente c' tendrá como valor máximo 2 000 m² —L'1 previsto en S—, es decir el COS podrá llegar al 100% con fines únicamente explicativos.
- d) El resultado del comportamiento del modelo se observa en el Gráfico N° 20, de cuyo estudio se desprende que conforme aumenta la superficie de construcción del piso, la calidad ambiental va disminuyendo; esto por cuanto si son constantes la población y en consecuencia E —y sus variantes E₁ y E₂—, es C la variable que en última instancia va en aumento, esto es, la superficie media de construcción de edificaciones por habitante (m²/Hab).

GRÁFICO N° 20



- e) Entonces, la pérdida de calidad ambiental obedece al aumento de la superficie horizontal del espacio edificado por habitante — E —, pero sin que se alteren las condiciones generales del conjunto de las unidades E requeridas por la densidad de población, para el aprovechamiento de la energía solar y del viento, con fines de iluminación, ventilación y soleamiento, y del paisaje.
- f) Entre las utilidades de esta versión del modelo que calcula el ICADRH, están la de estudiar con propósitos de evaluación del espacio residencial ya construido o de su ordenación urbanística, el dimensionamiento de las superficies de construcción de las edificaciones considerando su capacidad de acogida de población en términos de D y C , las condiciones habitabilidad de las unidades de vivienda dadas por las unidades E_2 y la calidad ambiental resultante.
- g) Podrían cambiar las proporciones de E_1 y E_2 , bien sea que se mantenga la superficie de construcción por piso o que ésta aumente o disminuya, cuestión que dependerá de la densidad de población D y del tamaño que asuma C .
- h) Manteniendo constante c' , si se incrementa la población a residir por piso —como consecuencia del aumento de D —, C disminuye y E_2 incrementará su proporción. En el caso del ejemplo, manteniendo constante $c' = 1\,000\,m^2$, si la población por piso pasa de 25 a 36 habitantes, C disminuye de 40 a 27,777 m^2 y E_2 aumenta de 9 a 16; así, E_1 equivaldrá al 55% y E_2 al 45%. Más todavía, si el aumento es a 49 habitantes, la proporción de E_2 —51%—, supera a la de E_1 .



- i) En la otra vía, resulta comprensible que manteniendo constante c' y si disminuye la población por piso, es decir se reduce la densidad de población, C aumenta y merma E_2 . Por esto, si tal población pasa de 25 a 16 habitantes, C aumenta a 62,5 m^2 y E_2 se reduce al 25%.

- j) Si en cambio aumenta la población por piso —causado por el incremento de la densidad de población—, y C es constante, la superficie de construcción por piso obligatoriamente se incrementa, superando el COS máximo admitido, tendiendo a ocupar los retiros previstos a más de que la proporción de E₂ aumenta muy rápidamente.
- k) Todas estas opciones son oportunas en términos de la configuración de la planta baja o primer piso de la edificación, la que a su vez supone una determinada calidad ambiental de partida en términos del ICADR_H, pues como ha ocurrido en el ejemplo, conforme ella va incrementando su altura sobrevienen mermas de este índice y el correspondiente incremento de las unidades E₂.
- l) Se podría argumentar en contrario señalando que la edificación adquiriera una forma que posibilite que todas las unidades E tengan al menos un frente o fachada al espacio abierto, pero esto supone que ella alcance proporciones técnicamente inadmisibles, pues sus lados en el caso del ejemplo con la población de 25 Hab. y C = 40 m², tendrían estas dimensiones:

$$\text{Lado mayor} = (\sqrt{40})12,5 = 79 \text{ m}$$

$$\text{Lado menor} = (\sqrt{40})2 = 12,7 \text{ m}$$

$$\text{Superficie} = 1\,000 \text{ m}^2$$

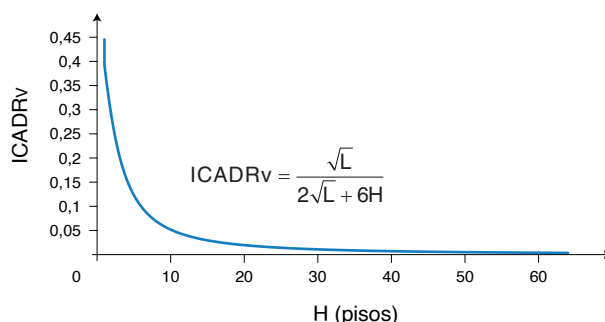
- m) Ciertamente, manteniendo constantes el COS del 50% —esto es, la superficie de emplazamiento de la edificación—, H y C, las proporciones de E₁ y E₂ podrían variar si cambia la forma de la edificación, pues debe tomarse en cuenta que la planta cuadrada genera el mayor número de unidades E₂ y que éstas disminuyen en tanto la edificación vaya asumiendo una forma rectangular con una proporción frente/fondo cada vez menor.
- n) No obstante, la edificación cuadrada tiene el menor perímetro para una misma superficie, conduce a un mayor aprovechamiento del suelo si el lote mantiene la misma forma —ver Modelos A3 de esta obra—, de ahí que el espacio edificado por habitante E se compacte en esta forma de edificación. A su vez, la forma rectangular, particularmente cuando se reduce la proporción frente/fondo, a más de suponer un menor aprovechamiento del suelo, tiene también implicaciones negativas en los órdenes funcional y económico.
- o) En la medida que los análisis anteriores se refieren al tipo de implantación de la edificación aislada, los resultados pueden ser sustancialmente diferentes si cambia esta forma de implantación a la edificación continua —por tanto se eliminan los retiros laterales—, y entonces la proporción de E₂ se incrementa. Así en el caso del ejemplo en estudio, de las 25 unidades E por planta solamente 10 tendrían frente al espacio abierto, esto es, el 40%.

En cuanto al ICADR_v:

- a) Este índice es función de 10 000/pD y H, su valor máximo también es 0,5 siempre que esta última sea cero, por esto con valores cada vez mayores de 10 000/pD o en su caso, cada vez menores de H, la calidad ambiental se acerca a dicho valor.

- b) Analizando el Cuadro N° 5 y con origen en el aumento de D, se determina no solamente que conforme disminuye 10 000/pD, la calidad ambiental —ICADRV—, asimismo se reduce, sino que este comportamiento también es el resultado del incremento de la altura de la edificación —H—, ver Gráfico N° 21 y que lleva a la disminución de la relación C/H y al crecimiento inversamente proporcional de la altura del espacio edificado por habitante E; una vez que la superficie de construcción requerida, supera a la máxima superficie de construcción de la edificación admitida para el primer piso y los siguientes.

GRÁFICO N° 21



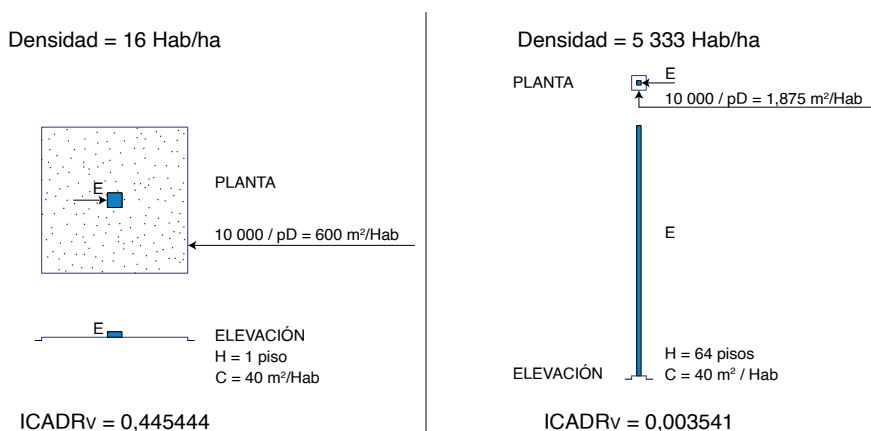
- c) Por esto, en el caso de las densidades de población 50, 83 y 5 333 Hab/ha, consideradas a propósito del ICADRV, se observa que mientras para 50 Hab/ha, la edificación es de un piso —H—, el ICADRV es 0,412496; para 83 Hab/ha, se requiere asimismo un piso como altura mínima y el ICADRV desciende a 0,392507, imputable enteramente a la disminución de 10 000/pD; en tanto que para el extremo, la densidad de 5 333 Hab/ha, es necesaria una edificación de 64 pisos y el ICADRV merma notablemente a 0,003541 por la densidad edificatoria que soporta 10 000/pD = 1,875 m²/Hab.
- d) Sobre este gráfico se ha de precisar que los valores del ICADRV tomados del Cuadro N° 5, son el resultado de la variación de 10 000/pD —por tanto de la densidad de población—, y de H; es decir, la función que calcula el ICADRV tiene dos variables y su representación gráfica es una superficie en el espacio tridimensional; por este motivo se optó por relacionar con fines ilustrativos, directamente en el plano cartesiano los valores de H y del ICADRV.

En el Gráfico N° 22 a su vez se intenta comparar para las densidades extremas contempladas en este ejemplo, esto es, D = 16 y 5 333 Hab/ha, las formas que alcanza en uno y otro caso el espacio edificado por habitante E, observando la geometría adoptada.

- e) Esta situación puede ser vista también a través del coeficiente de utilización del suelo o CUS, —ya expuesto en otros modelos de esta obra—, y que puede usarse para dar cuenta de la relación de la superficie de construcción de edificaciones por habitante, C = 40 m², con 10 000/pD; para las tres densidades en mención los resultados son: 30% para 50 Hab/ha, 50% para 83 Hab/ha y 3 200% para 5 333 Hab/ha.
- f) Así, en el marco de las cifras expuestas se ha considerar que la altura de la edificación incide en la calidad ambiental del espacio residencial empezando por su mayor o

menor impacto en la “escala humana” y por esto se justifica reiterar las palabras de Gehl (2006), ya citadas en los Modelos F1: “*los edificios bajos situados a lo largo de una calle están en armonía con el modo en que la gente se desplaza y con la manera en que funcionan los sentidos, a diferencia de los edificios altos, que no lo están*” (p. 111).

GRÁFICO N° 22



- g) En esta perspectiva, la exposición hecha en esta obra —en los modelos ya indicados—, en cuanto a las implicaciones ambientales de la llamada “edificación en altura”, son enteramente aplicables al ICADRv, de las cuales vale insistir asimismo las relativas a las condiciones de habitabilidad o ambientales del espacio edificado por habitante E, en cuanto a iluminación, ventilación, soleamiento y visuales exteriores, pero esta vez debidas a la tangente del ángulo de soleamiento.
- h) Efectivamente, reconociendo que el aprovechamiento integral de los usos activos y pasivos del sol y el viento, tratándose de los predios edificados de las ciudades, depende en gran medida de la altura de las edificaciones y de la separación que mantengan, la tangente del ángulo de soleamiento — H/r —, es justamente un indicador que al relacionar tales variables, da cuenta en buena forma de la mayor o menor aptitud de éstas para tal aprovechamiento y su impacto en las condiciones de habitabilidad de los predios y específicamente en el caso de la vivienda, del espacio edificado por habitante E. Así la aptitud en cuestión en el orden matemático, podría ser estimada como inversamente proporcional al valor de la referida tangente.
- i) En esta perspectiva, observando el Cuadro N° 5 se comprueba que si se mantiene constante r , a mayor número de pisos, mayor tangente del ángulo de soleamiento q en una proporción igual al incremento del número de pisos.
- j) Si, como ya se ha dicho en otros modelos de esta obra, una tangente máxima deseable sería la igual a uno —en consecuencia las edificaciones se separan tanto como su altura—, esta condición la cumplen las edificaciones de hasta cuatro pisos; reduciendo la tangente al 50%, esto es, a $1/2 = 0,5$ —las edificaciones se distancian la mitad de su altura—, y solamente se consigue que las de hasta ocho pisos, queden comprendidos por este límite. Para las alturas mayores, la referida tangente alcanza valores técnica y ambientalmente inaceptables.

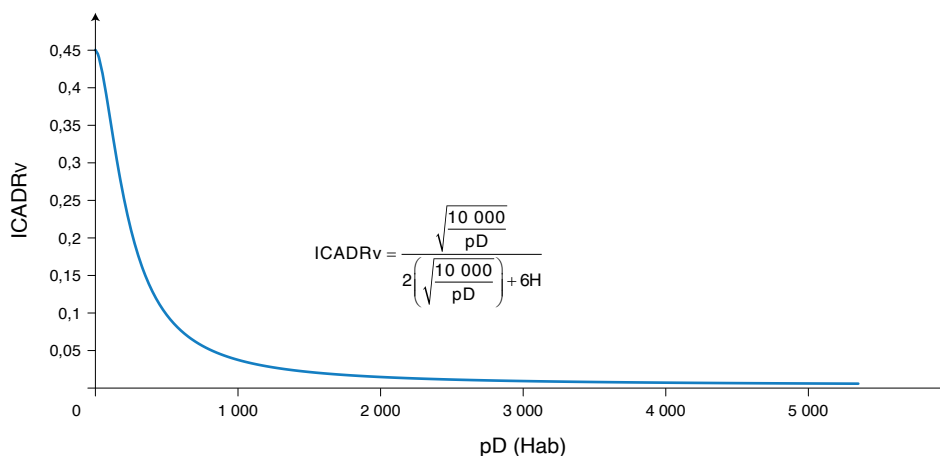
- k) El ICADRV, recoge este comportamiento, pues si $H = (\operatorname{tg} \alpha)(r)$ es reemplazada en su expresión matemática, se tiene:

$$\text{ICADRV} = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{pD}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{pD}} + 6(\operatorname{tg} \alpha)(r)\right)}$$

- l) Como consta en el Cuadro N° 5, el ICADRV es el resultado también de la variación de $10\,000/pD$ —por tanto de la densidad de población—, y de la $\operatorname{tg} \alpha$, es decir se trata nuevamente de una función con dos variables, relacionando simplemente en el plano cartesiano los valores de la $\operatorname{tg} \alpha$ y del ICADRV, se reproduce —como era esperable—, el Gráfico N° 21.
- m) La utilidad de esta expresión del ICADRV, es mostrar en el marco de las condiciones impuestas, la importancia de la tangente del ángulo de soleamiento en la calidad ambiental del espacio residencial y el menoscabo que ésta sufre cuando se producen incrementos del número de pisos de las edificaciones en un mismo lote o parcela o en su caso de las superficies de construcción de los pisos. Obviamente se trata de una expresión válida para estudios de la ciudad ya construida y con fines de ordenación urbanística.
- n) Pero otro de los factores ambientales directamente afectados por la altura de la edificación —y en consecuencia, en el espacio residencial, por la altura del espacio edificado por habitante, E —, es el paisaje; recurso cada vez más escaso, difícilmente renovable y fácilmente depreciable —entre otros, por esta altura justamente—, y cuyo carácter y significado determinan su función testimonial.
- o) Así, tratándose de una edificación destinada al uso vivienda, la magnitud del espacio residencial potencialmente alterado y las condiciones de visibilidad, en buena medida quedan fijadas por la altura que ella adquiera, de aquí su importancia en la incidencia visual como parámetro para ponderar esta variable.
- p) En cuanto al impacto de la edificación en el valor estético del espacio residencial asimismo virtualmente afectado —y que casi siempre es motivo de estimación con ayuda del parámetro valor del paisaje—, no cabe duda que la altura de ella tiene también una incidencia significativa en los efectos de tal impacto.
- q) Lo mismo puede decirse si se considera la capacidad de respuesta del espacio residencial potencialmente alterado por el emplazamiento de una edificación, en el sentido de su fragilidad o vulnerabilidad visual —en otras palabras, el potencial del paisaje para absorber o ser visualmente perturbado—; pues la altura que ella alcance, condiciona fuertemente tal capacidad.
- r) Para terminar el análisis del segundo término del modelo conviene examinar conjuntamente el Cuadro N° 5 y el Gráfico N° 23 —que relaciona a pD y al ICADRV, bajo las mismas condiciones indicadas para el Gráfico N° 21—, y que permite obtener igualmente un enfoque de alcance más amplio. Conforme aumenta la población de la densidad, va mermando la calidad ambiental; pero este declive siendo muy lento

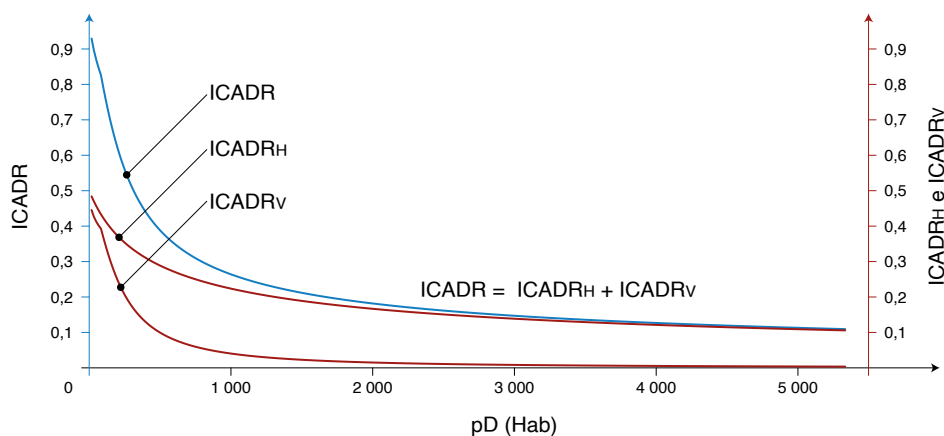
a lo sumo hasta cuando $pD = 83$ Hab, se va acelerando en el intervalo que tiene más o menos de extremo a $pD = 1\,333$ Hab, para luego regresar a disminuciones más pausadas asimismo.

GRÁFICO N° 23



Finalmente, en el Cuadro N° 5 se observan los $ICADR$ de las diferentes densidades, resultantes de la adición de sus respectivos $ICADR_H$, e $ICADR_v$ y en el Gráfico N° 24 las curvas correspondientes. Como se podrá observar, bajo los supuestos de partida, la pérdida de calidad ambiental es más acelerada en el segundo término del modelo — $ICADR_v$ —, por la reducción de $10\,000/pD$ y el incremento simultáneo de la altura de la edificación; siendo más lenta entonces en el primer término — $ICADR_H$ —, por la reducción únicamente de $10\,000/pD$, pues C es constante. Como consecuencia, la curva del $ICADR$, esto es, el total de la calidad ambiental, se aproxima con mucha notoriedad a la del primer término del modelo, a partir de la $pD = 1\,333$ Hab.

GRÁFICO N° 24



8.- Aplicación del ICADR

8.1.- En estudios o investigaciones

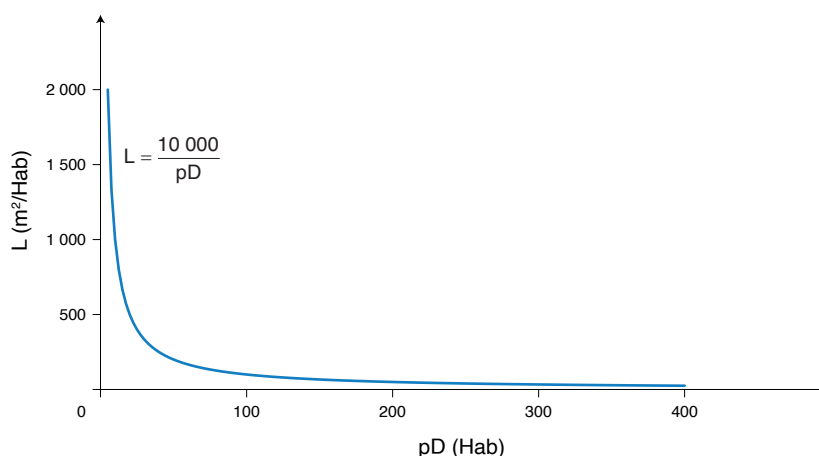
Existen dos ámbitos generales de aplicación del índice propuesto. Por una parte, puede ser empleado en estudios o investigaciones de la calidad ambiental del espacio residencial del sistema de asentamientos de un determinado territorio —una región por ejemplo—, a partir del establecimiento del ICADR correspondiente a cada ciudad o asentamiento. En tanto que para un asentamiento en particular, el ICADR podría estudiarse partiendo del cálculo en relación a la totalidad de su espacio residencial, luego en análisis comparativos de zonas y en extremo de manzanas.

En este marco, a más del estudio sobre la evolución y situación misma de la ciudad en cuanto a este índice, su empleo también puede ser útil en estudios específicos sobre la segregación socio espacial, la habitabilidad urbana, la compacidad y dispersión de la ciudad, la sustentabilidad urbana, la renovación y conservación urbana, la resiliencia de la ciudad, entre otros.

Para el efecto es necesario indagar sobre la relación entre pD y L , esto es, entre la población de la densidad y la dotación media de suelo por habitante, considerando que $L = (10\,000/pD)$, y que esta última variable —como ya se mencionó en los párrafos iniciales de la exposición de este modelo—, es igual a $L_1 + L_2 + L_3$.

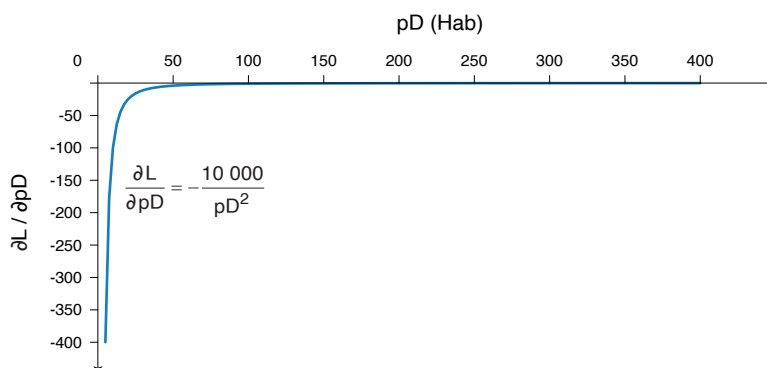
La representación de la función $L = (10\,000/pD)$ se observa en el Gráfico N° 25, por lo que si pD crece, L disminuye, pero este comportamiento tiene un ritmo de cambio marcadamente distinto, pues desde $pD = 5$ Hab y $L = 2\,000$ m²/Hab, hasta $pD = 100$ Hab y $L = 100$ m²/Hab —en términos aproximados—, es notablemente mayor al que se observa con valores de pD mayores y hacia el infinito, $L = 0$.

GRÁFICO N° 25



La derivada de $L = 10\,000/pD$, es $\partial L/\partial pD = -10\,000/pD^2$ —ver Gráfico N° 26—, y evidencia con propiedad lo dicho, pues siendo la pendiente negativa para todo valor positivo de pD , ella se acentúa conforme esta variable se acerca a cero, aproximadamente desde $pD = 15$ Hab. Desde este valor y en dirección contraria hasta $pD = 50$ Hab la pendiente va disminuyendo mucho más lentamente, pero a partir $pD = 100$ Hab este comportamiento se mantiene pero con diferencias que tienden a cero.

GRÁFICO N° 26



Se puede advertir entonces —en coherencia con las reflexiones anteriores—, que si a la $pD = 100$ Hab le corresponde el valor de $L = 100$ m²/Hab, esta superficie ya muestra las primeras restricciones para acoger las superficies requeridas por L_1 , L_2 y L_3 en una ciudad, y si bien esta apreciación en ningún caso pretende generalizarse, vale notar que su descenso hasta 50 m²/Hab cuando $pD = 200$ Hab es crucial, pues disminuciones mayores suponen la constitución de calidades ambientales ciertamente inadmisibles.

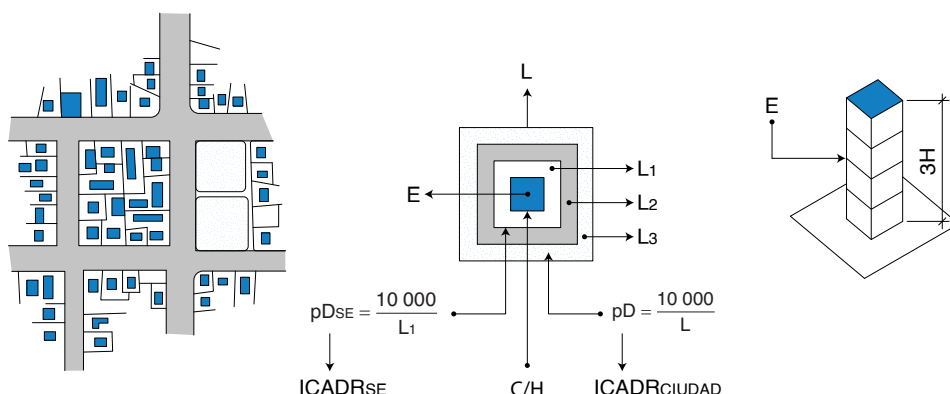
En términos de situaciones concretas el aumento de L puede suponer el incremento de L_1 , L_2 y L_3 , pero obligatoriamente de al menos de una de estas superficies de suelo por habitante y análogamente si disminuye; pero es más importante notar que para una misma L , las magnitudes de sus componentes pueden ser distintos, por lo que los espacios residenciales de dos o más ciudades o en su caso zonas de ellos, de distinto tamaño pero con igual dotación media de suelo por habitante, esto es L , mostrarían valores de L_1 , L_2 y L_3 más o menos diferentes. Por esto, si bien los ICADR de tales unidades espaciales podrían alcanzar hasta el mismo valor, los correspondientes a los respectivos suelos edificadas —esto es a sus L_1 —, serían en cambio distintos, asunto que amerita su consideración pormenorizada, empezando por lo que ocurre en el espacio residencial de un misma ciudad o asentamiento

Efectivamente, llamando:

ICADR _{CIUDAD}	= ICADR de la ciudad
ICADR _{SE}	= ICADR del suelo edificado
D	= densidad de población del espacio residencial
D _{SE}	= densidad de población del suelo edificado
pD	= población de la densidad del espacio residencial
pD_{SE}	= población de la densidad del suelo edificado

Se suman a las variables expuestas las ya conocidas C y H , siendo posible representar la abstracción concebida en la forma que contiene el Gráfico N° 27.

GRÁFICO N° 27



Si para una ciudad determinada se conocen con sustento en la información catastral urbana: $L = 125 \text{ m}^2/\text{Hab}$, $L_1 = 87 \text{ m}^2/\text{Hab}$, $C = 45 \text{ m}^2/\text{Hab}$ y $H = 4$ pisos, entonces $D = 80 \text{ Hab/ha}$ y $D_{SE} = 115 \text{ Hab/ha}$ y los ICADR antes señalados serán iguales a:

$$ICADR_{CIUDAD} = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{80}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{80}} + 45\right)} + \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{80}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{80}} + 6(4)\right)} = 0,669906$$

$$ICADR_{SE} = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{115}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{115}} + 45\right)} + \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{115}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{115}} + 6(4)\right)} = 0,624528$$

Estas cifras suscitan las siguientes apreciaciones:

- El $ICADR_{CIUDAD}$ es mayor al $ICADR_{SE}$, lo cual evidencia que la calidad ambiental del asentamiento, esto es, del territorio integrado por los suelos a los cuales se refieren los indicadores L_1 , L_2 y L_3 , es mayor al del suelo edificado, vale decir, al que alude específicamente el indicador L_1 .
- En el ejemplo considerado, el ICADR se reduce en 0,045378 —cerca de cinco centésimas de uno—, y si bien dependiendo de las magnitudes de los indicadores L_2 y L_3 —manteniendo constantes el $ICADR_{CIUDAD}$ y necesariamente C y H en las dos funciones—, tal cifra podrá ser mayor o menor, la calidad ambiental del asentamiento en lo fundamental quedará determinada por la que alcance el suelo edificado.
- Por tanto, tiene una notable trascendencia en la calidad ambiental del espacio residencial de un asentamiento, la magnitud del suelo destinado a lotes o parcelas y su aprovechamiento edificatorio.
- Pese a lo expuesto, no debería subestimarse —sino todo lo contrario—, la dotación de los espacios públicos urbanos —abiertos—, para el mejoramiento de la calidad ambiental de la ciudad, empezando por la propia red vial, cuyas superficies se restringen

a la aplicación de normativas sesgadas a la dimensión funcional, con ausencia de espacios verdes generosos en medianas, bandas para plantar y áreas estanciales.

Desde una perspectiva más general es posible observar el comportamiento de los ICADR en consideración variando L y L₁ y por tanto D y D_{SE}. Para el efecto se ha elaborado el Cuadro N° 6 —en el que L₁ ha sido estimado como el 70% de L—, y a partir de sus resultados los Gráficos N° 28 y 29.

CUADRO N° 6

Diferencia del ICADR_{SE} respecto del ICADR_{CIUDAD}, según magnitudes de L y L₁.

L	D	ICADR _{CIUDAD}	L ₁	D _{SE}	ICADR _{SE}	Diferencia
25	400	0,445866	17,5	571	0,393823	0,052043
50	200	0,548125	35	285	0,496195	0,05193
75	133	0,604872	52,5	190	0,5555	0,049372
100	100	0,6425	70	142	0,596318	0,046182
125	80	0,669906	87,5	114	0,625669	0,044237
150	66	0,69108	105	95	0,648943	0,042137
175	57	0,708117	122,5	81	0,668424	0,039693
200	50	0,722239	140	71	0,683892	0,038347

Así, es posible formular las siguientes reflexiones:

- Conforme aumenta L y L₁ disminuyen las correspondientes densidades que generan, esto es D y D_{SE}, respectivamente, en tanto que los ICADR van en incremento, pero éste en su magnitud va disminuyendo; por esto, el ICADR_{CIUDAD} al pasar L de 25 a 50 m²/Hab y D de 400 a 200 Hab/ha, aumenta en más de 10 centésimas, en tanto que en el otro extremo, al pasar L de 175 a 200 m²/Hab y D de 57 a 50 Hab/ha, crece solamente en algo más de un centésimo.
- Un mismo comportamiento muestra el incremento del ICADR_{SE} y él obedece sin duda a las proporciones del incremento de L y L₁ y del descenso de D y D_{SE}, como evidencian claramente las curvas de los Gráficos N° 28 y 29.
- Se requieren magnitudes de L superiores a 200 m²/Hab y densidades menores en consecuencia a 50 Hab/ha, para rebasar el 75% de la calidad ambiental uno, pero sin duda tratándose de áreas urbanas propiamente tales, esta densidad y su calidad ambiental ICADR_{CIUDAD} = 0,722239, considerando situaciones como la transformación del suelo rural en urbano, los costos de urbanización por habitante y el funcionamiento espacial de los equipamientos, entre otros, podrían constituir los referentes de la mayor calidad ambiental urbana posible, en los términos en la que ésta ha sido planteada en la presente obra.
- Lo dicho amerita matizar de todos modos, señalando que con la misma densidad de 50 Hab/ha, los incrementos de C y H significarían reducciones del ICADR_{CIUDAD}, en tanto que las disminuciones, aumentos de este índice.
- En cuanto a la reducción de la calidad ambiental en el suelo edificado, la última columna del Cuadro N° 6 cuantifica la misma con respecto al ICADR_{CIUDAD} y permite

precisar que cuando $L = 25 \text{ m}^2/\text{Hab}$, $D = 400 \text{ Hab/ha}$ y se asume $L_1 = 17,5 \text{ m}^2/\text{Hab}$ y en consecuencia $D_{SE} = 571 \text{ Hab/ha}$, la calidad ambiental expresada en el $ICADR_{CIUDAD} = 0,445866$ se reduce en $0,052043$, vale decir, en más del 11,6%, para dar lugar a un $ICADR_{SE} = 0,393823$.

- f) En el otro extremo, con $L = 200 \text{ m}^2/\text{Hab}$ y sus indicadores e índices subsecuentes, tal porcentaje corresponde al 5,3%; en consecuencia, la proporción de la reducción de la calidad ambiental va disminuyendo conforme aumenta L y L_1 y en tanto disminuyen D y D_{SE} .
- g) Por su parte, las curvas inferiores de los Gráficos N° 28 y 29 también indican que conforme aumentan L y L_1 , va disminuyendo la diferencia $ICADR_{CIUDAD} - ICADR_{SE}$, pero mientras crecen D y D_{SE} , también lo hace esta diferencia.

GRÁFICO N° 28

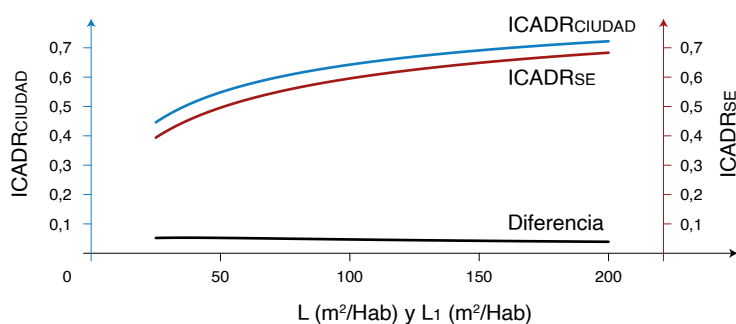
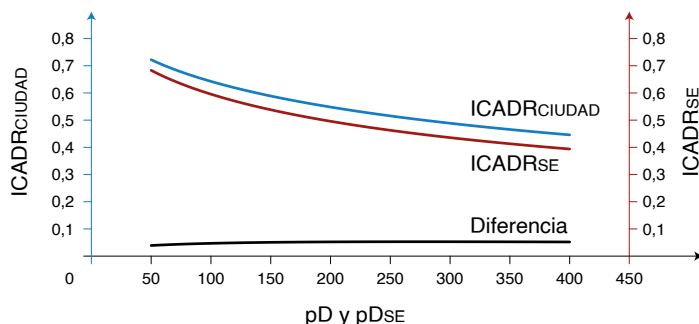


GRÁFICO N° 29



8.2.- En ordenación urbanística

Por otra parte, el $ICADR$ puede ser motivo de aplicación con fines de ordenación urbanística, para incidir en los procesos de renovación, consolidación y expansión de una ciudad, asociados sobre todo al uso vivienda; en el caso de los dos primeros, con miras a la adopción de medidas para frenar la pérdida de calidad ambiental, sostenerla o en su caso mejorarla, en las unidades de ordenación urbanística de la ciudad ya construida o en construcción, y en el caso del tercero —la expansión—, para la planificación de los asentamientos que receptorán las unidades de ordenación urbanística que se integrarán a la ciudad, considerando la calidad ambiental dada por las densidades poblacional y edificatoria que se prevén.

Profundizando la aplicación del ICADR para el tercer caso, es necesario partir recuperando los conceptos y la expresión matemática central relacionada con la densidad bruta (DB) y densidad neta (DN) ya expuestos en esta obra —ver Modelos E1—, concretamente:

$$DN = \frac{DB}{10\,000 - \{[b + DB(v)] + DB(e)\}} 10\,000$$

En la que:

b = superficie base para vías

v = superficie adicional para vías por habitante

e = superficie para equipamiento comunitario por habitante

Asumiendo para una unidad de ordenación urbanística determinada, una DB de 150 Hab/ha, para b = 1 600 m², v = 2 m²/Hab y, e = 10 m²/Hab; esto es, los valores ya aplicados en los modelos matemáticos señalados, se obtiene una DN = 227 Hab/ha.

En cuanto a la superficie media de construcción de edificaciones por habitante, se toman las siguientes dotaciones: 30 m² para vivienda, 2,5 m² imputables a circulaciones verticales y vestíbulos, 1 m² a los usos de suelo de comercio y servicios asociados a la vivienda, y 3 m² a los equipamientos. En cuanto a la altura de la edificación, se asumen cuatro pisos y en consecuencia la vivienda multifamiliar.

Además, se adoptan las siguientes denominaciones:

ICADRUOU = ICADR de la unidad de ordenación urbanística, considerada en su totalidad espacial.

ICADRSEV = ICADR del suelo edificable de la unidad de ordenación urbanística, es decir del suelo destinado a lotes y por tanto del que acoge la vivienda y los usos complementarios de comercio y servicios.

pDB = población de la densidad bruta

pDN = población de la densidad neta

Así, para el cálculo del ICADRUOU, se aplicará la pDB y C será igual a 36,5 m²/Hab; mientras que para el caso del ICADRSEV, se empleará la pDN y el indicador C igual a 33,5 m²/Hab. En relación a esta última cifra se supone, como generalmente ocurre, que los usos de suelo complementarios de comercio y servicios ocuparán las plantas bajas de las edificaciones.

Se tiene entonces:

$$ICADRUOU = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{150}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{150}} + 36,5\right)} + \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{150}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{150}} + 6(4)\right)} = 0,604338$$

$$ICADRSEV = \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{227}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{227}} + 33,5\right)} + \frac{\sqrt{\frac{10\,000}{227}}}{2\left(\sqrt{\frac{10\,000}{227}} + 6(4)\right)} = 0,554905$$

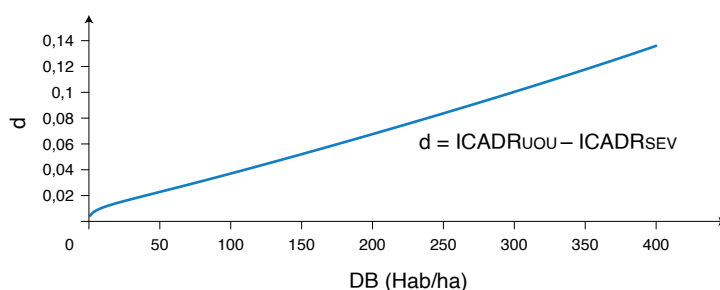
Cifras que ameritan los siguientes comentarios, en cierta forma análogos a los ya expuestos a propósito de la aplicación del ICADR en estudios o investigaciones:

- a) El $ICADR_{UOU}$ es mayor al $ICADR_{SEV}$, lo cual significa que la calidad ambiental del asentamiento, del cual forma parte el espacio público urbano —las vías y las áreas verdes en general: parques, plazas, plazoletas, etc.—, es mayor al del espacio residencial configurado por las parcelas o lotes —el suelo de tenencia privada—, y el marco edificado emplazado en éstos.
- b) En el ejemplo el ICADR se reduce en 0,049433 —casi cinco centésimas de uno—, y si bien dependiendo de las dotaciones de suelo para vías y equipamientos, manteniendo constante el $ICADR_{UOU}$ y obligatoriamente H en las dos funciones, esta cifra podrá ser mayor o menor, la calidad ambiental de una unidad de ordenación urbanística en lo sustancial quedará definida por la que alcance el ya señalado espacio residencial conformado en el suelo edificable.
- c) Siendo así, tiene entonces gran importancia el establecimiento de los indicadores, normas o estándares, relativos a la dotación de suelo para lotes o parcelas y a su aprovechamiento edificatorio, por su decisiva incidencia en la calidad ambiental de las unidades de ordenación urbanística destinadas a la función residencial.
- d) No obstante lo dicho, no pierde interés la dotación del espacio público urbano —abierto—, en todas sus formas, con miras al mejoramiento de la calidad ambiental de estas unidades de ordenación urbanística, especialmente de las destinadas a la vivienda de interés social, caracterizadas generalmente por la aplicación de dotaciones “mínimas” para vías y áreas verdes.

Por otra parte y tal como se vio en los Modelos E1, en tanto crece la DB, la DN también lo hace, pero más rápidamente y en esta medida entonces la diferencia entre el $ICADR_{UOU}$ y el $ICADR_{SEV}$ también será creciente, tal como muestra el Gráfico N° 30, elaborado manteniendo las mismas dotaciones ya señaladas para la determinación de la DN y C, así como la altura H en cuatro pisos.

Para una mayor comprensión del incremento de la diferencia de la calidad ambiental entre el $ICADR_{UOU}$ y el $ICADR_{SEV}$, en tanto aumenta DB, vale observar las cifras que se exponen en el Cuadro N° 7 considerando los valores de DB = 100, 200, 300 y 400 Hab/ha. La diferencia $ICADR_{UOU} - ICADR_{SEV}$, muestra un crecimiento con un ritmo cercano al constante, cuestión que el Gráfico N° 30 también lo evidencia; pero en términos relativos, los incrementos de la diferencia en cuestión tienden a disminuir por las magnitudes que va alcanzando ésta.

GRÁFICO N° 30



CUADRO N° 7

ICADRUOU – ICADRSEV, e incremento de la diferencia en la calidad ambiental, según densidad bruta.

DB (Hab/ha)	ICADRUOU – ICADRSEV	Incremento de la diferencia	
		Valor absoluto	%
100	0,035069	-	-
200	0,065162	0,030093	86
300	0,098595	0,033433	51
400	0,135758	0,037163	38

Avanzando en la aplicación del ICADR, a continuación se procede a establecer, confrontar y evaluar para una unidad de ordenación urbanística determinada, la variación que experimenta este índice para tres alternativas de dimensionamiento de lotes y aprovechamiento edificatorio, considerando los tipos de vivienda unifamiliar, bifamiliar y multifamiliar, propósito que requiere de partida mantener constantes en las tres formas de ocupación del suelo, las densidades bruta y neta.

Para el efecto y a fin de aligerar la exposición se adoptan las densidades ya establecidas en líneas anteriores, esto es:

DB = 150 Hab/ha

DN = 227 Hab/ha

Llamando:

CF = composición familiar

pCF = población de la composición familiar

V = superficie de suelo para lotes por unidad de vivienda

n = número de viviendas por lote

L'1 = superficie del lote

F = frente del lote

f = fondo del lote

Para determinar V y L'1, se aplicarán las siguientes expresiones:

$$V = \frac{10\,000(pCF)}{pDN}$$

$$L'1 = V(n)$$

Por otra parte, se asume:

- CF = 3 personas/familia y por tanto, pCF = 3
- Altura de la edificación: i) vivienda unifamiliar: 1 piso, ii) vivienda bifamiliar: 2 pisos y iii) vivienda multifamiliar, dos opciones: (A) cuatro viviendas por piso y edificaciones de cuatro pisos, y (B) cinco viviendas por piso y edificaciones de ocho pisos.

- c) Como superficie media de construcción de edificaciones por habitante para vivienda: 30 m² y mínima: 20 m².
- d) Para circulaciones verticales, vestíbulos e instalaciones especiales, las siguientes dotaciones: i) vivienda bifamiliar: 3 m²/Hab, ii) vivienda multifamiliar (A): 2,5 m²/Hab y iii) vivienda multifamiliar (B): 3,5 m²/Hab.
- e) En calidad de superficies medias de construcción de edificaciones por habitante para los usos de comercio y servicios complementarios a la vivienda: 1 m² y para equipamientos: 3 m².
- f) Que las edificaciones se separarán tanto como su altura y los retiros mínimos serán: i) frontal = 5 m y ii) lateral y posterior = 3 m.

En función de las premisas antes detalladas se ha procedido a establecer en su orden: el ICADRUOU, el ICADRSEV, los tamaños de los lotes, su configuración geométrica, los aprovechamientos edificatorios de éstos y finalmente el ICADRSEV_{mín} y el ICADRSEV_{máx}, para cada una de las tres formas de ocupación del suelo antes señaladas. Los resultados se observan en el Cuadro N° 8 y en los Gráficos N° 31, 32, 33 y 34; sin embargo, en forma previa a su análisis conviene efectuar las siguientes precisiones sobre algunos de ellos:

- a) Se ha optado por la forma rectangular para los lotes correspondientes a los tipos de vivienda unifamiliar y bifamiliar —en la proporción frente/fondo señalada—, y la cuadrada para la multifamiliar, por las ventajas de aprovechamiento edificatorio que procura esta forma, sobre todo en los lotes de tamaños considerables —como se ha demostrado en esta obra—.
- b) Los tipos de implantación de la edificación han sido establecidos considerando los más convenientes a los tamaños de los lotes y los que ofrecen las mejores condiciones de habitabilidad a las viviendas, especialmente en el caso de la vivienda multifamiliar.
- c) El ICADRSEV_{mín} es el índice del suelo edificable de la unidad de ordenación urbanística, con los máximos aprovechamientos edificatorios.
- d) El ICADRSEV_{máx} es el índice del suelo edificable de la unidad de ordenación urbanística, con los mínimos aprovechamientos edificatorios.

CUADRO N° 8

ICADRUOU, ICADRSEV, F, f, ICADRSEV_{mín} e ICADRSEV_{máx}, según tipo de vivienda.

TIPO DE VIVIENDA	ICADRUOU				ICADRSEV				Cálculo de F y f				ICADRSEV _{mín}				ICADRSEV _{máx}			
	pDB	C	H	valor	pDN	C	H	valor	L'1	F/f	F	f	pDN	C	H	valor	pDN	C	H	valor
Unifamiliar	150	34	1	0,77255	227	31	1	0,72742	132	0,5	8,1	16,3	227	36	1	0,71526	227	20	1	0,75901
Bifamiliar	150	37	2	0,68917	227	34	2	0,63824	264	0,5	11,4	22,8	227	56	2	0,59438	227	23	2	0,66788
Multifamiliar (A)	150	36,5	4	0,60439	227	33,5	4	0,55491	2112	1	45,9	45,9	227	96	4	0,45849	227	22,5	4	0,58486
Multifamiliar (B)	150	37,5	8	0,52692	227	34,5	8	0,48275	5280	1	72,6	72,6	227	157	8	0,34237	227	23,5	8	0,51061

GRÁFICO N° 31

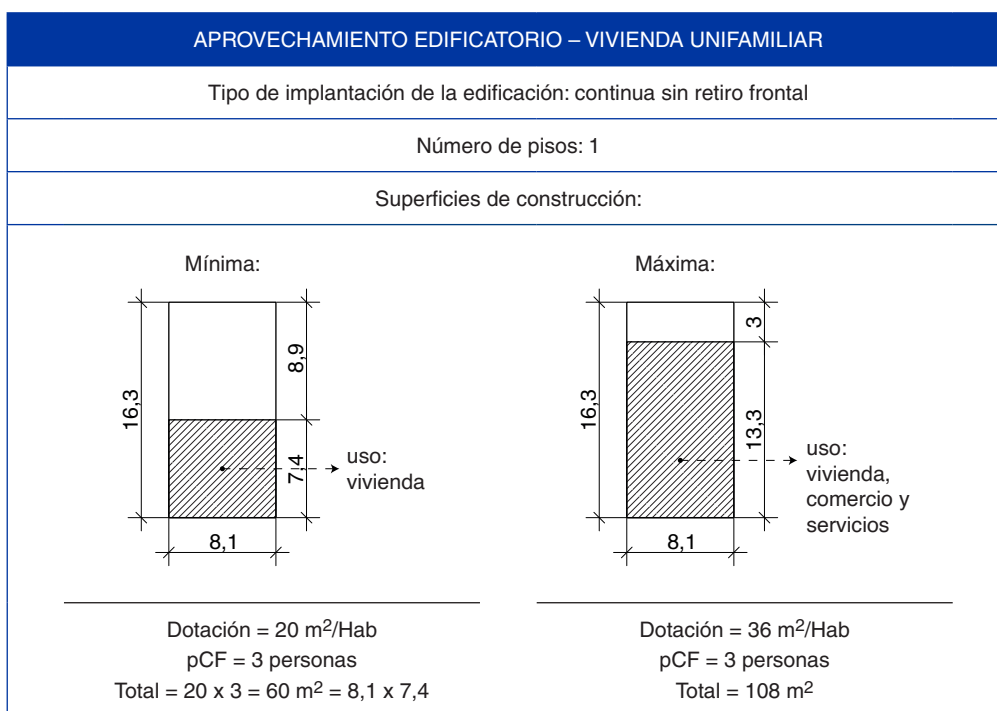


GRÁFICO N° 32

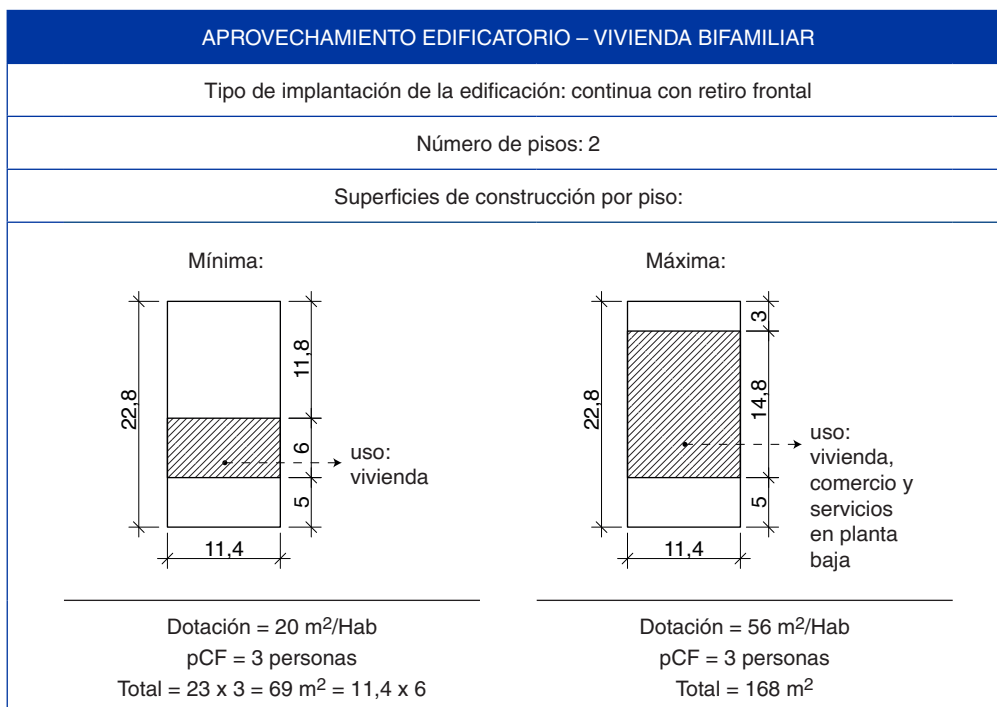


GRÁFICO N° 33

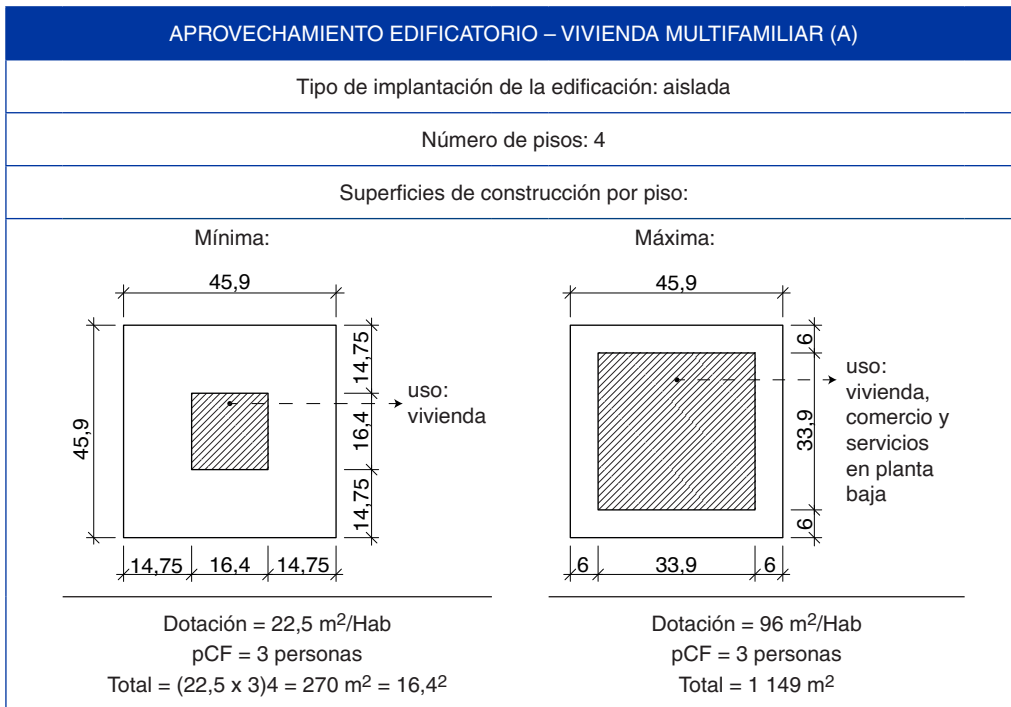
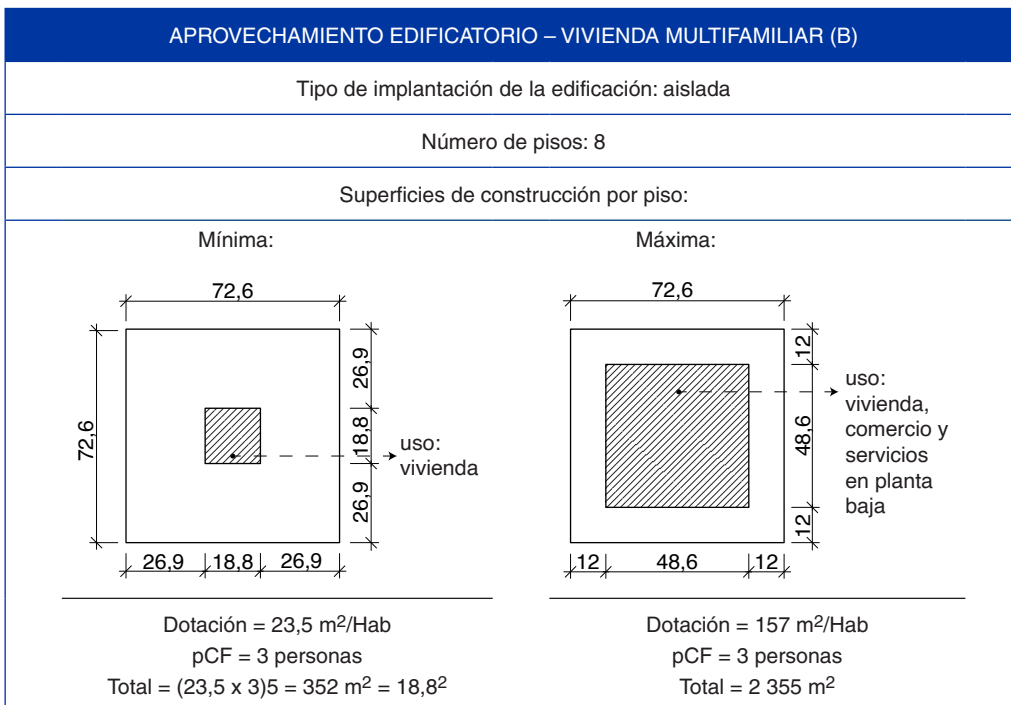


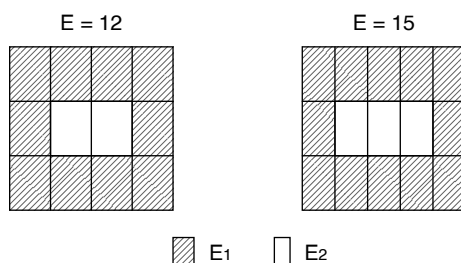
GRÁFICO N° 34



Del examen de los resultados se desprenden las siguientes conclusiones específicas:

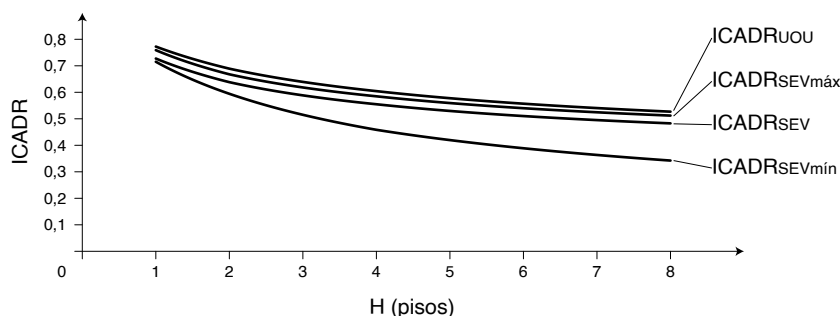
- a) Manteniendo constantes DN, DB y valores de C similares —puesto que el principal componente de esta variable, la superficie media de construcción de edificaciones por habitante para vivienda, se mantiene constante en los tres tipos de vivienda—, el ICADR_{UOU} y el ICADR_{SEV} disminuyen conforme se incrementa la altura de la edificación.
- b) Tal disminución en cierta forma es constante en ambos casos —e incluso muestra cifras parecidas entre éstos—, comportamiento que tiene relación con la duplicación que va experimentando el número de pisos a partir de uno.
- c) Así entonces, para unas mismas DB y DN, y dotaciones de C parecidas para los tipos de vivienda unifamiliar, bifamiliar y multifamiliar, la altura de la edificación correspondiente a los aprovechamientos adoptados se vuelve determinante en la calidad ambiental de una unidad de ordenación urbanística cualquiera.
- d) Si se establecen como parte de los indicadores destinados a regular la ocupación del suelo o aprovechamiento edificatorio, una superficie mínima de construcción de edificaciones por habitante para vivienda, los tipos de implantación de las edificaciones y sus retiros mínimos respecto de la vía de acceso y los linderos del lote —que deben ser esencialmente función de la altura de ellas—; es posible establecer unos aprovechamientos edificatorios máximos y mínimos, que se ilustran en los ya nombrados Gráficos N° 31, 32, 33 y 34.
- e) Los nuevos ICADR obtenidos dan cuenta obviamente que los aprovechamientos máximos conllevan a la reducción de los respectivos ICADR_{SEV}, que ésta crece fuertemente por el incremento que experimenta C conforme también aumenta la altura de la edificación, comportamiento que se adiciona a la ya señalada tendencia que impone esta última, dando como resultado los ICADR_{SEV}_{mín} que se observan en el Cuadro N° 8. En la reducción más drástica —en la edificación de ocho pisos—, supone pasar de 0,48275 a 0,34237, esto es, una disminución del 29% de la calidad ambiental.
- f) En el otro extremo, los aprovechamientos mínimos conducen al aumento de los respectivos ICADR_{SEV}, pero en proporciones muy menores, en la medida que las reducciones del valor C no son significativas y se mantiene la variación adoptada para la altura de la edificación. Los ICADR_{SEV}_{máx} obtenidos se muestran en el Cuadro N° 8, e indican que los incrementos son mayores conforme disminuye la altura de la edificación, sin que esto implique alterar la tendencia que impone ésta, por lo que en el caso de la edificación de un piso se pasa de 0,72742 a 0,75901, dando lugar a un incremento de apenas el 4% en la calidad ambiental.
- g) Revisando el ya mencionado cuadro, los extremos del ICADR corresponden al ICADR_{UOU} del tipo de vivienda unifamiliar, igual a 0,77255, en calidad de máximo, y al ICADR_{SEV}_{mín} de la vivienda multifamiliar, igual a 0,34237, en la condición de mínimo. Relacionando estas cifras, la primera es más del doble de la segunda, y sustancialmente es el resultado de: i) la reducción que experimenta en la calidad ambiental la unidad de ordenación urbanística al adoptar para la vivienda multifamiliar hasta cinco viviendas por piso y edificaciones de ocho pisos —el ICADR_{UOU} pasa de 0,77255 a 0,52692—, ii) la disminución que experimenta la calidad ambiental en el suelo edificable manteniendo este aprovechamiento —el ICADR_{SEV} es igual a 0,48275—; y, iii) la reducción debida al aprovechamiento edificatorio máximo que podría darse al lote observando los retiros mínimos adoptados —el ICADR_{SEV}_{mín} es 0,34237—.

- h) Los descensos de la calidad ambiental relativas a la vivienda multifamiliar en edificaciones de cuatro y ocho pisos, también encuentran una correspondencia con la generación de unidades de espacios edificados por habitante sin ningún frente o fachada al espacio abierto, esto es, de E_2 ; así por piso y asumiendo E una forma rectangular en su dimensión horizontal —en la planta cuadrada de las edificaciones—, se obtiene $E_2 = 2$ y $E_2 = 3$, respectivamente, de los totales $E = 12$ —pCF = 3 y cuatro viviendas por piso—, y $E = 15$ —pCF = 3 Hab y cinco viviendas por piso—. En consecuencia, en la edificación de 4 pisos habrán 8 E_2 y en la de 8 pisos 24 E_2 .



- i) Graficando las cuatro series del ICADR obtenidas para los tipos de vivienda en consideración, teniendo como variable independiente a la altura de la edificación, por la incidencia que finalmente se ha visto tiene en la calidad ambiental de una unidad de ordenación urbanística, respecto de la cual se mantienen constantes DB y DN, se genera la familia de curvas que muestra el Gráfico N° 35.

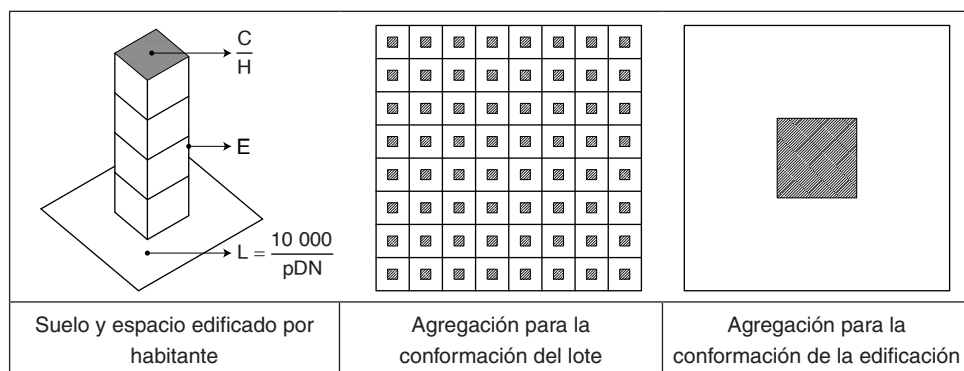
GRÁFICO N° 35



- j) Así, ratificando lo expuesto en líneas anteriores se observa que el $ICADRUOU$ alcanza las mayores calidades ambientales para la unidad de ordenación urbanística, seguido del $ICADRSEV_{máx}$ muy contiguo al anterior y sobre el $ICADRSEV$, por las disminuciones de C relacionadas con la adopción de la superficie mínima de construcción de edificaciones por habitante para vivienda. Cercanamente se encuentra el $ICADRSEV$ y manteniendo una distancia creciente de los anteriores aparece el $ICADRSEV_{mín}$, mismo que partiendo de valores semejantes con la edificación de un piso, tiene descensos bruscos conforme aumenta la altura de la edificación.
- k) Si $10\,000/pDN$ constituye la dotación de suelo para lotes por habitante, C la superficie media de construcción de edificaciones asimismo por habitante y H el número de pisos de las edificaciones, el modelo propuesto establece el $ICADRSEV$ mediante la abstracción ya conocida que se muestra en el Gráfico N° 36, por lo que adoptando un

número de habitantes por lote —y en consecuencia de viviendas—, así como de una proporción entre sus lados, es posible configurarlo por agregación y por este mismo medio la edificación.

GRÁFICO N° 36



- l) Efectivamente, el mencionado Gráfico N° 36 se ha elaborado considerando la alternativa ya expuesta de dimensionamiento de lotes y aprovechamiento edificatorio con la vivienda multifamiliar (A), esto es, cuatro viviendas por piso, edificaciones de cuatro pisos y pCF igual a tres; por tanto: $(10\,000/pDN) = (10\,000/227) = 44\,m^2$ y puesto que se asentarán 48 habitantes por lote, su superficie será $= (44)48 = 2\,112\,m^2$, la misma que adopta la forma cuadrada. Si $C = 33,5\,m^2/Hab$, $C/H = 33,5/4 = 8,375\,m^2$ y por tanto la superficie de construcción de edificaciones por piso $= (8,375)48 = 402\,m^2$. Nótese que $402\,m^2$ divididos por 12 habitantes por piso, reproduce $C = 33,5\,m^2/Hab$.
- m) A partir de las expresiones constantes en el Gráfico N° 36, los indicadores asociados al aprovechamiento edificatorio y que constituyen determinaciones de los planes de ordenación urbanística, como los coeficientes de ocupación y utilización del suelo —COS y CUS, tratados en los Modelos C de la Parte 2 de esta obra—, pueden ser enunciados en función de la pDN, C y H, y tomar la denominación asociada al ICADR; así:

$$COS_{ICADR} = \frac{\frac{C}{H}}{\frac{10\,000}{pDN}} (100)$$

por tanto,

$$COS_{ICADR} = \frac{pDN(C)}{100H}$$

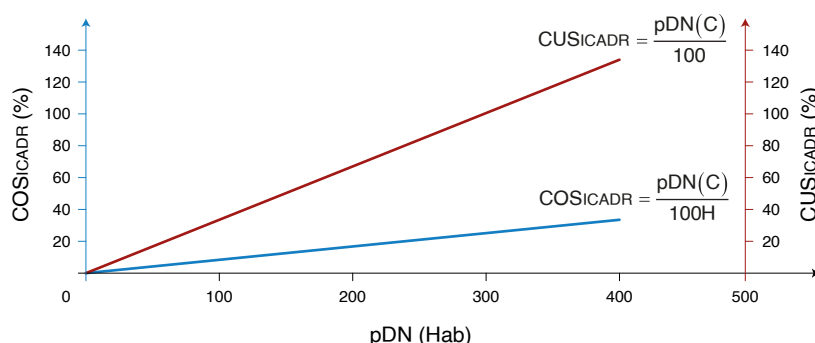
$$CUS_{ICADR} = \frac{\left(\frac{C}{H}\right)H}{\frac{10\,000}{pDN}} (100)$$

en consecuencia,

$$CUSiCADR = \frac{pDN(C)}{100}$$

- n) En el Gráfico N° 37 se muestran los comportamientos del COSiCADR y el CUSiCADR, variando la pDN y manteniendo constantes $C = 33,5 \text{ m}^2/\text{Hab}$ y $H = 4$ pisos. Resulta cierto que conforme se incrementa la pDN aumentan tales indicadores y que obviamente, para una misma pDN, el CUSiCADR es mayor al COSiCADR. Así en el caso del ejemplo, para $pDN = 227 \text{ Hab}$, $COSiCADR = 19\%$ y $CUSiCADR = 76\%$.

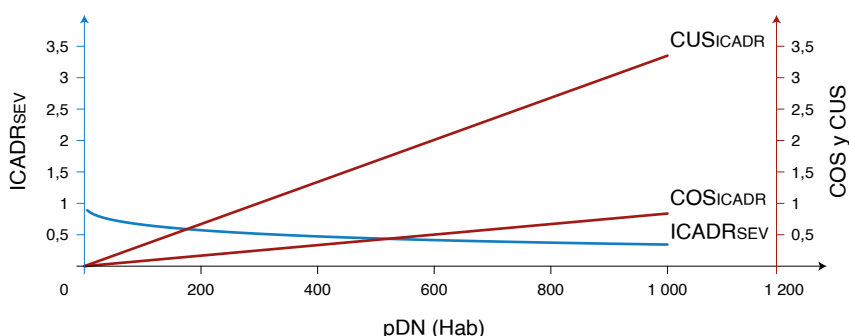
GRÁFICO N° 37



- o) De esta manera, al adquirir tales indicadores las expresiones en cuestión, a más de que vuelven más riguroso su cálculo, están llamados a concretar la consecución del ICADR_{SEV} establecido para una determinada unidad de ordenación urbanística; pues al igual que la densidad de población —que en materia de ordenación urbanística por sí misma no puede aplicarse, sino a través de otros indicadores como los tamaños de los lotes—, el ICADR_{SEV} requiere para su concreción del COSiCADR y el CUSiCADR en los términos expuestos.
- p) Normalmente y a fin de evitar densidades edificatorias o aprovechamientos del suelo indeseables, se regulan los COS y CUS máximos, por lo que sin perjuicio de establecer los referidos a la superficie media de construcción de edificaciones por habitante —con el fin de orientar las actuaciones urbanísticas—, estos límites pueden traducirse en normas. En el caso del ejemplo y tomando la dotación máxima constante en el Cuadro N° 8, esto es, $C = 96 \text{ m}^2/\text{Hab}$, el $COSiCADR_{\text{máx}} = 54,5\%$ y el $CUSiCADR_{\text{máx}} = 218\%$, cifras que en un caso práctico deberán redondearse.
- q) De existir edificaciones en un lote, el COSiCADR siempre será mayor a 0, pudiendo llegar a 1 en números absolutos, a su vez, el CUSiCADR puede ser superior a 1 y puesto que el ICADR_{SEV}, bajo la misma condición, será mayor a 0 y podría incrementarse a valores próximos a 1; entonces la curva del modelo ICADR_{SEV} y las rectas del COSiCADR y CUSiCADR se cortan como muestra el Gráfico N° 38 elaborado con las cifras del mismo ejemplo: $pDN = 227 \text{ Hab}$, $C = 33,5 \text{ m}^2/\text{Hab}$ y $H = 4$ pisos.
- r) De su consideración, se desprende que la primera intersección se produce cuando la pDN corresponde a 175 Hab y el CUSiCADR y el ICADR_{SEV} son iguales a 0,589501, y que desde estas coordenadas hacia el origen los valores del ICADR_{SEV} son mayores

a los del COSICADR y CUSICADR. Por su parte, la segunda intersección tiene lugar en una pDN significativamente alta: 520 Hab, en la que el ICADR_{SEV} y el COSICADR son iguales a 0,435701; entre estas intersecciones los valores del CUSICADR son mayores a los del ICADR_{SEV} y el COSICADR. Finalmente desde la segunda intersección hacia el infinito, los valores del CUSICADR y el COSICADR son mayores al ICADR_{SEV} en su orden.

GRÁFICO N° 38



- s) Así, mientras los COSICADR y CUSICADR tiendan a cero —conforme disminuye la pDN—, la calidad ambiental aumenta y por oposición, si estos indicadores se incrementan —conforme asimismo lo hace la pDN—, ella sufre deterioros; pero los ritmos son distintos, lento el descenso del ICADR_{SEV}, mayor el del ascenso del COSICADR y muy veloz el del CUSICADR.

9.- Conclusiones

A modo de conclusiones generales se pueden señalar:

- La densidad de población, indicador tradicionalmente usado en los análisis de la ciudad o áreas urbanas ya existentes y en la formulación y gestión de los instrumentos de ordenación urbanística —los planes—, da cuenta parcial de la presión que ejerce o ejercerá la población sobre el suelo, por lo menos con respecto a la edificación, pues una misma densidad de población puede referirse a densidades edificatorias muy distintas, pero que tienen en común acoger a la vivienda y a los usos de suelo complementarios.
- En las mismas perspectivas de investigación y ordenación ya citadas, se han utilizado indicadores como la altura de la edificación, su tipo de implantación, la magnitud de retiros y los coeficientes de ocupación y utilización del suelo, con la finalidad de evaluar y en su caso normar la densidad edificatoria de un asentamiento, pero sin la posibilidad de establecer con cierto rigor científico y técnico las implicaciones de ella en el espacio residencial del que forma parte.
- Así en el caso de la evaluación de la densidad edificatoria, ésta habitualmente no supera las expresiones genéricas referidas a las condiciones de habitabilidad de los predios y en el caso de la formación de normas se carece del medio para relacionar a la densidad edificatoria con la de población, con miras a que se condicionen mutuamente en función de objetivos específicos de ordenación urbanística.

- d) La calidad ambiental de una ciudad o asentamiento ha sido motivo de estudios y de la elaboración de modelos considerando diversas variables, casi todas ellas pertinentes, pero no han prestado atención a dos de sus principales dimensiones, la densidad de población y la densidad edificatoria, menos aún se han preocupado de la construcción de un indicador y más precisamente de un índice que las integre en la condición de variables, que permita relacionarlas y al mismo tiempo especificar la incidencia de cada una de ellas en la calidad ambiental del espacio residencial.
- e) Con tal propósito, esta obra propone un modelo para el cálculo del índice de calidad ambiental por las densidades poblacional y edificatoria del espacio residencial —ICADR, fundamentado en los Modelos F1, pues a partir de éstos, aplicados a un predio cualquiera, se han podido extrapolarlos al espacio residencial de una ciudad o asentamiento o a una zona de él.
- f) En cuanto a la ciudad ya construida, el modelo en sus expresiones ICADR_{CIUDAD} e ICADR_{SE}, podrá ser motivo de aplicación en estudios o investigaciones específicas sobre las densidades poblacional y edificatoria y su incidencia interrelacionada en la calidad ambiental del espacio residencial de la ciudad, que sin duda ofrecerán un análisis mucho más amplio que los que posibilitan la densidad de población y la densidad edificatoria considerados por separado, y por tanto sin descubrir sus relaciones mutuas.
- g) A su vez, el modelo puede adquirir la condición de medio que coadyuve a la profundización de los estudios o investigaciones sobre la ciudad ya señalados en el apartado 8.1 de estos modelos, en un aspecto o tema como la dimensión ambiental del espacio residencial vista desde las densidades en cuestión, pues constituye un factor prácticamente común a todos sus fenómenos y por tanto de los problemas que encierran, sobre todo por las intervenciones de hecho y derecho que han afectado fuertemente su calidad y que aparecen justificadas con eslóganes como: “la necesidad de densificar la ciudad”, “el mayor aprovechamiento del suelo”, “la prioridad del crecimiento compacto”, “la utilización racional de infraestructuras y servicios” y “el aprovechamiento del paisaje”, entre otros.
- h) En uno y otro caso, no ha de olvidarse que el objetivo de los modelos exploratorios es también volver a la realidad y determinar si una nueva posibilidad teóricamente establecida se está dando en ella, de aquí su cercanía al propósito de los modelos descriptivos con respecto a la ciudad, esto es, la comprensión de su realidad, el entendimiento de sus fenómenos y la descripción de las relaciones entre sus elementos relevantes.
- i) Desde la perspectiva de la ordenación urbanística, se estima que el modelo puede convertirse en primera instancia en una herramienta o recurso que ha de cumplir su función exploratoria, esto es, ponderar con respecto a una determinada unidad de ordenación urbanística, la densidad de población, la densidad edificatoria y la calidad ambiental resultante, en función de consideraciones generales y particulares, incluyendo en estas últimas las ambientales y las económico-sociales de los potenciales residentes. En un segundo momento puede adquirir la condición de modelo de planeamiento que se concretaría en las normas urbanísticas: ICAUD_{UOU}, ICAUD_{SEV}, COSICADU y CUSICADU, y que podrán evidenciar la calidad ambiental esperada en una unidad de ordenación urbanística, superando así las insuficiencias que al respecto tienen los procesos técnicos destinados a la formulación de las normas en cuestión.

Modelos F3

Determinación de un índice de calidad ambiental por la densidad edificatoria del espacio urbano

1.- Antecedentes

Mientras los Modelos F2 han abordado la construcción de un índice de calidad ambiental por las densidades de población y edificatoria del espacio residencial, esto es, el ICADR, en estos modelos se formula un índice de la misma condición o naturaleza, pero referido al conjunto del espacio urbano o ciudad y que también puede aplicarse a las zonas o áreas de ésta con predominancia de usos distintos al residencial. De esta forma, se pretende que este nuevo índice —que se denominará ICADU—, y el ICADR se complementen en la elaboración de estudios o investigaciones y en su caso en la redacción de los planes de ordenación urbanística.

Al respecto, en la ya mencionada obra “*SPACEMATRIX Space, Density and Urban Form*” y a la cual se vuelve a aludir por constituir —como se ha dicho asimismo en los Modelos F2—, uno de los recientes trabajos más contributivos sobre la densidad urbana, sus autores en forma previa al planteamiento del “*diagrama con enfoque multivariable*”, ponderan siguiendo a Marshall (2005), la dependencia mutua de la red vial y las manzanas que estructuran la ciudad, la importancia de esta red en la configuración del espacio público y de su contigüidad al permitir la vinculación o accesibilidad de conjunto que tiene tal unidad territorial —la ciudad—, y que esta continuidad se halla “atravesada” por la presencia de las parcelas o lotes privados.

Añaden, por una parte, que el “espacio construido” emplazado en las manzanas es productor de movimientos y flujos —causados, se entiende, por las actividades humanas que él acoge—,

y que deben ser atendidos por la red vial; y, por otra, que ésta en tanto espacio abierto permite el acceso de la luz a las edificaciones e incide en su privacidad, dependiendo del ancho de la red y del tamaño de las manzanas. Que cuando éstas tienen formas edificatorias compactas, pueden ser compensadas con anchos de vías mayores.

Sobre estas apreciaciones señalan a modo de conclusión que: *“Toda esta interrelación de la red, las manzanas y el volumen del edificio debería ser, por lo tanto, el núcleo de una nueva definición de densidad”* (Berghauser y Haupt, 2010, p. 87).

Coincidiendo con esta exposición, este modelo sobre la densidad edificatoria considera las superficies destinadas a las parcelas o lotes, a la red vial y a las zonas o espacios verdes, así como la altura de las edificaciones y sus superficies de construcción, pero estima de fundamental importancia relacionarlas a través de un índice sobre la calidad ambiental que generan en el conjunto de la ciudad o en sus unidades espaciales menores y en el propio suelo edificado —las parcelas o lotes—; pues el estudio de la densidad edificatoria y de otras expresiones sobre la densidad referida a la ciudad, al margen de la consideración explícita de su dimensión ambiental, la comprensión del fenómeno es realmente incompleta, más cuando hoy en día la investigación sobre ella y su ordenación urbanística, están cruzadas fuertemente, bajo las más diversas denominaciones y con el carácter de emergente, por tal dimensión.

Para concluir este preámbulo es importante advertir que en la exposición de este nuevo índice, por lo ya dicho, se omiten los análisis ya efectuados en los Modelos F2 y que son aplicables a éste, incluso en los Modelos F1.

En estos límites, se llamará en relación al espacio urbano o asentamiento o a una zona de él:

S	=	superficie o tamaño (ha)
L1	=	superficie media de suelo destinado a lotes o parcelas edificadas y no edificadas, por hectárea de suelo ocupada (m^2/ha). Sobre esta variable debe señalarse que la mayor o menor presencia de lotes o parcelas no edificadas, dependerá del grado de ocupación que presente un asentamiento o parte de él; esto es, puede tratarse de unidades espaciales ya consolidadas o en su caso en proceso de ocupación y aun en esta última condición en diferentes estadios.
L2	=	superficie media de suelo destinado a vías, por hectárea de suelo ocupada (m^2/ha)
L3	=	superficie media de suelo destinado a zonas o espacios verdes públicos, como plazas, parques, plazoletas y similares, por hectárea de suelo ocupada (m^2/ha)
L2 + L3	=	superficie media de suelo destinado a espacio público, por hectárea de suelo ocupada (m^2/ha)
L	=	hectárea de suelo ocupada = $L1 + L2 + L3 = 10\,000\,m^2$
CT	=	superficie total de construcción de edificaciones
C	=	superficie media de construcción de edificaciones por ha. Por tanto $C = CT/S$
H	=	número de pisos medio de las edificaciones
COS	=	coeficiente de ocupación del suelo = $(C/H)/10\,000$
CUS	=	coeficiente de utilización del suelo = $C/10\,000$ o en su caso = $H(COS)$, pues $C = 10\,000(COS)(H)$
ICADU	=	índice de calidad ambiental por la densidad edificatoria del espacio urbano

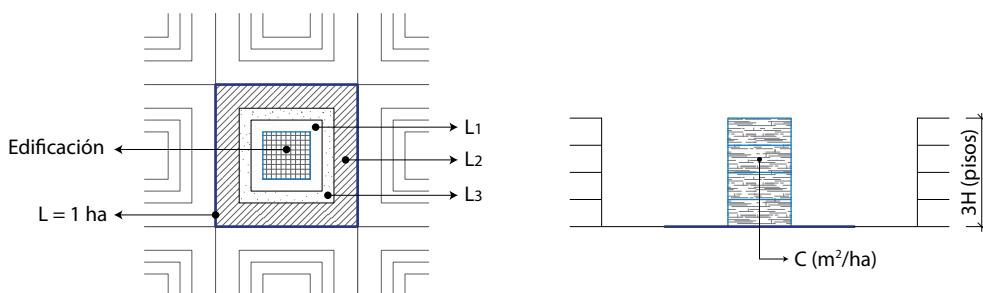
2.- Modelización

Para este indicador el modelo adquiere la expresión:

$$ICADU = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + C}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 6H}}$$

Sobre esta nueva versión del modelo y en la medida que ya se ha precisado los contenidos de sus variables, conviene acentuar entonces que se adopta a la hectárea de suelo como unidad de superficie en función de la cual se representará la densidad edificatoria, por lo que en el orden espacial éste será el nivel de abstracción en el cual operará el modelo; por tanto, L considerada variable en los Modelos F2, tendrá en éste el carácter de constante y será igual a 10 000 m². Esta abstracción se expresa en el Gráfico N° 1, optando por simplicidad la forma cuadrada.

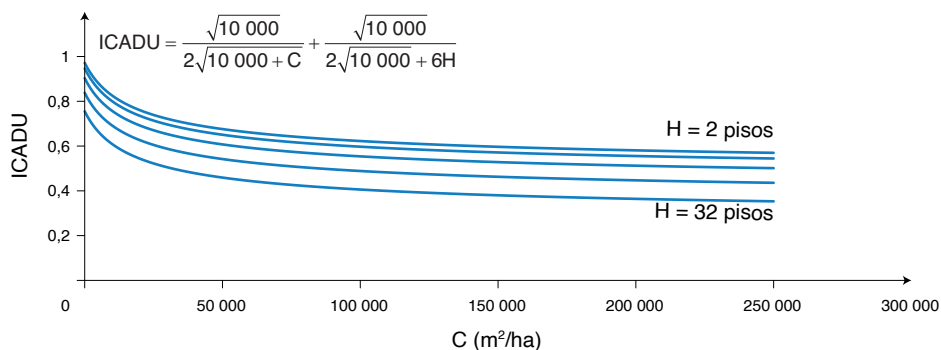
GRÁFICO N° 1



2.1.- Análisis considerando a C variable independiente

Si en esta función C es variable independiente, H constante y asume los valores de 2, 4, 8, 16 y 32 pisos para construir una familia de curvas, se obtiene el Gráfico N° 2, cuyo comportamiento da cuenta que a mayor crecimiento de C y de H, menor calidad ambiental y que para un mismo valor de C esta disminución no es constante, va en aumento conforme se incrementa H. Pero ha de aclararse que si bien esto ocurre con los valores de H considerados, tal disminución en este caso —cuando C es variable independiente—, no va en aumento entre números de pisos consecutivos.

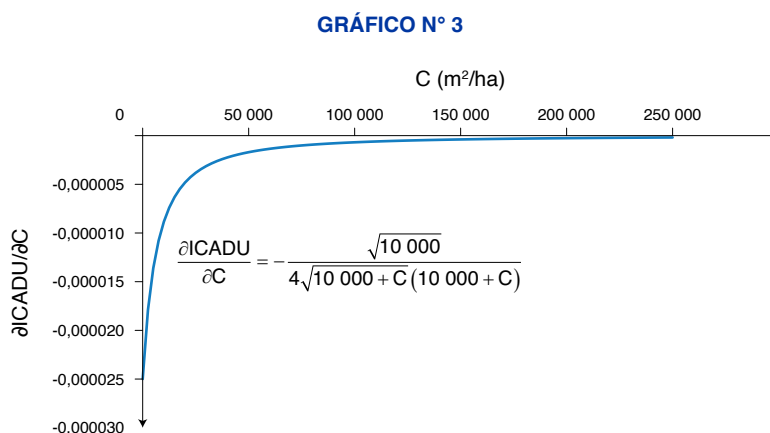
GRÁFICO N° 2



Puesto que C es la variable independiente y si bien para cualquier valor de H conforme ella aumenta el ICADU disminuye, esta condición es distinta a lo largo del dominio considerado, por lo que conviene revisar la derivada de la función y por tanto la intensidad de cambio de la pendiente de la recta tangente. Ella es:

$$\frac{\partial \text{ICADU}}{\partial C} = -\frac{\sqrt{10\,000}}{4\sqrt{10\,000 + C}(10\,000 + C)}$$

El Gráfico N° 3 muestra en el cuarto cuadrante la expresión de la primera derivada e indica que las pendientes son negativas, que aproximadamente hasta $C = 1\,000 \text{ m}^2/\text{ha}$ su intensidad de cambio es fuerte y casi constante, luego ella disminuye pero sigue siendo notable hasta cerca de $C = 8\,000 \text{ m}^2/\text{ha}$; después, con descensos ya lentos, la pendiente describe una línea curva que se acerca al eje C y desde más o menos su valor $60\,000 \text{ m}^2/\text{ha}$, tiende claramente a él con valores cada vez más próximos a cero.



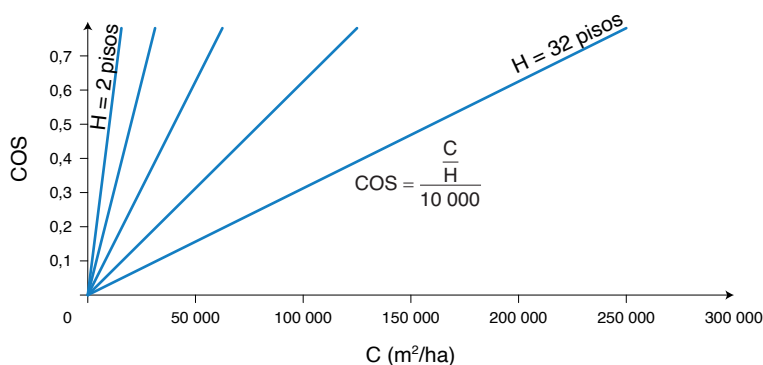
No obstante, con el propósito de ajustar el comportamiento de la función a la realidad, es necesario asumir una superficie máxima de suelo destinada al emplazamiento de la superficie media de construcción de edificaciones por ha, esto es C. Se trata entonces de fijar un COS máximo referido en este caso a una hectárea de suelo que incluye las superficies para L₁, L₂ y L₃. Dicho valor en términos de un máximo que puede presentarse en determinados asentamientos —o en zonas de éstos—, con una muy alta densidad edificatoria horizontal, será de 0,75; indicador que supone una dotación reducida de suelo para retiros de las edificaciones en sus lotes o parcelas y para la red vial, e incluso la ausencia de zonas o espacios verdes públicos, como plazas, parques, plazoletas y similares, esto es, de L₃. Bajo esta condición extrema la función es cierta para $H = 2, 4, 8, 16$ y 32 pisos, hasta cuando $C = 15\,000, 30\,000, 60\,000, 120\,000$ y $240\,000 \text{ m}^2$, respectivamente.

Así, se puede profundizar el estudio de la densidad edificatoria horizontal examinando la intensidad de ocupación del suelo mediante la función: $\text{COS} = (C/H)/10\,000$, bajo las condiciones ya señaladas para C y H. En el Gráfico N° 4 se observa el comportamiento resultante y de su consideración se desprende que:

- a) Conforme aumenta C y en tanto se mantenga constante H, el COS también se incrementa; por tanto mirando la familia de rectas, para todo valor de H, si crece el valor de C, el COS es asimismo mayor.

- b) Las pendientes de las rectas disminuyen si aumenta el número de pisos, por esto, para un mismo valor de C, el COS aumenta mientras disminuye el número de pisos; y,
- c) Para que un COS se mantenga constante con valores de H que se incrementan, se requiere el crecimiento de C en la misma proporción. Así, tratándose del COS = 0,75 por ejemplo, a dos pisos les corresponde C = 15 000 m²/ha, a cuatro 30 000 m²/ha y en el extremo, a 32 pisos, 240 000 m²/ha.

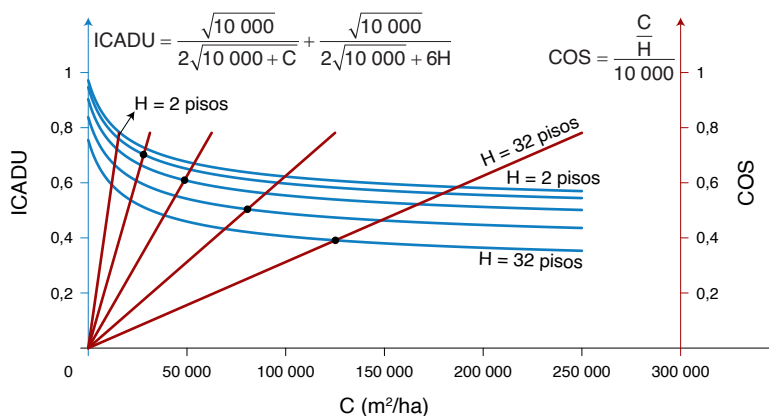
GRÁFICO N° 4



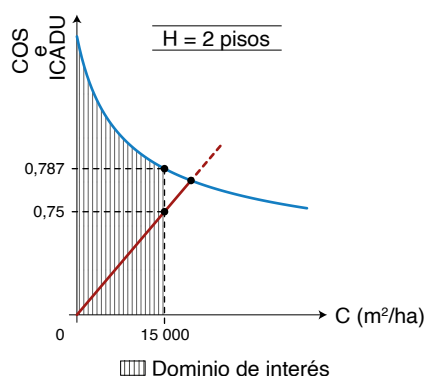
Para continuar y operativizar el análisis aunque sin agotar la discusión, considerando el COS máximo seleccionado respecto de una hectárea de suelo ocupada, se asume igualmente que los COS iguales o menores a 0,3 son de baja intensidad; los mayores a este valor y hasta 0,45 de mediana intensidad; los superiores a este valor e incluso 0,6 de alta intensidad; los mayores a este valor y hasta 0,75 de muy alta intensidad, los cuales ya generan condiciones inaceptables en el orden funcional y en la habitabilidad de un asentamiento —en los términos expuestos a lo largo de esta obra—, y más todavía los superiores a 0,75.

Integrando las familias de curvas y rectas antes estudiadas, se obtiene el Gráfico N° 5, y de su examen se determina que:

GRÁFICO N° 5

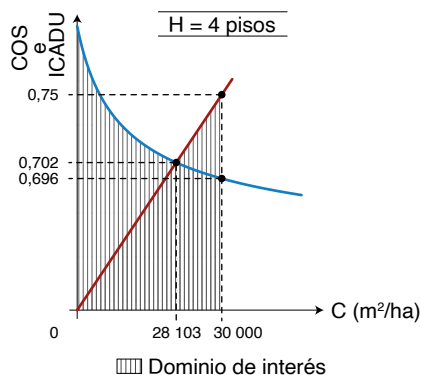


- a) Con el fin de encontrar para los distintos valores de H la parte del dominio de C que cumple la condición antes dispuesta, de los puntos de intersección importan aquellos que se producen entre las rectas y curvas que corresponden a un mismo número de pisos y cuyas ordenadas sean menores a 0,75 —resaltados en el gráfico—, dada la calidad de máximo de este valor. Por esta misma razón interesan también para el análisis los $COS = 0,75$ y los valores del ICADU que tienen la misma abscisa C .
- b) Como se apreciará, en el caso de $H = 2$ pisos no se cumple la condición impuesta. El punto de intersección tiene de ordenada un valor de COS e ICADU mayor a 0,75 y en consecuencia por abscisa un valor de C mayor a 15 000 m²/ha. Así, el dominio de interés de C para $H = 2$ queda definido por la recta $C = 15\,000$ m²/ha, misma que se interseca con la curva de $H = 2$ en $ICADU = 0,787926$. Ver esquema adjunto.



Hacia el origen conforme disminuye C el COS también disminuye a partir de 0,75 y el $ICADU$ aumenta desde 0,787926. En consecuencia, en esta parte del dominio de C los COS altos y muy altos muestran sus mayores calidades ambientales a más obviamente de los medios y bajos.

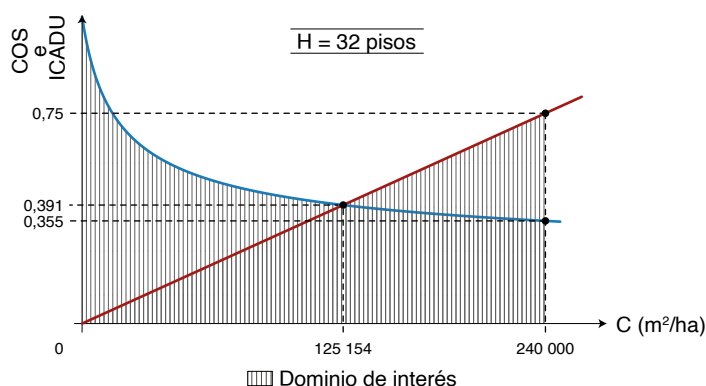
- c) El punto de intersección con el valor de COS e $ICADU$ más alto se produce con $H = 4$ pisos, es igual a 0,702581 y corresponde a $C = 28\,103$ m²/ha. Si C aumenta hasta 30 000 m²/ha, se incrementa el COS a 0,75 y el $ICADU$ disminuye a 0,696429; definiéndose de este modo el dominio de interés de C para $H = 4$ pisos. Ver esquema adjunto.



Nuevamente, en dirección al origen en tanto disminuye C el COS igualmente disminuye a partir de 0,75 y el ICADU aumenta pero ya desde 0,696429. Por tanto, en esta parte del dominio de C los COS altos y muy altos manifiestan ya disminuciones en sus calidades ambientales sin dejar de ser muy significativas.

En este sentido, se ha de destacar la bondad de las edificaciones con alturas iguales o menores a cuatro pisos, en cuanto a las calidades ambientales que procuran, incluso en medio de valores de COS altos y muy altos.

- d) Como se observará, si aumenta el número de pisos, los valores C de los puntos de interés van en aumento y simultáneamente los del ICADU y COS disminuyen. Así, en el otro extremo, con $H = 32$, C crece a 125 154 m^2/ha , en tanto que el valor del COS e ICADU disminuye a 0,391107 que constituye el punto de intersección más bajo. Si aumenta C hasta 240 000 m^2/ha el COS sube a 0,75 y se demarca el dominio de interés de C para $H = 32$ pisos, pero el ICADU disminuye a 0,355102. De todos modos debe destacarse el lento descenso del ICADU al incrementarse C de 125 154 a 240 000 m^2/ha . Ver esquema adjunto.



Hacia el origen, con valores menores de C aumenta el ICADU pero desde 0,355102 y entonces los COS altos y muy altos muestran las menores calidades ambientales, tendencia que también se observa respecto de los COS medios y bajos.

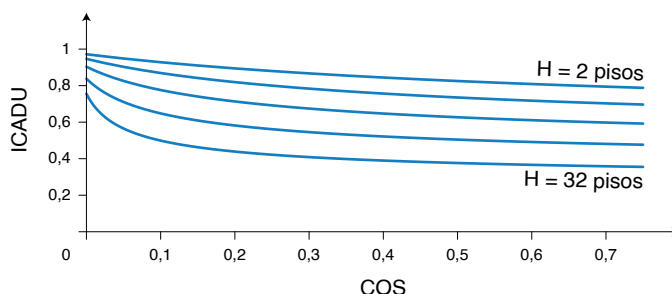
- e) Entre estos extremos varían los casos de las edificaciones de 8 y 16 pisos, siendo destacable el primero. Con $H = 8$ pisos, el punto de interés corresponde a $C = 48\ 760$ m^2/ha y el COS e ICADU = 0,609493. Si C aumenta hasta 60 000 m^2/ha , aumenta asimismo el COS a 0,75 y el ICADU disminuye a 0,592208; configurándose el dominio de interés de C para $H = 8$ pisos.

Hacia el origen mientras disminuye C el COS también merma a partir de 0,75 y el ICADU aumenta desde 0,592208. En consecuencia, en esta parte del dominio de C los COS altos y muy altos muestran notables calidades ambientales a más obviamente de los medios y bajos, dignas de consideración desde la perspectiva de la edificación de mediana altura —incluyendo la de 9 y 10 pisos—, para evaluar la densidad edificatoria de un asentamiento y su previsión a través de los planes de ordenación urbanística.

Si para los valores del ICADU obtenidos para la familia de curvas del Gráfico N° 2, se calculan los respectivos COS y se tiene como límite de este indicador a 0,75, se obtiene el Gráfico N° 6, de cuya consideración se desprende que:

- a) Para un mismo valor de H conforme aumenta C también lo hace el COS , en tanto que el $ICADU$ disminuye; no obstante, esta tendencia muestra diferencias notables mientras aumente H .

GRÁFICO N° 6



- b) Efectivamente, bajo el comportamiento anterior si el descenso del $ICADU$ correspondiente a $H = 2$ se muestra lento, las pendientes se incrementan conforme aumenta H hasta cuando el COS es igual a 0,3; pero luego en la parte del dominio hasta 0,75 las pendientes son similares.
- c) Para un mismo COS —como 0,4 por ejemplo—, la calidad ambiental va en disminución creciente mientras aumenta H , como enseña el Cuadro N° 1.

CUADRO N° 1

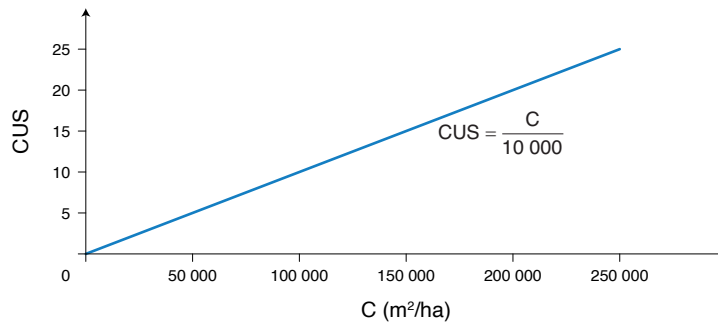
C , $ICADU$ y disminución del $ICADU$, según H , cuando el COS es igual a 0,4.

H (pisos)	C (m ² /ha)	ICADU	Disminución del ICADU	
			Valor absoluto	%
2	8 000	0,844376	-	-
4	16 000	0,756515	0,087861	10,4
8	32 000	0,647201	0,109314	14,4
16	64 000	0,521641	0,12556	19,4
32	128 000	0,389698	0,131943	25,3

En cuanto a la variable C , es pertinente considerar también uno de los indicadores generalmente empleados para estudiar o regular la densidad edificatoria, el coeficiente de utilización del suelo $CUS = C/10\,000$. Se trata de una función lineal que pasa por el origen y cuya variable dependiente CUS cambia en proporción directa a la que experimente a su vez la variable independiente C . Hasta C igual o menor a 10 000 m²/ha —cifra dada por el modelo—, el CUS es uno o una fracción de éste, pero para valores mayores este indicador es superior, así para $C = 240\,000$ m²/ha, máximo adoptado, el CUS es igual a 24. Ver Gráfico N° 7.

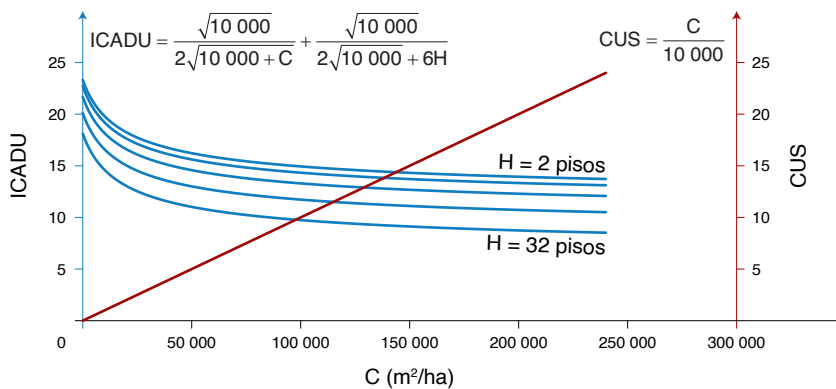
A fin de relacionar C con el CUS y el $ICADU$, se puede integrar la familia de curvas del Gráfico N° 2 y la recta del Gráfico N° 7, pero para ello las variables dependientes deben adquirir la misma escala, siendo necesario entonces multiplicar por 24 los valores del $ICADU$, esto es, por el CUS del C máximo adoptado. El resultado se mira en el Gráfico N° 8, de cuyo examen se establece que:

GRÁFICO N° 7



- Si bien a cada valor de C le corresponde un único valor del CUS , el $ICADU$ en cambio varía dependiendo de la altura que alcance la edificación. Por esto, a mayor valor de H menor $ICADU$.
- Desde los puntos de intersección hacia el origen los CUS son menores al $ICADU$, pero las partes del dominio de las funciones que se hallan en estas condiciones aumentan conforme disminuye H ; y,

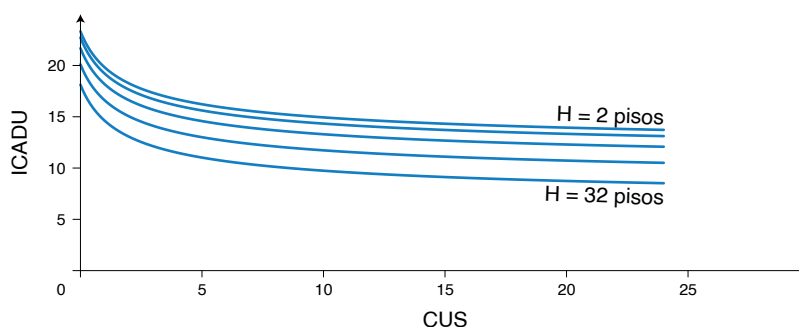
GRÁFICO N° 8



- De tales puntos en dirección al infinito los valores del CUS son mayores a los del $ICADU$ y las partes del dominio de las funciones que muestran esta tendencia aumentan en tanto se incrementa asimismo H .

Finalmente y manteniendo la escala adoptada para el CUS , se puede completar este estudio mostrando su relación con el $ICADU$ en los términos que muestra el Gráfico N° 9. Esta representación indica que un mismo valor del CUS puede corresponder a distintos valores del $ICADU$, dependiendo de la altura de la edificación; concretamente a mayor H menor calidad ambiental y como se observará, la familia de curvas tiene el mismo comportamiento que el visto cuando C es la variable independiente.

GRÁFICO N° 9



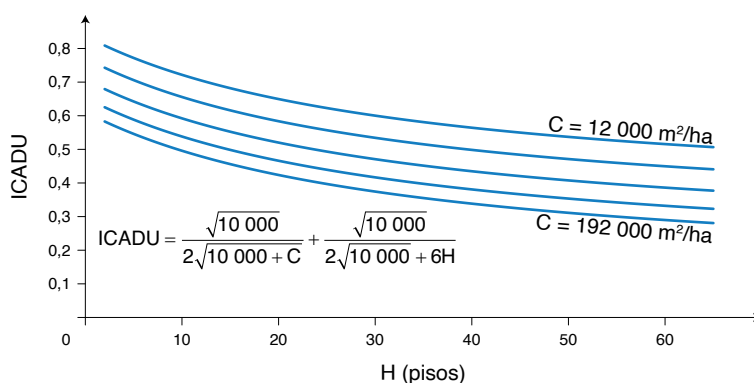
2.2.- Análisis considerando a H variable independiente

Si en la función, H se vuelve variable independiente, C constante y asume los valores de 12 000, 24 000, 48 000, 96 000 y 192 000 m²/ha para confeccionar una familia de curvas, se tiene el Gráfico N° 10, cuyo estudio indica que a mayor crecimiento de H y de C, menor calidad ambiental y que para un mismo valor de H esta disminución no es constante, va mermando mientras se incrementa C.

Se puede inferir entonces que a diferencia del comportamiento visto cuando C es variable independiente, esto es, que el descenso del ICADU en la familia de curvas se incrementa conforme aumenta H, en este caso disminuye mientras aumenta C; poniendo en evidencia la mayor incidencia de H en la calidad ambiental.

Se ha de advertir que los valores de C ya señalados, esto es, 12 000, 24 000, 48 000, 96 000 y 192 000 m²/ha son ciertos a partir de H = 2, 4, 7, 13 y 26 pisos, respectivamente; pues cumplen la condición de generar COS iguales o menores a 0,75.

GRÁFICO N° 10



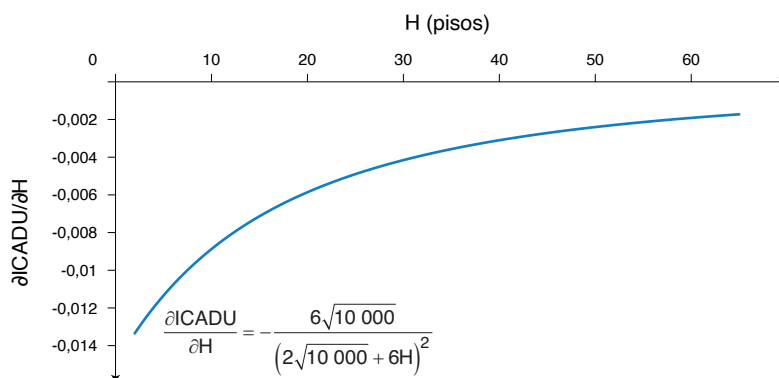
En la medida que H es la variable independiente y aunque para todo valor de C conforme ella se incrementa el ICADU disminuye, esta condición es diferente a lo largo del intervalo definido, por lo que es pertinente reconocer la derivada de la función y en consecuencia la intensidad de cambio de la pendiente de la recta tangente. Ella es:

$$\frac{\partial \text{ICADU}}{\partial H} = - \frac{6\sqrt{10\,000}}{(2\sqrt{10\,000} + 6H)^2}$$

El Gráfico N° 11 enseña en el cuarto cuadrante la expresión de la primera derivada y determina que las pendientes son negativas, que aproximadamente hasta $H = 8$ pisos su intensidad de cambio es la más notoria y casi constante, luego ella muestra una disminución lenta hasta cerca de $H = 40$ pisos y describe una línea curva que se acerca al eje H , tendiendo enseguida a éste con valores que merman con detenimiento y cada vez más próximos a cero.

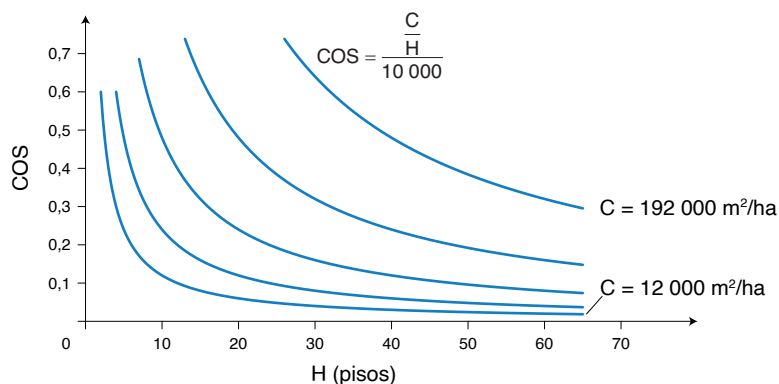
Comparando las intensidades de cambio de las pendientes de las rectas tangentes de $\partial \text{ICADU} / \partial C$ y $\partial \text{ICADU} / \partial H$, ésta es mayor y explica el comportamiento del modelo por el cual los cambios de H inciden con mayor notoriedad en el ICADU, que los debidos a C .

GRÁFICO N° 11



Profundizando el análisis y si en principio en relación a la densidad edificatoria horizontal se estudia la intensidad de ocupación del suelo a través nuevamente de la función: $\text{COS} = (C/H)/10\,000$, pero manteniendo a H y C en las nuevas condiciones, apoyándose en el Gráfico N° 12, elaborado eliminando los valores enteros de H que dan lugar a COS mayores a 0,75, se determina que:

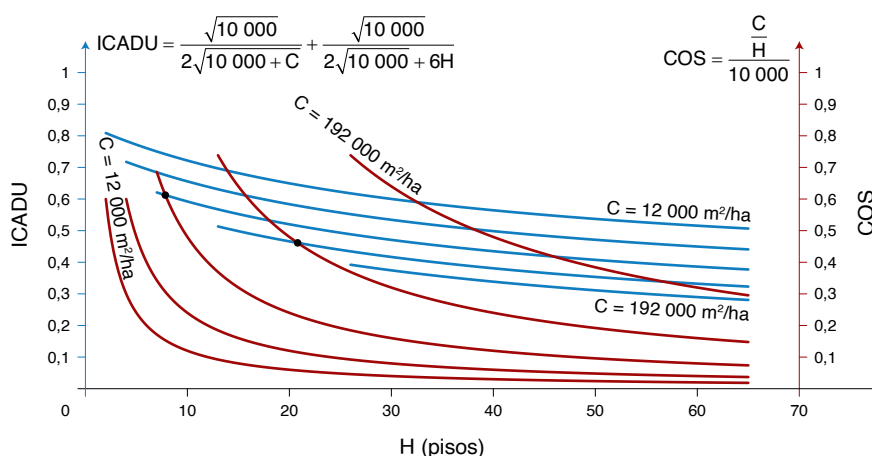
GRÁFICO N° 12



- La función corresponde a una curva de la forma $y = a/x$, se trata entonces de una hipérbola rectangular, estableciendo así una diferencia notable con respecto a la función en la que C es variable independiente.
- Si aumenta H y se mantiene constante C , el COS disminuye; por tanto examinando la familia de curvas, para todo valor de C , a mayor valor de H , el COS es menor.
- Conforme se incrementa C las curvas se separan más, por esto, para un mismo valor de H el COS aumenta en la misma proporción que crece C .
- Para que un COS se mantenga constante con valores de C que se incrementan, es necesario el crecimiento de H en la misma proporción. Así, en el caso del $COS = 0,6$ por ejemplo, a $C = 12\ 000\text{ m}^2/\text{ha}$ le corresponde dos pisos, a $C = 24\ 000\text{ m}^2/\text{ha}$, cuatro pisos y en el extremo, a $C = 192\ 000\text{ m}^2/\text{ha}$, 32 pisos; y,
- De hecho, los valores de H enteros con COS iguales o menores a $0,75$, son límites; pues para un mismo valor de C con menores alturas de la edificación, se obtienen COS superiores.

Integrando ahora las familias de curvas de los Gráficos N° 10 y 12, eliminando también de la primera las partes de los dominios que no son ciertos, se obtiene el Gráfico N° 13 y su consideración permite afirmar que:

GRÁFICO N° 13



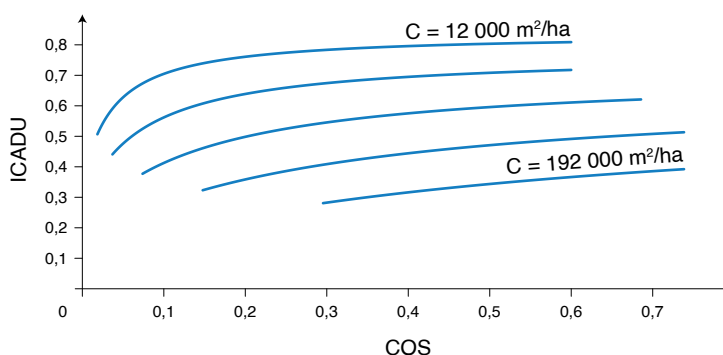
- Interesan en especial, por constituir referencias importantes, los puntos de intersección entre curvas correspondientes a los mismos valores de C , los cuales, si se obvia tal exclusión, tienden a concentrarse conforme H se aproxima a cero y a la vez disminuye C , en tanto el COS y el $ICADU$ se van acercando a uno.
- Por la eliminación de las partes de los dominios ya señalados en ambas familias de curvas, los puntos de intersección entre curvas correspondientes a los mismos valores de H se reducen a dos.
- El más notable es el que corresponde a $C = 96\ 000\text{ m}^2/\text{ha}$. Las coordenadas corresponden a $H = 21$ pisos y al COS e $ICADU = 0,460$. Conforme disminuye H , el

COS rebasa al ICADU, incrementándose velozmente la diferencia por las pendientes que va adoptando la curva del COS; y,

- d) A su vez, mientras aumenta H, el COS va disminuyendo más rápidamente que el ICADU y la diferencia se va ampliando nuevamente por las pendientes de la curva del COS.

Si para los valores del ICADU obtenidos para la familia de curvas del Gráfico N° 10, se determinan los respectivos COS y se fijan como límites los valores iguales a 0,75 o los inferiores más próximos a 0,75 siempre y cuando correspondan a números enteros de H, se consigue el Gráfico N° 14, mismo que amerita las siguientes consideraciones:

GRÁFICO N° 14



- a) Para un mismo valor de C conforme disminuye el número de pisos aumenta el COS y el ICADU, dicho de otra manera, mientras aumenta el número de pisos disminuye el COS y el ICADU. Esto como resultado de la incidencia en ambos indicadores de la variable H.
- b) Bajo el comportamiento anterior, en tanto aumente la superficie media de construcción de edificaciones por hectárea, esto es C, el ICADU va disminuyendo, pero el COS máximo se va aproximando a 0,75 y hacia el otro extremo —manteniendo la misma condición para H—, el mínimo va aumentando hasta 0,3; y,
- c) Para un mismo COS presente en toda la familia de curvas, como el 0,6 por ejemplo, la calidad ambiental, el ICADU, va también en disminución creciente conforme aumenta C, como muestra el Cuadro N° 2.

CUADRO N° 2

H, ICADU y disminución del ICADU, según C, cuando el COS es igual a 0,6.

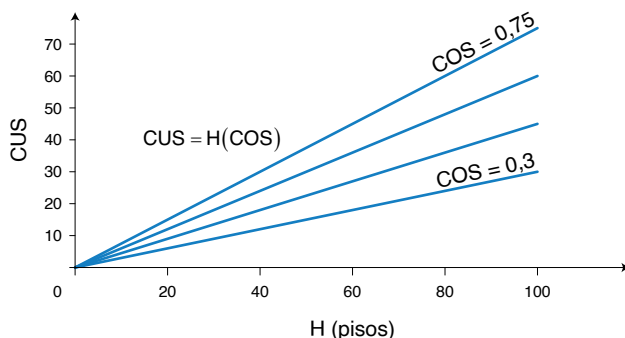
C (m²/ha)	H (pisos)	ICADU	Disminución del ICADU	
			Valor absoluto	%
12 000	2	0,808798	-	-
24 000	4	0,717592	0,091206	11,3
48 000	8	0,61084	0,106752	14,9
96 000	16	0,491412	0,119428	19,5
192 000	32	0,366351	0,125061	25,4

Es igualmente posible relacionar a la variable H con el CUS y luego a estos dos indicadores con el ICADU, teniendo presente las funciones $COS = (C/H)/10\ 000$ y $CUS = H(COS)$.

Para el análisis se mantiene H como variable independiente y para construir una nueva familia de rectas se dan al COS los valores de 0,3; 0,45; 0,6 y 0,75; lo cual supone que para un mismo valor de H variará C, la superficie media de construcción de edificaciones por hectárea. El Gráfico N° 15 es el resultado y de su examen se establece que:

- Conforme aumenta H y en tanto se mantenga constante el COS, el CUS también se incrementa; por lo que mirando la familia de rectas, para todo valor del COS, a mayor valor de H, el CUS es asimismo mayor.
- Las pendientes de las rectas disminuyen conforme se reduce el COS, por esto, para un mismo valor de H, el CUS aumenta mientras se acrecienta el COS; y,

GRÁFICO N° 15



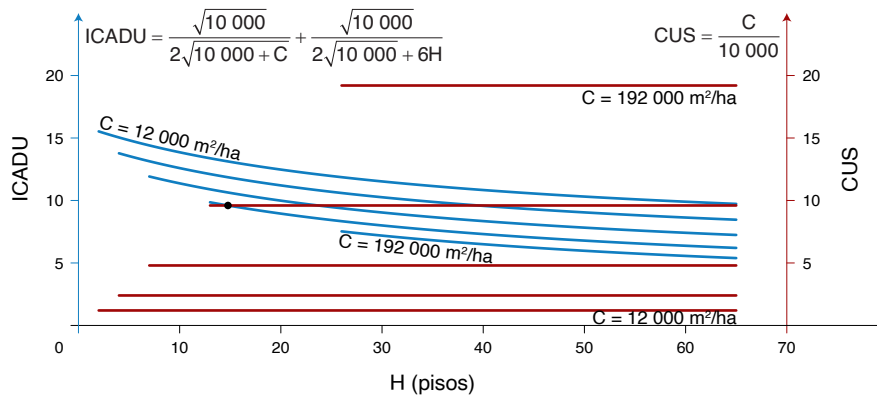
- Para que un CUS se mantenga constante con valores del COS que disminuyen, se requiere el crecimiento de H en la misma proporción. Así, tratándose del CUS = 30 por ejemplo, al COS = 0,75 le corresponde H = 40 pisos, y en el extremo, al COS = 0,3 le pertenece H = 100 pisos. Nótese que $0,75/0,3 = 100/40$.

Análogamente a los análisis precedentes, si se integran la familia de curvas del Gráfico N° 10 y la de rectas correspondientes al CUS y que son de la forma $CUS = C/10\ 000$ y en la que por tanto $C = 12\ 000$, $24\ 000$, $48\ 000$, $96\ 000$ y $192\ 000$ m²/ha, excluyendo las partes de los dominios que no son ciertos y multiplicando por 19,2 —el CUS más alto—, los valores del ICADU, para que las variables dependientes adquieran la misma escala; se obtiene el Gráfico N° 16 y su estudio permite sostener que:

- Por los límites impuestos al dominio de las funciones, solamente existe intersecciones de la recta $CUS = 96\ 000/10\ 000$ con la familia de curvas, siendo pertinente para este análisis su corte justamente con la curva que calcula el ICADU con $C = 96\ 000$ m². Las coordenadas son H = 15 y para el CUS e ICADU = 9,569306.
- Conforme crece H a partir del referido punto de intersección, el ICADU es siempre menor al CUS y la diferencia tiende a crecer por el descenso del primero hacia el eje H.
- $CUS = 192\ 000/10\ 000$, es la recta más distante de la curva del ICADU que le corresponde y si aumenta H, la diferencia asimismo crece.

- d) A su vez, las tres rectas con valores de C menores tienen un comportamiento distinto, pues partiendo del menor número de pisos del intervalo definido en cada caso, si éstos crecen, esto es H, la diferencia con los respectivos valores del CUS va disminuyendo.
- e) En suma, independientemente de la variación de H —dicho de otra manera, para cualquier valor de H—, los CUS iguales o menores a 4,8 son siempre inferiores a los respectivos valores del ICADU; pero además, los CUS iguales o mayores a 9,6 son siempre iguales o mayores a los respectivos ICADU.

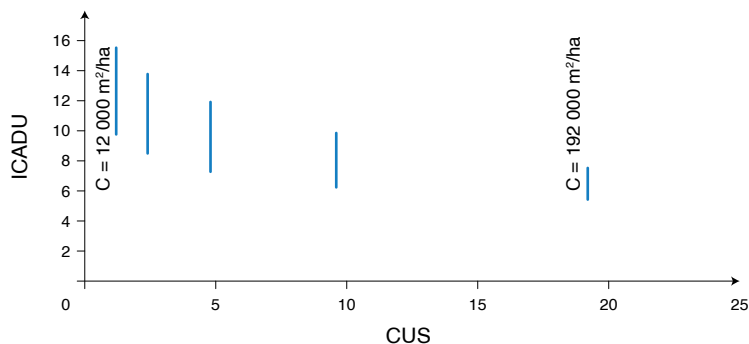
GRÁFICO N° 16



Finalmente, se pueden relacionar en el plano cartesiano los valores del CUS y los ICADU a los cuales dan lugar, calculados con las variaciones de H y C en los términos ya indicados. Así se puede obtener el Gráfico N° 17, mismo que muestra una familia de rectas que amerita las siguientes consideraciones:

- a) Las rectas, en este caso verticales, mantienen separaciones cuyas magnitudes, al igual que las que se producen en el gráfico anterior entre las rectas horizontales, son directamente proporcionales a las variaciones a su vez de C.
- b) Conforme disminuye el CUS, el rango de las rectas es mayor y alcanzan valores del ICADU más altos. Así mientras para el CUS igual a 19,2 el ICADU varía de 5,423643 a 7,52923; para el CUS igual a 1,2 el ICADU pasa de 9,759989 a 15,528922; y,

GRÁFICO N° 17



- c) Un mismo valor de C, esto es, una misma superficie promedio de construcción de edificaciones por hectárea, y por tanto un mismo valor del CUS, puede producir distintos valores del ICADU, si varía H; en tanto que si aumenta C el CUS asimismo se incrementa y aun manteniendo constante H, el ICADU disminuye, pero más todavía si aumenta tal variable referida a la altura de la edificación.

3.- La formación del ICADU cuando varían C y H simultáneamente

A partir del establecimiento de C y H, que constituyen las medias observadas en la ciudad o espacio urbano, el modelo puede dar cuenta de la formación o constitución de una determinada calidad ambiental en un asentamiento, considerando el cambio simultáneo de los valores de estas dos variables.

Para el efecto se asume que conocidos los valores de C y H, el área de construcción por piso es igual a C/H , asunto plenamente válido por el carácter que tienen aquellos —indicadores medios—, por tanto el aumento de C por piso es el mismo y H empezando en un piso se incrementa en números consecutivos.

Bajo estas condiciones se adopta $C = 45\,000\text{ m}^2/\text{ha}$ y $H = 10$ pisos, en consecuencia la superficie de C por piso es igual a $4\,500\text{ m}^2$, por lo que es posible determinar los valores del ICADU que se observan en el Cuadro N° 3, conforme va aumentando C a partir de esta superficie y H desde un piso.

CUADRO N° 3

H, ICADU y disminución del ICADU, según C.

C (m ² /ha)	H (pisos)	ICADU	Disminución del ICADU (d) d = (ICADU _{n-1}) - (ICADU _n)
0	0	1	0
4 500	1	0,900664	0,099336
9 000	2	0,834436	0,066228
13 500	3	0,784879	0,049557
18 000	4	0,745235	0,039644
22 500	5	0,712132	0,033103
27 000	6	0,683666	0,028466
31 500	7	0,658663	0,025003
36 000	8	0,636352	0,022311
40 500	9	0,616197	0,020155
45 000	10	0,597816	0,018381
TOTAL			0,402184

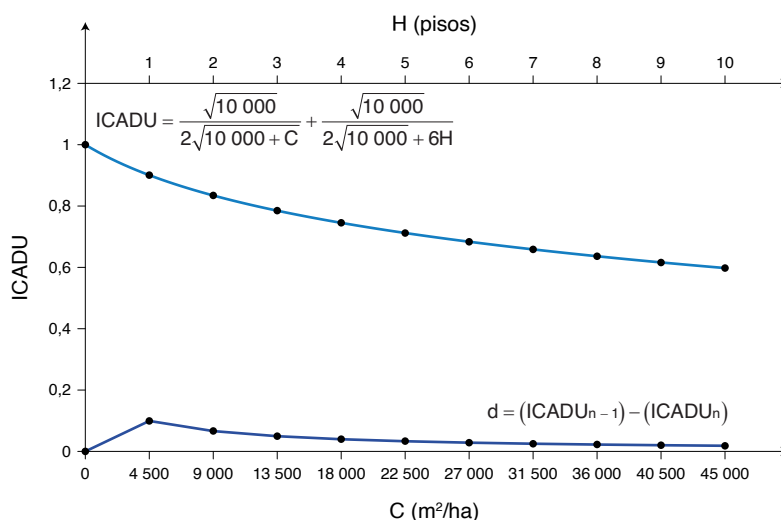
También se ha elaborado el Gráfico N° 18 con la incorporación de las variables C, H e ICADU, puesto que el incremento de C y H son proporcionales y que a más de mostrar la variación que experimenta la variable dependiente, también ilustra el comportamiento de la pérdida de calidad ambiental conforme aumentan las variables independientes. De su análisis conjunto se desprende que:

- a) El ICADU experimenta un primer y mayor descenso cuando la edificación es de un piso y un COS del 45%, pues este índice se reduce en prácticamente el 10% de su máximo

valor, esto es, de uno. Así, la alteración del medio físico natural con el emplazamiento de la edificación —por el sellado definitivo del suelo—, y del paisaje preexistente, aun con la menor altura de la edificación y un COS que pertenece al rango de mediana intensidad en la ocupación del suelo, son ya suficientes para causar este significativo impacto ambiental negativo, que el modelo propuesto lo evidencia y cuantifica.

- b) Siendo menores, le siguen los descensos que se generan cuando la edificación duplica y triplica su magnitud en términos de C y H, pues la calidad ambiental en relación a uno, disminuye en más del 6 y casi el 5%, respectivamente.
- c) El descenso de dicha calidad continúa, pero ya con menor velocidad de cambio, cuando la edificación alcanza los cuatro, cinco y seis pisos de altura, y su superficie de construcción por hectárea llega a 18 000 m² y se incrementa a 27 000 m²; mostrando valores relativos comprendidos en términos prácticos entre el 4 y 3%.
- d) Finalmente, si H crece de siete a diez pisos y C pasa de 31 500 a 45 000 m², los descensos son menores partiendo del 2,5% hasta cerca del 1,8%, pues la pendiente de la curva va disminuyendo; y,
- e) Producto de este conjunto continuo de descensos, la pérdida total de la calidad ambiental es de prácticamente cuatro décimas con respecto a uno —0,402184—, vale decir del 40%; de aquí que el ICADU final sea de 0,597816.

GRÁFICO N° 18



Se puede matizar lo expuesto considerando también la formación del CUS debido al incremento de C y de H en la medida que el COS, bajo los supuestos de partida, se mantiene constante. Así, aprovechando el Gráfico N° 18 e incorporado en el mismo las representaciones de las funciones lineales correspondientes a estos dos indicadores, se ha producido el Gráfico N° 19, cuyo análisis justifica la siguiente exposición:

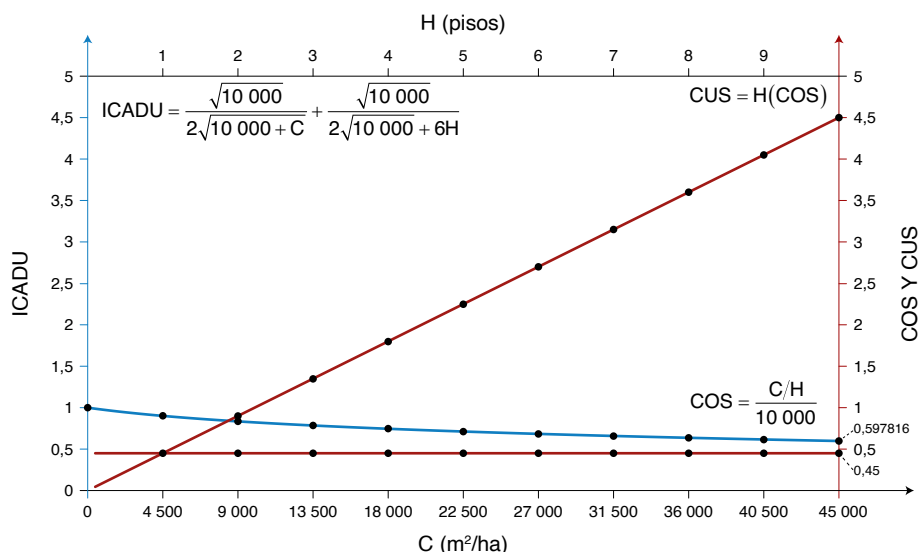
- a) Para los valores de H y C iguales o mayores a un piso y a 4 500 m²/ha, respectivamente, el COS como se ha dicho se mantiene constante y es igual a 0,45; siendo destacable

que en los dominios seleccionados para las variables en cuestión, siempre es menor al ICADU.

- b) Por su parte el CUS también aumenta en tanto se incrementan H y C. Efectivamente, si para los valores ya señalados el CUS coincide con el COS y equivalen a 0,45, tal indicador experimenta luego un crecimiento notable que llega a diez veces el COS en $C = 45\,000\text{ m}^2/\text{ha}$ y $H = 10$ pisos; y,
- c) Otro tanto ocurre con respecto al ICADU en una lógica fuertemente contraria al descenso que muestra este indicador. El $CUS = 0,45$ es el único valor menor al ICADU —considerando los valores enteros de H—, pues a partir de $H = 2$ pisos y $C = 9\,000\text{ m}^2/\text{ha}$, el CUS siempre es mayor al ICADU, llegando a ser mayor en más de 7,5 veces cuando tales variables independientes llegan a los valores límites adoptados. Así, todo aumento del CUS supone una merma de la calidad ambiental.

GRÁFICO N° 19

Modelo gráfico de la formación de la densidad edificatoria del espacio urbano y su calidad ambiental, cuando $C = 45\,000\text{ m}^2/\text{ha}$ y $H = 10$ pisos.



La importancia de conocer la formación del ICADU y complementariamente del COS y CUS, radica —más allá del estudio sincrónico, es decir, de un momento histórico determinado—, en que puede constituirse en un importante aspecto del proceso de gestión de los instrumentos de ordenación urbanística generales o parciales, con miras a ir monitoreando la evolución de C y H , de los indicadores COS y CUS, y en última instancia del ICADU, de la calidad ambiental del espacio urbano o de partes de él, concretamente de sus unidades de ordenación urbanística.

4.- Índice de calidad ambiental por densidad del espacio edificado

El estudio de la densidad edificatoria del espacio urbano y la calidad ambiental, puede ser profundizado considerando únicamente el espacio edificado en sentido estricto, esto es, el configurado en el suelo destinado a lotes o parcelas, vale decir L_1 . Para ello se adiciona la variable C_1 y se crean variantes del COS, CUS e ICADU. Así:

L	=	hectárea de suelo ocupada por el asentamiento = $L_1 + L_2 + L_3 = 10\,000\text{ m}^2$
C ₁	=	superficie media de construcción de edificaciones por hectárea de suelo destinada a lotes o parcelas (m^2/ha), por tanto = $10\,000C/L_1$
COS _{CIUDAD}	=	COS medio de la ciudad o espacio urbano = $(C/H)/10\,000$
COS _{SE}	=	COS medio del suelo edificado = $(C_1/H)/10\,000$
CUS _{CIUDAD}	=	CUS medio de la ciudad o espacio urbano = $C/10\,000$
CUS _{SE}	=	CUS medio del suelo edificado = $C_1/10\,000$
ICADU _{CIUDAD}	=	ICADU de la ciudad o espacio urbano
ICADU _{SE}	=	ICADU del suelo edificado

Para la exposición se adoptan los siguientes valores que podrían referirse a un asentamiento o ciudad con una densidad edificatoria media en el contexto teórico:

L ₁	=	70% de L = $7\,000\text{ m}^2$
L ₂ + L ₃	=	30% de L = $3\,000\text{ m}^2$
C	=	$36\,000\text{ m}^2/\text{ha}$
C ₁	=	$10\,000C/L_1 = 10\,000(36\,000)/7\,000 = 51\,429,5\text{ m}^2/\text{ha}$
H	=	8 pisos
COS _{CIUDAD}	=	$(36\,000/8)/10\,000 = 0,45$
COS _{SE}	=	$(36\,000/8)/7\,000 = 0,64$

Bajo estas condiciones se pueden calcular el ICADU_{CIUDAD}:

$$\text{ICADU}_{\text{CIUDAD}} = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + C}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 6H}}$$

$$\text{ICADU}_{\text{CIUDAD}} = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 36\,000}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 6(8)}} = 0,636352$$

Y el correspondiente ICADU_{SE}:

$$\text{ICADU}_{\text{SE}} = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + C_1}} + \frac{\sqrt{L_1}}{2\sqrt{L_1 + 6H}}$$

$$\text{ICADU}_{\text{SE}} = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 51\,429,5}} + \frac{\sqrt{7\,000}}{2\sqrt{7\,000 + 6(8)}} = 0,590281$$

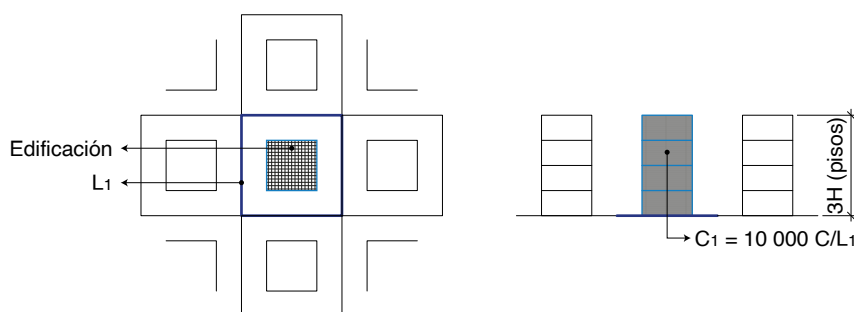
Estas cifras motivan las siguientes precisiones, similares por cierto a las hechas en cuanto al ICADR en los modelos anteriores:

- El ICADU_{CIUDAD} es mayor al ICADU_{SE}, lo cual demuestra que la calidad ambiental del asentamiento, vale decir, del territorio conformado por los suelos identificados por L₁, L₂ y L₃, es mayor al del suelo edificado, esto es, al que concretamente se refiere el indicador L₁.
- En el ejemplo considerado, el ICADU se reduce en 0,046071 —esto es, en más de cuatro centésimas, cerca del 5% de 1, máximo valor—, y si bien dependiendo de las magnitudes de los indicadores L₂ y L₃ —manteniendo constantes el ICADU_{CIUDAD} y necesariamente C y H en las dos funciones—, tal cifra podrá ser mayor o menor, la calidad ambiental del asentamiento en lo esencial quedará fijada por la que adquiera el suelo edificado.

- c) En consecuencia, tiene una notable trascendencia en la calidad ambiental del espacio urbano, la extensión del suelo destinado a lotes o parcelas y su aprovechamiento edificatorio; y,
- d) De todos modos y como ya se señaló, no debería descuidarse la magnitud de la dotación de los espacios públicos urbanos —abiertos—, para el mejoramiento de la calidad ambiental de la ciudad, esto es, de la red vial —aunque no necesariamente de la calzada—, y de las zonas o espacios verdes públicos, como plazas, parques, plazoletas y similares.

El Gráfico N° 20 ilustra la abstracción realizada en torno al suelo edificado para determinar el ICADU_{SE}.

GRÁFICO N° 20

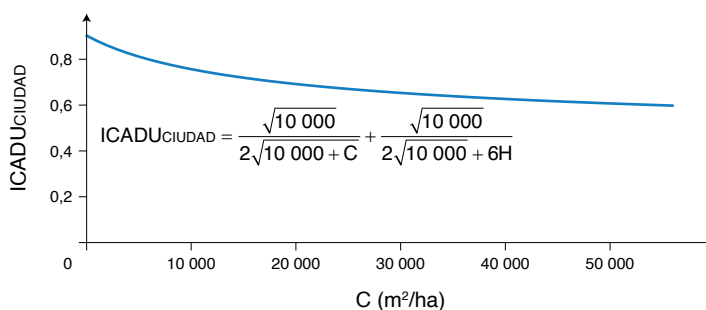


4.1.- Análisis considerando a C variable independiente

Se puede tener una perspectiva más general del comportamiento del ICADU_{CIUDAD} y del ICADU_{SE}, cuando C se incrementa hasta llegar al máximo COS_{SE} = 1, esto es, 56 000 m²/ha —técnica y ambientalmente inaceptable, producto de H = 8 y L₁ = 7 000 m²—, en tanto se mantiene constante H = 8 pisos.

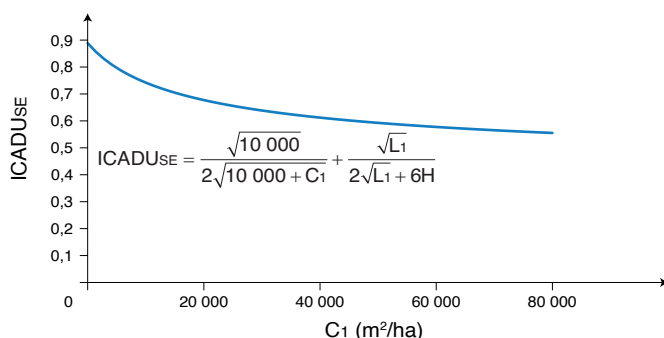
El resultado en primera instancia para el ICADU_{CIUDAD} se observa en el Gráfico N° 21 y da cuenta que la curva partiendo de valores de este indicador muy próximos a 0,9 —para C tendiendo a cero—, desciende con alguna notoriedad hasta 0,7 aproximadamente, cuando C = 15 000 m²/ha. A partir de esta abscisa la disminución del ICADU_{CIUDAD} se vuelve lenta, hasta el valor de 0,597851, cuando C = 56 000 m²/ha.

GRÁFICO N° 21



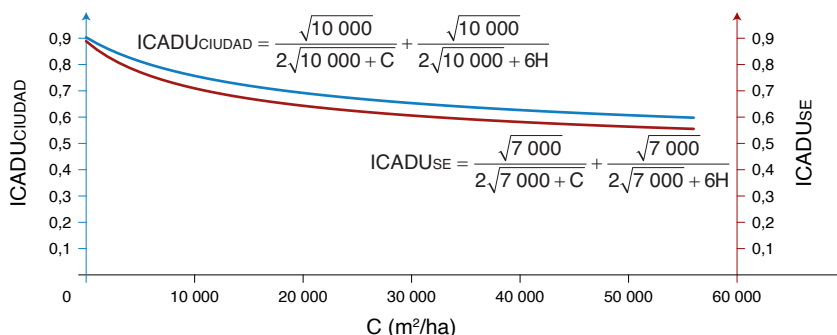
En cuanto al ICADU_{SE}, el Gráfico N° 22 muestra el descenso que experimenta la calidad ambiental por el aumento de la densidad edificatoria en relación al suelo destinado a lotes o parcelas, pues ésta se incrementa a 80 000 m²/ha al tratarse del valor límite de C adoptado, esto es, 56 000 m²/ha, por lo que el incremento representa más del 40%.

GRÁFICO N° 22



En el Gráfico N° 23 se observan las curvas del ICADU_{CIUDAD} y del ICADU_{SE} y en consecuencia la disminución que sufre la calidad ambiental por el incremento de la densidad edificatoria, de C a C₁. La curva que calcula el ICADU_{SE} para cada valor de C se ha obtenido cambiando en el primer término de la función del Gráfico N° 22, 10 000 por 7 000 m². En principio podría asegurarse que tal descenso tiende a ser constante, salvando los valores cercanos a cero, para los cuales las curvas van juntándose.

GRÁFICO N° 23



Para una estimación más precisa, el Cuadro N° 4 contiene las cifras correspondientes a C₁, H, los ICADU de la ciudad y del suelo edificado, y la disminución de este índice para varios valores de C, mismos que se duplican hasta 56 000 m²/ha. Su examen determina que:

- En la columna de los valores absolutos, conforme aumenta C y por tanto C₁, la diferencia de los ICADU que generan se incrementa asimismo y oscila entre más de tres y casi cinco centésimas, hasta cuando C = 14 000 m²/ha; no obstante si esta variable sigue creciendo, tal aumento se revierte, por esto se observa que la disminución cuando C = 28 000 m²/ha, es menor a la de C = 14 000 m²/ha. Así, la diferencia va en merma mientras C crece al infinito, aunque sus valores ya no cumplen las condiciones de partida.

CUADRO N° 4

C₁, H, ICADU_{CIUDAD}, ICADU_{SE} y disminución del ICADU, según C.

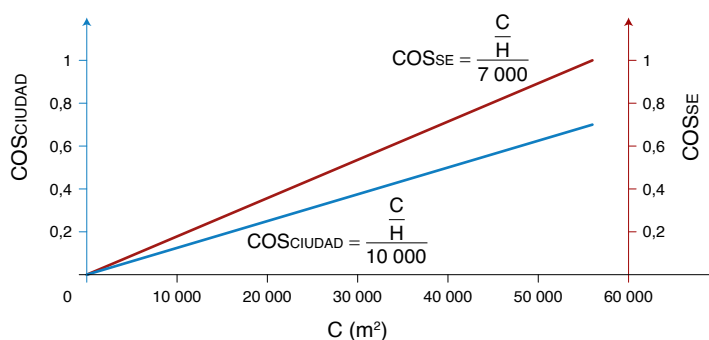
C (m ² /ha)	C ₁ (m ² /ha)	H (pisos)	ICADU _{CIUDAD}	ICADU _{SE}	Disminución	
					Absoluta	Relativa (%)
3 500	5 000	8	0,833557	0,796792	0,036765	4,4
7 000	10 000	8	0,786708	0,742098	0,04461	5,6
14 000	20 000	8	0,725974	0,677219	0,048755	6,7
28 000	40 000	8	0,65972	0,612151	0,047569	7,2
56 000	80 000	8	0,597851	0,555211	0,04264	7,1

- En números relativos tal diferencia también se incrementa, pero hasta C = 28 000 m²/ha, luego adopta la tendencia de los valores absolutos; y,
- Desde una perspectiva más general, si para C = 3 500 m²/ha la disminución absoluta de la calidad ambiental equivale a uno, ella es 1,15 veces mayor cuando C pasa a 56 000 m²/ha, mientras esta superficie crece 16 veces; por tanto, los ritmos de crecimiento son muy distintos y lógicamente obedecen a la diferencia de los valores extremos de C, y a los de L₁ y H como constantes.

Para complementar este estudio se pueden revisar las implicaciones de los indicadores COS y CUS, bajo las mismas condiciones de las variables C y H. Así, en relación al COS, el Gráfico N° 24 muestra las funciones lineales del COS_{CIUDAD} y del COS_{SE}, calculado este último mediante $\text{COS}_{\text{SE}} = (C/H)/7\,000$, pues permite conocer para un mismo valor de C los dos valores de COS que le corresponden. Al respecto es posible precisar que:

- Mientras C crece y H es constante, ambos COS también aumentan, por lo tanto —y al igual que C—, este comportamiento supone la reducción progresiva de la calidad ambiental.

GRÁFICO N° 24

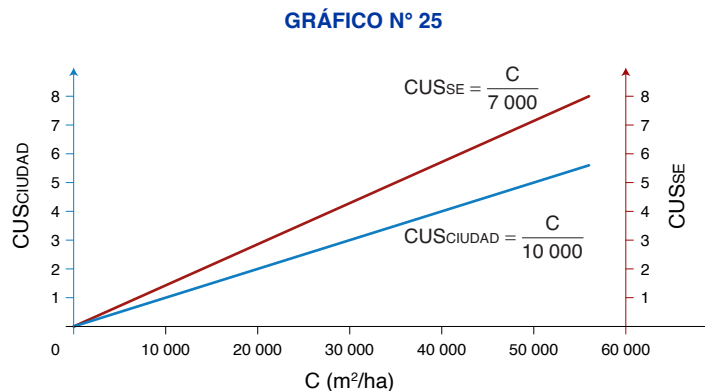


- Para cualquier valor de C mayor a cero, siempre el COS_{SE} es mayor al COS_{CIUDAD}, diferencia que se acentúa en tanto C crece. Así, si para C = 36 000 m²/ha, el COS_{CIUDAD} es 0,45 y el COS_{SE} 0,64, y en el caso de C = 56 000 m²/ha, los valores son: 0,7 y 1 —valor este último que significa la ocupación total del suelo asignado a lotes o parcelas, inaceptable por cierto—, la diferencia entonces pasa de 0,19 a 0,3; y,

- c) En consecuencia mientras aumenta C y H sea constante, también aumentan el COS_{CIUDAD} y el COS_{SE} , pero igualmente su diferencia; situación que pone en evidencia que la pérdida de la calidad ambiental en el suelo edificado es mayor a la del conjunto del espacio urbano.

Finalmente, en el Gráfico N° 25 se observan las funciones lineales que calculan el CUS_{CIUDAD} y el CUS_{SE} , este último establecido a través del $CUS_{SE} = C/7\,000$ para igualmente conocer para un mismo valor de C, los respectivos CUS. Su consideración permite afirmar lo siguiente:

- a) Este indicador muestra las mismas tendencias que el COS, pero la diferencia entre el CUS_{CIUDAD} y el CUS_{SE} debida al incremento de C, es mayor.



- b) Así, si para $C = 36\,000\text{ m}^2/\text{ha}$, el CUS_{CIUDAD} es 3,6 y el CUS_{SE} 5,14 y en el caso de $C = 56\,000\text{ m}^2/\text{ha}$, los valores son: 5,6 y 8, la diferencia pasa entonces de 1,54 a 2,4; y,
- c) Todo aumento del CUS es el resultado del incremento de C, aun manteniendo constante H y significa en consecuencia el deterioro de la calidad ambiental, mismo que también es mayor en el suelo destinado a lotes o parcelas que en el espacio urbano.

4.2.- Análisis considerando a H variable independiente

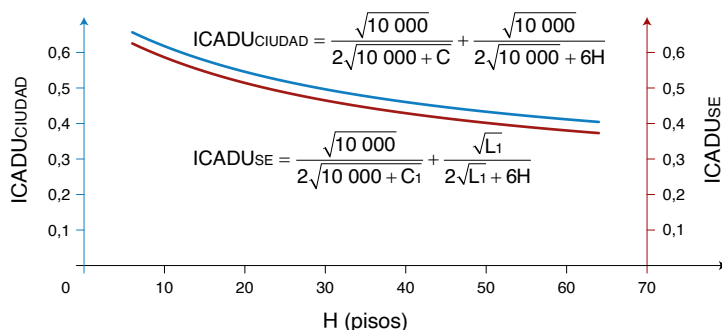
Se puede igualmente tener una visión más amplia del comportamiento del $ICADU_{CIUDAD}$ y del $ICADU_{SE}$, cuando H se incrementa y C se mantiene constante. Para el efecto se adopta 64 pisos como límite de H y $C = 36\,000\text{ m}^2/\text{ha}$.

En el Gráfico N° 26 se observan las curvas correspondientes al $ICADU_{CIUDAD}$ —la superior—, obtenido con $C = 36\,000\text{ m}^2/\text{ha}$ y al $ICADU_{SE}$ —la inferior—, con $C_1 = 10\,000C/7\,000 = 51\,428,5\text{ m}^2/\text{ha}$. Su estudio determina que:

- a) La función es cierta solamente para valores de H igual a seis pisos o mayores, pues suponen la ocupación de $6\,000\text{ m}^2$ de suelo o menos de $L_1 = 7\,000\text{ m}^2/\text{ha}$.
- b) Se reproduce el comportamiento ya visto en el Gráfico N° 23, las curvas muestran cierto paralelismo que se va perdiendo conforme H tiende a cero; y,

- c) La mayor pérdida de calidad ambiental a la que conlleva el incremento de H en comparación con C, se acentúa en el suelo destinado a lotes o parcelas, por el incremento de la densidad edificatoria a C₁.

GRÁFICO N° 26



En aras de una apreciación más concreta, el Cuadro N° 5 muestra las cifras relativas a C, C₁, los ICADU de la ciudad y del suelo edificado, y la disminución de este índice para diferentes valores de H, mismos que parten de 6 pisos —pues la función es cierta a partir de este valor—, y se duplican desde 8 hasta 64 pisos. De su revisión se establece que:

- a) En la columna de los valores absolutos, en tanto aumenta H, la diferencia de los ICADU que va originando se incrementa igualmente y oscila entre más de cuatro hasta cinco centésimas, cuando H = 32 pisos; sin embargo, si esta variable continúa subiendo, tal aumento se invierte, por esto se observa que la disminución cuando H = 64 pisos, es menor a la de H = 32 pisos. En consecuencia, la diferencia va en descenso mientras H crece al infinito.

CUADRO N° 5

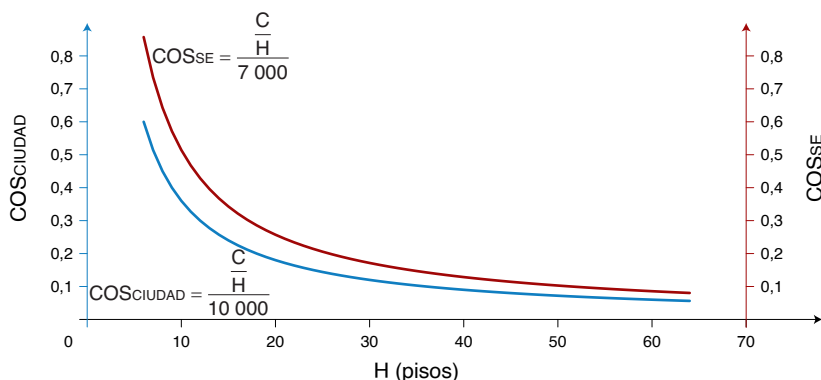
C, C₁, ICADU_{Ciudad}, ICADU_{Se} y disminución del ICADU, según H.

H (pisos)	C (m ² /ha)	C ₁ (m ² /ha)	ICADU _{Ciudad}	ICADU _{Se}	Disminución	
					Absoluta	Relativa (%)
6	36 000	51 428,5	0,656855	0,613211	0,043644	6,6
8	36 000	51 428,5	0,636352	0,59028	0,046072	7,2
16	36 000	51 428,5	0,570964	0,519457	0,051507	9
32	36 000	51 428,5	0,488228	0,434574	0,053654	10,9
64	36 000	51 428,5	0,404359	0,353489	0,05087	12,6

- b) En términos a su vez de números relativos y con respecto al ICADU_{Ciudad}, tal diferencia se incrementa siempre y pasa de 6,6 a 12,6%, tendencia que se mantiene con valores de H más altos; y,
- c) Desde un enfoque más general, si para H = 6 la disminución absoluta de la calidad ambiental equivale a uno, ella es 1,16 veces mayor cuando H pasa a 64, mientras esta altura crece en más de 10 veces; por tanto, los ritmos de crecimiento son muy distintos y obviamente se deben a la diferencia de los valores extremos, en este caso de H, y a los de L₁ y C como constantes.

En aras de perfeccionar este análisis vale examinar igualmente las implicaciones de los indicadores COS y CUS, bajo las mismas condiciones de las variables H y C. En cuanto al COS, el Gráfico N° 27 exhibe las curvas —dado que H es denominador—, del COSCIUDAD y del COSSE, resultado este último del $\text{COSSE} = (C/H)/7\,000$, pues permite calcular para un mismo valor de H los dos valores del COS que le corresponden. Al respecto se puede precisar que:

GRÁFICO N° 27



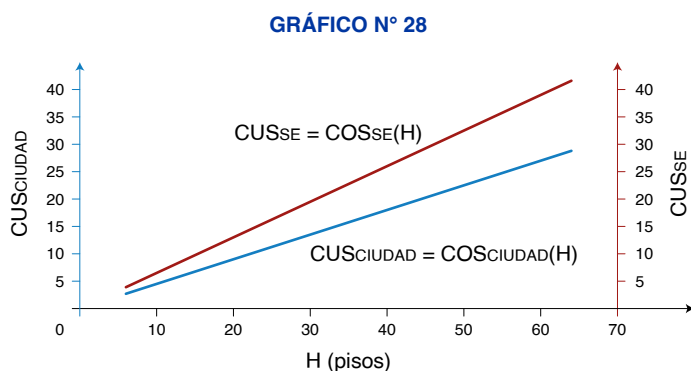
- Los COS muestran un comportamiento muy diferente al visto cuando C es la variable independiente y H constante. En las nuevas condiciones, estos indicadores en cambio descienden conforme se incrementa H y se mantenga constante C, pero al igual que cuando esta variable es independiente, suponen también la reducción progresiva de la calidad ambiental.
- El COSSE, es mayor al COSCIUDAD, pero esta diferencia va disminuyendo en tanto aumente H. Por esto si para H = 8 pisos, el COSCIUDAD es 0,45 y el COSSE 0,64 —nótese que son los mismos valores obtenidos para C = 36 000 m²/ha y H = 8 pisos—, y para H = 32 pisos, los valores son: 0,11 y 0,16, entonces la diferencia pasa de 0,19 a 0,05; y,
- Por tanto, cuando aumenta H, manteniendo constante C, el COSCIUDAD y el COSSE disminuyen, pero asimismo su diferencia, la cual tiende a ser cero; comportamiento que pone de manifiesto que en todo caso —para todo valor de H—, la pérdida de la calidad ambiental en el suelo edificado es mayor a la del conjunto del espacio urbano.

En buenas cuentas y considerando los dos casos en que C y H son variables independientes, se puede concluir en los siguientes términos. Por una parte, toda reducción del COS no necesariamente significa mejorar la calidad ambiental y no lo es si obedece al crecimiento de H, mientras C es constante; en consecuencia, el tantas veces aludido beneficio ambiental del aumento de la superficie libre de los lotes o parcelas por la reducción del COS, no es tal si se produce en las condiciones señaladas.

Por otra parte, asimismo todo aumento del COS no necesariamente supone disminución de la calidad ambiental, pero lo es si obedece al crecimiento de C, mientras H es constante; por tanto, las muy frecuentes ampliaciones de las superficies de construcción a nivel de las plantas bajas —que hasta saturan el suelo con un COS = 1—, a título del mayor aprovechamiento del suelo, deterioran la calidad ambiental de un asentamiento, especialmente de su suelo edificado.

Por último, en el Gráfico N° 28 se muestran las funciones lineales que calculan los CUS teniendo a H como variable independiente: $CUS_{CIUDAD} = COS_{CIUDAD}(H)$ y $CUS_{SE} = COS_{SE}(H)$. Para el efecto se asumen los valores $COS_{CIUDAD} = 0,45$ y $COS_{SE} = 0,65$. Su consideración permite afirmar lo siguiente:

- a) Este indicador muestra tendencias muy diferentes a las vistas anteriormente para el COS, pero en cambio son similares a las del CUS cuando C es variable independiente; por tanto, los CUS crecen conforme aumenta H y para un mismo valor de esta variable el CUS_{SE} siempre es mayor al respectivo CUS_{CIUDAD} .



- b) Así, si para $H = 8$ pisos, el CUS_{CIUDAD} es 3,6 y el CUS_{SE} 5,2 y en el caso de $H = 32$ pisos, los valores son: 14,4 y 20,8, la diferencia pasa entonces de 1,6 a 6,4 siendo ésta muy superior a la vista en el caso del COS.
- c) Todo aumento del CUS es el resultado del incremento de H, aun manteniendo constante el COS y significa por tanto la disminución de la calidad ambiental, misma que igualmente es mayor en el suelo reservado a lotes o parcelas que en el espacio urbano; y,
- d) Así, y considerando los dos casos en que C y H son variables independientes, se puede concluir que su incremento siempre supone el aumento a su vez del CUS, que éste siempre también es mayor en el suelo edificado, con respecto al conjunto del espacio urbano y que esta diferencia es creciente en tanto aumenten C y H.

5. La tangente del ángulo de soleamiento en el espacio urbano y en el suelo edificado y la calidad ambiental

En la misma línea del estudio de la altura de la edificación en calidad de variable independiente, se puede abordar una de sus relaciones de mayor trascendencia, esto es, la que mantiene con la tangente del ángulo de soleamiento que genera en el espacio urbano y en el suelo edificado, en la medida que este indicador también evidencia los cambios que experimenta la calidad ambiental en uno y otro caso, por incrementos del número de pisos de las edificaciones, sin perjuicio de la existencia o no de aumentos concurrentes de las superficies de construcción de los pisos.

Toca mirar entonces el comportamiento específico de dicha tangente cuando H varia y C es constante. No obstante, este análisis requiere en forma previa la consideración del tipo de

implantación de la edificación predominante en una ciudad determinada y en consecuencia de la existencia o no de retiros de la misma con respecto a la vía pública y a los linderos del lote o parcela, variables respecto de las cuales, sin embargo, puede no presentarse la situación de predominio. En este sentido, si bien este análisis podría referirse a un asentamiento urbano determinado, seguramente puede encontrar más viabilidad respecto de zonas o sectores de ella, que permita incluso la comparación de resultados.

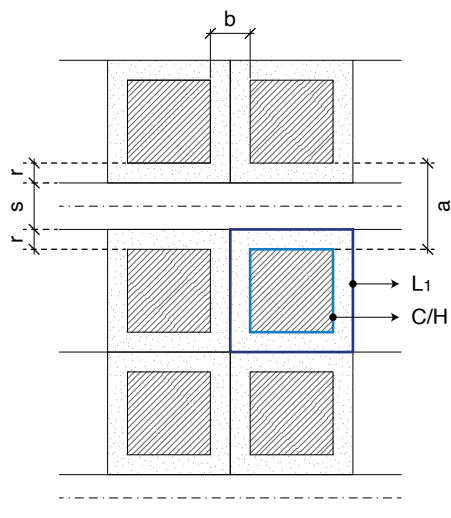
Para el efecto se establecen las siguientes cuatro condiciones:

- En cuanto a la configuración geométrica del asentamiento se escoge por facilidad la forma cuadrada para L_1 .
- Se adoptan los tipos de implantación de la edificación más generales: la edificación aislada y la edificación continua sin retiro frontal. En el caso de la primera la edificación será un paralelepípedo de base cuadrada y de la segunda uno de base rectangular.
- La tangente del ángulo de soleamiento del suelo edificado corresponderá a la distancia entre edificaciones con el lindero de por medio y se llamará $\text{tg}\alpha_1$; y,
- La tangente del ángulo de soleamiento del espacio urbano corresponderá a la distancia entre edificaciones con la vía pública de por medio, pudiendo o no existir retiros con respecto a ésta. Se llamará $\text{tg}\alpha_2$.

El Gráfico N° 29 muestra la configuración del asentamiento en términos de los significados atribuidos a C y H —esto es, de indicadores medios—, con la edificación aislada. En él:

- C/H = superficie de emplazamiento de la edificación
 r = retiro de la edificación con respecto a la vía pública y a los linderos del lote o parcela, en metros.
 s = sección transversal de la vía en metros
 a = distancia entre edificaciones con la vía pública de por medio
 b = distancia entre edificaciones con lindero de por medio y por tanto igual a $2r$

GRÁFICO N° 29



De este modo, las funciones generales de las tangentes serán:

$\text{tg}\alpha_1 = 3H/b$, pero $b = \sqrt{L_1} - \sqrt{C/H}$; por tanto:

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{3H}{\sqrt{L_1} - \sqrt{\frac{C}{H}}}$$

$\text{tg}\alpha_2 = 3H/a$, pero $a = b + s$; en consecuencia:

$$\text{tg}\alpha_2 = \frac{3H}{\left(\sqrt{L_1} - \sqrt{\frac{C}{H}}\right) + s}$$

El Gráfico N° 30, por su parte, indica la configuración del asentamiento en función de los significados atribuidos a C y H, con la edificación continua sin retiro frontal; en tanto que r, s y b representan las dimensiones ya señaladas a propósito del gráfico anterior. Las funciones generales de las tangentes en este caso serán:

$\text{tg}\alpha_1 = 3H/b$, pero

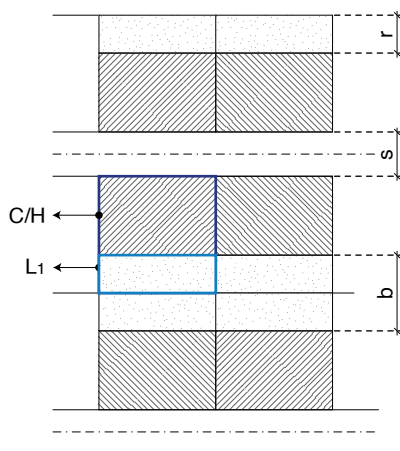
$$b = 2 \left(\frac{L_1 - C/H}{\sqrt{L_1}} \right)$$

por tanto:

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{3H}{2 \left(\frac{L_1 - \frac{C}{H}}{\sqrt{L_1}} \right)}$$

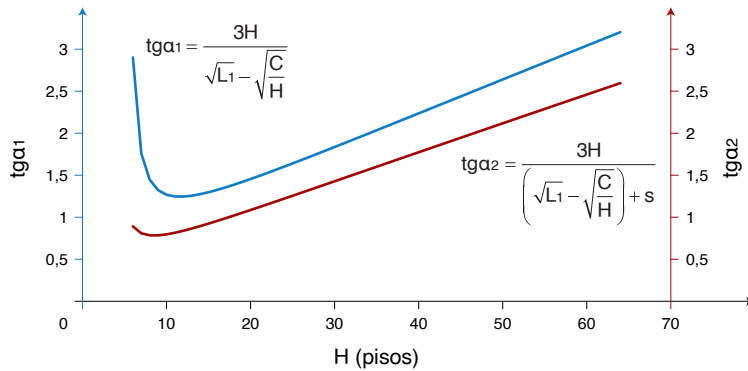
$$\text{tg}\alpha_2 = \frac{3H}{s}$$

GRÁFICO N° 30

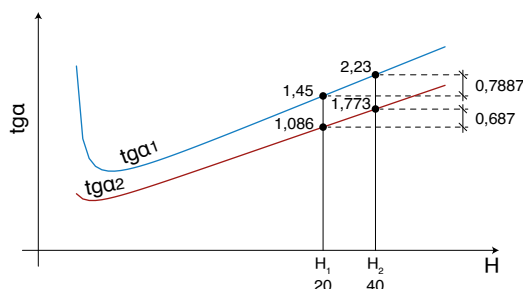


Considerando la edificación aislada y dando a L_1 y a C los valores constantes ya asignados en el acápite anterior —esto es, 7 000 y 36 000 m²/ha, respectivamente—, a la sección $s = 14$ m, y variando H en el intervalo ya conocido de 6 a 64 pisos, es posible construir el Gráfico N° 31, con las expresiones de las funciones $\text{tg}\alpha_1$ y $\text{tg}\alpha_2$. Su examen permite ver que:

GRÁFICO N° 31



- La curva superior pertenece a la función de la tangente del ángulo de soleamiento del suelo edificado y entre los seis y diez pisos —aproximadamente—, desciende de modo rápido —de 2,9 a 1,267—, y luego asciende llegando a 3,202 cuando H es igual a 64 pisos.
- A su vez, la curva inferior corresponde al espacio urbano, por tanto, bajo las condiciones impuestas y como producto entonces del incremento de la distancia entre las edificaciones, para una misma altura de éstas —vale decir, para un mismo valor de H —, la tangente del ángulo de soleamiento del espacio urbano es menor a la del suelo edificado.
- Ésta muestra también un descenso, pero en un intervalo menor, desde los seis a ocho pisos, variando la tangente de 0,89 a 0,784; para luego incrementarse constantemente hasta 2,596 cuando $H = 64$ pisos.
- Como se verá, se trata de funciones con una tendencia lineal a medida que la variable independiente va tomando valores más y más elevados, por lo que sus gráficas se parecen a las de líneas rectas, que se les denomina “asíntotas oblicuas”.
- La diferencia de las tangentes va disminuyendo lentamente a partir de 2,009 en $H = 6$ pisos, hasta 0,368 cuando $H = 20$, y después ella crece hasta 0,606 cuando H llega a 64 pisos. No obstante, vale observar que este crecimiento de la diferencia se debe más al cambio de la $\text{tg}\alpha_1$, esto es, de la tangente del ángulo de soleamiento del suelo edificado, que al de la $\text{tg}\alpha_2$, la del espacio urbano.
- Así, observando el esquema adjunto, cuando H pasa de 20 a 40 pisos, la $\text{tg}\alpha_2$ se incrementa de 1,086 a 1,773 y por tanto en 0,687; en cambio la $\text{tg}\alpha_1$ pasa a 2,23 y entonces el incremento es de 0,7887 que relacionado con 0,69 es 1,14 veces más; y,



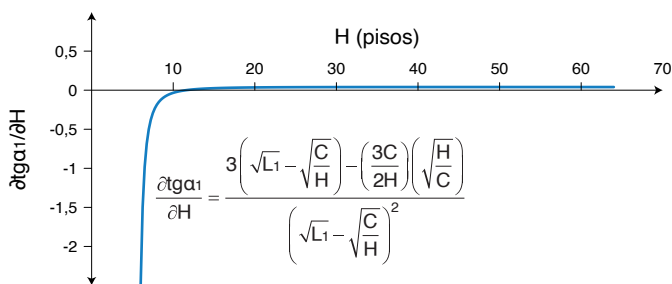
- g) En consecuencia, una misma altura de la edificación genera diferentes tangentes del ángulo de soleamiento, siendo siempre mayor la del suelo edificado y por tanto con mayor impacto en la calidad ambiental de éste, mismo que aumenta mientras también lo haga H, como se revisa más adelante.

Se puede profundizar el conocimiento de esta tendencia, obteniendo la derivada de la función $tg\alpha_1 = f(H)$, misma que es igual a:

$$\frac{\partial tg\alpha_1}{\partial H} = \frac{3 \left(\sqrt{L_1} - \sqrt{\frac{C}{H}} \right) - \left(\frac{3C}{2H} \right) \left(\frac{\sqrt{H}}{\sqrt{C}} \right)}{\left(\sqrt{L_1} - \sqrt{\frac{C}{H}} \right)^2}$$

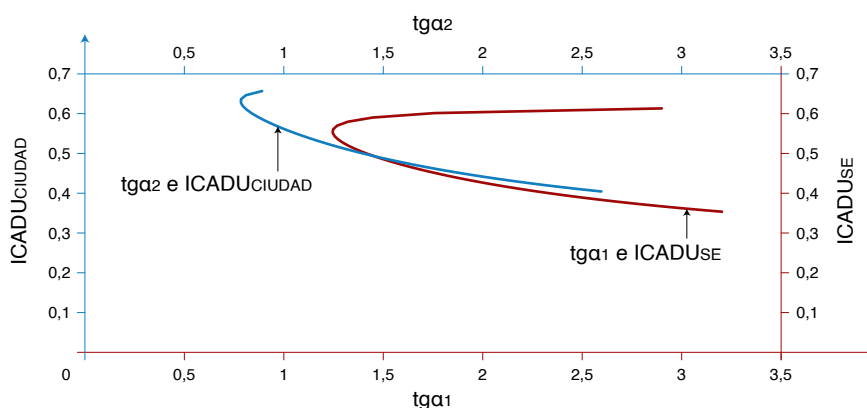
Con los valores de $L_1 = 7\,000\text{ m}^2$, $C = 36\,000\text{ m}^2/\text{ha}$ y variando H de 6 a 64 pisos, se puede mirar esta función como muestra el Gráfico N° 32. Su revisión ratifica lo expuesto en torno al comportamiento de ella, pues la intensidad de cambio de la pendiente de la recta tangente es muy mayor en el intervalo de H entre 6 y 9 pisos, con mayor énfasis en el paso a 7 pisos, luego tal intensidad disminuye fuertemente pero se mantiene negativa hasta los 11 pisos. A partir de los 12 es positiva y con valores cercanos a cero, va incrementándose lentamente hasta casi los 50 pisos, para finalmente ir descendiendo.

GRÁFICO N° 32



Por último, es posible relacionar las tangentes del ángulo del soleamiento tanto del espacio urbano como del suelo edificado, con los ICADU respectivos y que fueran motivo de exposición y análisis en líneas anteriores, construyendo esta vez el Gráfico N° 33 con apoyo del Gráfico N° 31. Así, es posible precisar que:

GRÁFICO N° 33



- La curva que relaciona la $tg\alpha_2$ y el $ICADU_{CIUDAD}$, partiendo de los valores 0,89 y 0,656855 —respectivamente—, y pertenecientes a $H = 6$ pisos, desciende hacia la izquierda a lo largo de un intervalo pequeño, disminuyendo en consecuencia tales valores. Luego da un giro muy cerrado hacia la derecha, incrementándose rápidamente la $tg\alpha_2$ hasta 2,596 en tanto la calidad ambiental va desciendo a 0,404359; valores correspondientes a $H = 64$ pisos. En el extremo izquierdo el menor valor de la $tg\alpha_2 = 0,784$ y su $ICADU_{CIUDAD} = 0,626827$ mismos que corresponden a $H = 9$ pisos.
- Por su lado, la curva que relaciona a la $tg\alpha_1$ y al $ICADU_{SE}$, arrancando de los valores 2,9 y 0,613212 pertenecientes asimismo a $H = 6$ pisos, respectivamente, va descendiendo a la izquierda a lo largo de un intervalo significativo y tales valores disminuyen. Luego la curva gira también hacia la derecha en forma muy cerrada, teniendo en el extremo izquierdo como menor valor de $tg\alpha_1$ a 1,245 y cuyo $ICADU_{SE}$ es 0,551318, valores que corresponden a $H = 12$ pisos. Después esta curva al igual que la anterior y por tanto con una trayectoria continua de los puntos que la forman, la $tg\alpha_1$ se incrementa de modo rápido mientras la calidad ambiental sigue descendiendo. En el extremo derecho la $tg\alpha_1 = 3,202$ y el $ICADU_{SE} = 0,353489$, valores pertenecientes a $H = 64$ pisos.
- Así, dadas las condiciones de partida y para la mayor parte del intervalo estudiado, un mismo valor de $tg\alpha_1$ es común a dos valores del $ICADU_{SE}$ y obviamente a dos valores muy distintos de H , pudiendo ilustrarse esta situación con la $tg\alpha_1 = 1,756$ que pertenece a los valores del $ICADU_{SE} = 0,601418$ y 0,451239; y éstos a los de $H = 7$ y 28 pisos, respectivamente.
- El gráfico indica que las dos curvas se interceptan, por tanto en este punto $tg\alpha_1 = tg\alpha_2$. Tal valor es 1,494 y corresponde aproximadamente a la $tg\alpha_1$ de $H = 21$ pisos y a la $tg\alpha_2$ de $H = 32$ pisos; a su vez, los $ICADU$ —sin coincidir exactamente—, son: $ICADU_{SE}$ de 21 pisos = 0,486963 e $ICADU_{CIUDAD}$ de 32 pisos = 0,488228.
- De este modo, cuando la $tg\alpha_2$ crece, la calidad ambiental va disminuyendo siempre, salvando el comportamiento de su extremo izquierdo desde los valores mayores a 0,78 que pertenece a $H = 9$ pisos, hasta 0,89 que corresponde a los valores de $H = 6$ y 14 pisos, intervalo en el que entonces un mismo valor de la $tg\alpha_2$ corresponde a dos del $ICADU_{CIUDAD}$. En suma la $tg\alpha_2$ aumenta de 0,78 a 2,59 mientras el $ICADU_{CIUDAD}$ disminuye de 0,626 a 0,404; y,

- f) A su vez, cuando la $tg\alpha$ crece, cada uno de sus valores dan lugar a dos del ICADU_{SE}, cuya diferencia también crece y que por tanto pertenecen a dos alturas de la edificación H cada vez más distintas, salvando en el extremo izquierdo el ya señalado valor de 1,24 que corresponde a $H = 12$ pisos y en el extremo derecho los valores mayores a 2,9; esto es, que pertenecen a valores de H superiores a 57 pisos.

6.- Los volúmenes edificadas, el suelo libre y la calidad ambiental

Es posible avanzar a una visión integral de la incidencia de la densidad edificatoria en la calidad ambiental del espacio urbano, si se relacionan a los volúmenes construidos con el suelo libre, entendiendo a éste como el constituido por los suelos aprovechados con fines distintos al emplazamiento de edificaciones y que remiten al concepto de “*espacios libres*”, en tanto “*áreas no construidas en los ámbitos urbanos*” (Zoido et al. 2013).

En su orden se trata de los suelos destinados a: i) la red vial, ii) las zonas verdes públicas como plazas, parques, plazoletas y similares; y, iii) los imputables a los retiros de las edificaciones desde los linderos de los lotes: frontales, laterales y posteriores, cuya presencia y magnitud dependerán del tipo de implantación de ellas, y sin perjuicio de la existencia de lotes que soporten —anormalmente—, edificaciones en toda su superficie, es decir con el máximo coeficiente de ocupación del suelo.

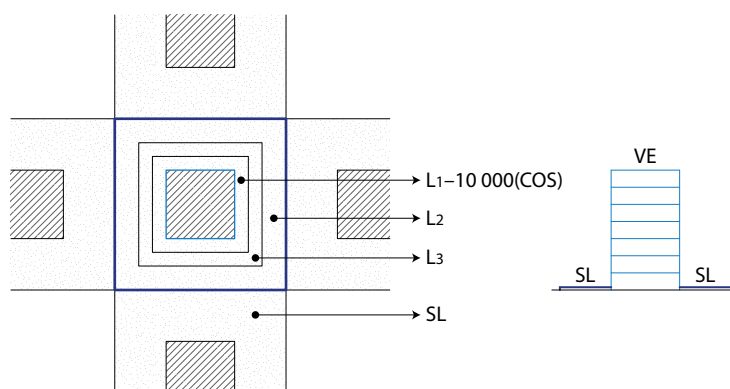
Ciertamente una cualidad esencial de los referidos espacios es su grado de accesibilidad por la población, pues si bien ésta no tiene ninguna restricción al tratarse de la red vial y las zonas verdes públicas —en Ecuador se conocen legalmente como parte de los “*bienes de uso público*”—, el acceso a los espacios generados mediante los usos específicos de los retiros de las edificaciones —jardines, áreas estanciales, parqueaderos y otros—, ya es motivo de restricciones.

La ordenación urbanística desde sus albores se ha preocupado de la relación de los volúmenes edificadas y el suelo libre, con el propósito de precautelar las condiciones de habitabilidad de la ciudad, habida cuenta del menoscabo que éstas mostraron como producto de la abusiva densificación edificatoria que sufrieron varias de sus zonas, particularmente las centralidades.

En este sentido es útil recordar la reflexión de Rigotti (1967) al tratar “*Los volúmenes construidos, las áreas libres, la densidad*”—en su obra “*Urbanismo: La Composición*”—, con miras a su consideración en la ordenación de la ciudad y por tanto también en su estudio: “*Y entonces la composición tridimensional en urbanismo, como la hemos concebido, se entrelaza estrechamente con la organización social del plan de ordenación; de un modo especial, la altura de los edificios y los volúmenes construidos deben estar íntimamente vinculados con las superficies libres, con la densidad de población y con la instalación de adecuados servicios colectivos*” (p. 336).

Precisando en términos de las variables contenidas en los modelos de este subcapítulo, el suelo libre —SL—, será igual a la suma de la superficie destinada a los retiros de las edificaciones —esto es L_1 menos el suelo ocupado por el emplazamiento de las edificaciones—, más L_2 y L_3 . En consecuencia, si $L = L_1 + L_2 + L_3 = 10\,000\text{ m}^2$, $SL = 10\,000 - 10\,000\text{ (COS)}$. Por su parte, el volumen edificado —VE—, en L , será igual a C multiplicado por la altura de un piso, esto es, 3 m. En el Gráfico N° 34 se puede observar la expresión espacial de la abstracción propuesta.

GRÁFICO N° 34



VE/SL, expresado en m^3/m^2 , es el coeficiente que da cuenta de la relación entre volumen edificado y suelo libre, y para él se propone una denominación que se inspira en el concepto de capacidad de carga de un espacio de interés natural o cultural, pero en este caso en términos de carga del volumen edificado sobre el suelo libre, en tanto “sobre” conforme al significado dado por la Real Academia Española, se refiere también a “*cerca de otra cosa, con más altura que ella y dominándola.*” Así, se adopta la denominación de coeficiente de carga edificatoria sobre el suelo libre = CEL.

Por tanto,

$$\text{CEL} = \frac{\text{VE}}{\text{SL}}$$

pero puesto que:

$$\text{VE} = 3\text{C}$$

$$\text{SL} = 10\,000 - 10\,000 (\text{COS})$$

y

$$\text{COS} = \frac{\frac{\text{C}}{\text{H}}}{10\,000}$$

entonces:

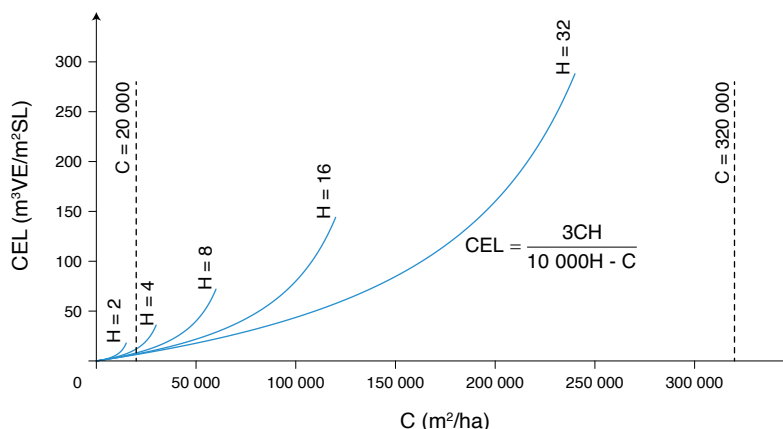
$$\text{SL} = 10\,000 - \frac{\text{C}}{\text{H}}$$

$$\text{CEL} = \frac{3\text{C}}{10\,000 - \frac{\text{C}}{\text{H}}}$$

$$\text{CEL} = \frac{3\text{CH}}{10\,000\text{H} - \text{C}}$$

Si en la función C es variable independiente, H constante y asume los valores de 2, 4, 8, 16 y 32 pisos para construir una familia de curvas, se obtiene el Gráfico N° 35, con la restricción de que los valores de C tienen como límite para cada valor de H el $\text{COS} = 0,75$, esto es, la situación extrema en la que por cada hectárea de suelo ocupada, 7 500 m² se destinan al emplazamiento de la edificación y 2 500 m² para retiros de las edificaciones, la red vial y las zonas verdes públicas.

GRÁFICO N° 35



Observando el comportamiento del CEL es posible señalar que:

- Para cualquier altura de la edificación o H , a mayores valores de la superficie de construcción de la edificación, esto es C , tal coeficiente se incrementa.
- Conforme aumenta H , el dominio de la función también aumenta, pues si cuando $H = 2$ la asíntota vertical de la curva es: $10\,000(2) - C = 0$ y por tanto $C = 20\,000$; para $H = 32$ tal asíntota es: $10\,000(32) - C = 0$ y en consecuencia $C = 320\,000$. Se determina entonces que los dominios mantienen la proporción con la que varía H , pues $32/2 = 320\,000/20\,000$.
- Los límites laterales por la izquierda de la familia de curvas dan cuenta de este comportamiento, pues cuando $a = 10\,000H - C$:

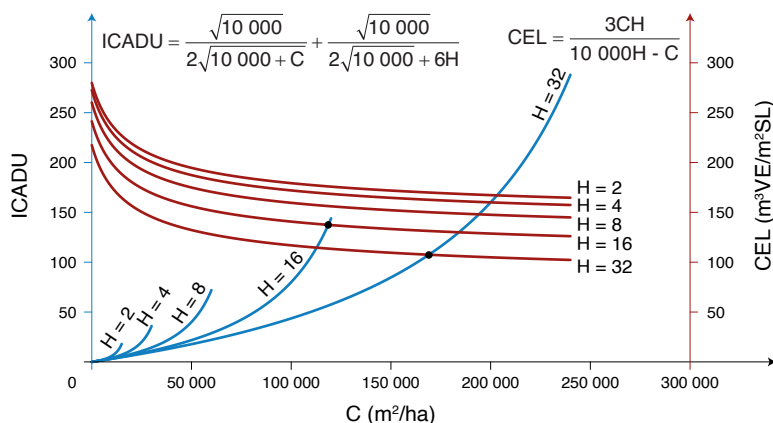
$$\lim_{C \rightarrow a^+} \frac{3CH}{10\,000H - C} = \infty$$

- Para un mismo valor de C , conforme se incrementa H , el CEL disminuye, esto por cuanto SL aumenta; no obstante, tal disminución no es constante, pues conforme se pasa a números de pisos mayores va experimentando reducciones. Así, cuando $C = 10\,000$, para $H = 2, 4, 8, 16$ y 32 pisos, los valores del CEL son 6; 4; 3,42; 3,2 y 3,09, respectivamente.
- En consecuencia y desde la perspectiva del incremento del suelo libre, tiende a ratificarse lo visto en los Modelos A5, esto es, que los aumentos mayores y medios se producen cuando las edificaciones llegan hasta 11 pisos, que superada esta altura, los incrementos son muy menores y por si solos no justifican mayores alturas.

- f) Efectivamente, tomando nuevamente $C = 10\,000$, si cuando $H = 2$, SL es $5\,000$, los valores de H más altos: $4, 8, 16$ y 32 , generan las siguientes magnitudes de SL: $7\,500, 8\,750, 9\,375$ y $9\,687\text{ m}^2$.
- g) Si en la familia de curvas en consideración se establecen los valores de C que producen un mismo COS, ellos varían proporcionalmente a H y también los del CEL. Por ejemplo, para el COS máximo adoptado de $0,75$, cuando $H = 2$, $C = 15\,000$ y el $CEL = 18$; pero si $H = 4$, C y el CEL se duplican asimismo a $30\,000$ y 36 . Por lo que a $H = 32$ pisos, le corresponde valores dieciséis veces más: $C = 240\,000$ y el $CEL = 288$.
- h) Por último, si para una determinada C se adopta asimismo un valor de H y se obtiene el respectivo CEL , para que éste se mantenga constante con valores de H mayores, se requiere que C se incremente, aunque con un ritmo menor al adoptado para H . Por ejemplo, si para $C = 17\,857$ y $H = 2$, el $CEL = 50$; para alcanzar este mismo valor con $H = 4$, es necesario que C llegue a $32\,258$; con $H = 8$, $C = 54\,054$; con $H = 16$, $C = 81\,632$; y, con $H = 32$, $C = 109\,589$.

Integrando las familias de curvas relativas al ICADU con $H = 2, 4, 8, 16$ y 32 pisos y al CEL con los mismos valores de H , manteniendo a C como variable independiente, se obtiene el Gráfico N° 36, cuya elaboración —como en casos anteriores—, requiere que las variables dependientes adquieran la misma escala, para lo cual entonces se multiplican los valores del ICADU por 288 , cifra que corresponde al máximo valor alcanzado —bajo las condiciones impuestas—, por el CEL , cuando $C = 240\,000$ y $H = 32$.

GRÁFICO N° 36



Del examen de dicho gráfico se desprende que:

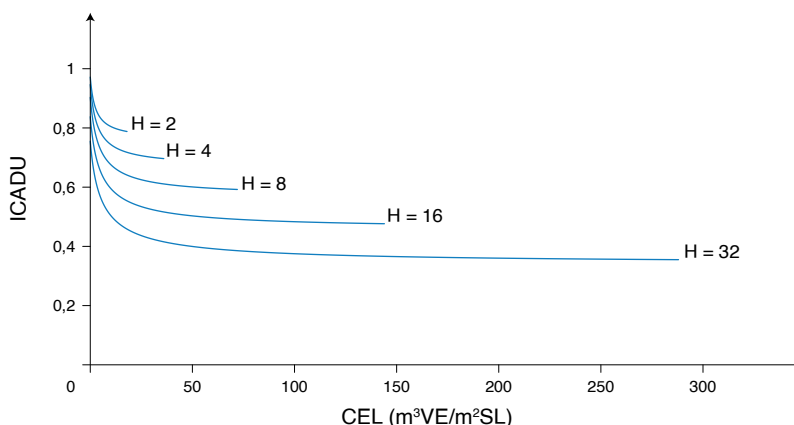
- a) Únicamente para los valores de $H = 16$ y 32 se intersecan las curvas del ICADU y del CEL observando como COS máximo $0,75$ —puntos resaltados—; lo cual significa que para los valores menores de H si bien ellas asimismo se intersecan, tales puntos corresponden a COS imposibles en un sentido práctico.
- b) Para $H = 32$, el punto en el que se intersecan las curvas tiene como coordenadas $C = 169\,050$ y $CEL = ICADU = 107,505$; cifra que en el caso del ICADU equivale

en rigor a $107,505/288 = 0,373281$, una calidad ambiental que puede ser estimada cercana a la media.

- c) Por tanto, para valores de C mayores a $169\,050\text{ m}^2$, la calidad ambiental —el ICADU—, va disminuyendo, en tanto que para los menores, ella se incrementa. Por su parte el CEL muestra una tendencia contrapuesta, con la particularidad de que su ritmo de aumento, más o menos a partir del punto en cuestión, es más notable.
- d) En el caso de $H = 16$, el punto tiene como coordenadas $C = 118\,585$ y $CEL = ICADU = 137,447$; cifra que tratándose del ICADU, igualmente en rigor corresponde a $137,447/288 = 0,477246$, una calidad ambiental mejor a la anterior —prácticamente media—, producto de la disminución de C y H.
- e) Asimismo entonces para los valores de C mayores y menores a $118\,585\text{ m}^2$, los comportamientos del ICADU y CEL son análogos a los vistos para $H = 32$ pisos, aunque en el marco del dominio de la función.

Finalmente y al igual que para el COS y CUS, conviene también relacionar al CEL con el ICADU, con miras a precisar la influencia, efecto o repercusión de los volúmenes edificados en el suelo libre en términos de calidad ambiental. Con este propósito, se ha elaborado el Gráfico N° 37, a partir de la información del gráfico anterior y manteniendo la consideración de la sabida variación de H. Su examen permite concluir que:

GRÁFICO N° 37



- a) Para cualquier valor de H, mientras crece el CEL disminuye la calidad ambiental o ICADU. Así el comportamiento de este coeficiente se inserta en los ya vistos en estos modelos para el COS y CUS.
- b) Los dominios de la función manteniendo el COS máximo de 0,75 observan el ritmo de crecimiento asumido para H en la familia de curvas, por tanto se van duplicando; así $CEL = 18, 36, 72, 144$ y 288 .
- c) Entonces un mismo CEL y dependiendo de su magnitud, puede corresponder de uno a cinco valores del ICADU, así el CEL igual a 50 tiene tres posibles valores del ICADU que se despejan así: para $H = 8$, $C = 54\,054$ y el $ICADU = 0,600784$;

cuando $H = 16$, $C = 81\,632$ y el $ICADU = 0,503013$; y, para $H = 32$, $C = 109\,589$ y el $ICADU = 0,399687$.

- d) En consecuencia, para que el CEL se mantenga constante en medio del incremento de H , C debe crecer, aunque —como ya se vio en líneas anteriores—, con un ritmo menor al de H . Tales incrementos se traducen en pérdidas de calidad ambiental en valores cercanos a un décimo, al pasar de 8 a 16 pisos y asimismo al incrementarse de 16 a 32 pisos.

De esta manera, a los coeficientes de ocupación y utilización del suelo —COS y CUS—, y a la tangente del ángulo de soleamiento, ya estudiados, se suma este coeficiente para estructurar un conjunto de expresiones específicas de la densidad edificatoria, que explican el comportamiento del modelo matemático central de este subcapítulo, esto es, del que calcula el ICADU.

7.- Conclusiones

A nivel general se pueden señalar las siguientes:

- a) Se ha demostrado que el modelo propuesto es aplicable para establecer la densidad edificatoria, tanto en el plano horizontal, dada por la superficie media de construcción de edificaciones por hectárea de suelo ocupada — C —, como en el plano vertical, debida al número de pisos medio de las edificaciones — H —; y en función de éstas, la calidad ambiental de un asentamiento, ciudad o área urbana.
- b) El estudio tanto de los comportamientos de H y C en el modelo, como variables independientes o dependientes —asumiendo valores que dan lugar a familias de curvas—, como de las implicaciones que ellas tienen a su vez en el de los indicadores COS y CUS, y de éstos en el ICADU, explica las diversas relaciones de impacto o afectación de la densidad edificatoria de una unidad espacial urbana en su calidad ambiental —en los términos en que ésta ha sido entendida en esta obra—; pero también su cuantificación y significado para las actividades humanas en general, en términos de espacio físico y de condiciones o posibilidades de iluminación, ventilación, soleamiento, calidad del aire y acceso al paisaje.
- c) Se ha podido exponer la conformación del ICADU variando H y C simultáneamente, aprovechando la proporcionalidad que adquieren al tratarse de medidas de tendencia central de la densidad edificatoria, y en consecuencia determinar con el mayor detalle posible —obviamente al nivel de abstracción adoptado—, el impacto o afectación de tal variación en la calidad ambiental de un asentamiento. Más aun, se han explicado las relaciones que en esta formación del ICADU guardan los indicadores COS y CUS, tanto con las variables centrales y éste índice. Sin duda la construcción de una expresión gráfica que reúne a este conjunto de variables e indicadores —Gráfico N° 19—, puede ser de mucha utilidad como instrumento de monitoreo de la evolución de la calidad ambiental de una ciudad en el tiempo, a partir de una situación dada.
- d) Siendo pertinente el análisis de la densidad edificatoria del espacio urbano y su calidad ambiental, lo es también el relativo al suelo edificado —la variable L_1 —, o espacio edificado en sentido estricto, por la simultaneidad y diversidad de actividades económico-sociales que acoge. Él establece y compara los comportamientos de las variables C y H en estos dos niveles espaciales, demostrando la pérdida de calidad ambiental que experimenta el suelo edificado — $ICADU_{SE}$ respecto del $ICADU_{CIUDAD}$ —,

aun en condiciones de buenas dotaciones de suelo para espacios públicos — $L_2 + L_3$ —, a la par que también da cuenta del comportamiento de los indicadores COS y CUS en cada uno de esos niveles. En su totalidad, estas explicaciones ponen en evidencia la necesidad de controlar y evitar la saturación del suelo edificado, de no superar la capacidad de acogida de un asentamiento, esto es, de una consolidación que al tiempo que propicie su crecimiento compacto, garantice una buena calidad ambiental.

- e) Manteniendo las condiciones impuestas, se estudian las tangentes del ángulo de soleamiento que generan los tipos de implantación y la altura de la edificación en el espacio urbano y en el suelo edificado, las relaciones entre ellas y con la calidad ambiental o ICADU. En este contexto se explica que en el espacio urbano casi siempre el aumento de este indicador supone el deterioro de la referida calidad, en tanto que en el suelo edificado casi siempre asimismo, una misma tangente puede dar lugar a dos valores del ICADU, cuya diferencia aumenta conforme ella se incrementa y en consecuencia H.
- f) Con el propósito de alcanzar una visión integral de la incidencia de la densidad edificatoria en la calidad ambiental del espacio urbano, en términos de expresiones numéricas, se han relacionado matemáticamente los volúmenes edificados con los espacios libres y obtenido un nuevo indicador, el CEL: coeficiente de carga edificatoria sobre el suelo libre, mismo que cuantificando una correspondencia de variables distinta a las de los otros indicadores, se complementa con éstos.

El comportamiento del ICADU dado por el CEL, permite observar que manteniendo constante la altura de la edificación, todo incremento de tal coeficiente supone la disminución de la calidad ambiental; concurrentemente, para mantener constante el CEL mientras crece tal altura, la superficie de construcción de las edificaciones debe aumentar, aunque con un ritmo menor, pero que en todo caso se traducen también en pérdidas de la calidad ambiental.

- g) Por último, se juzga válido destacar que al establecer para un determinado asentamiento, ciudad o área urbana —o en su caso para sectores o zonas de ésta—, los valores de C y de H en términos de medidas de tendencia central de la densidad edificatoria y la calidad ambiental —ICADU—, que generan —teniendo a la hectárea de suelo ocupado en la condición de nivel de abstracción adoptado en el orden espacial—, así como el tipo de implantación predominante, las tangentes del ángulo de soleamiento del espacio urbano y del suelo edificado — $\text{tg}\alpha_1$ y $\text{tg}\alpha_2$ —, y los COS, CUS y CEL también resultantes; el modelo amplía los elementos —variables—, de la realidad que pretende representar —la densidad edificatoria de la ciudad—, y el entendimiento necesario de su comportamiento con miras a incidir positivamente en ella.

Modelos F4

Construcción de un diagrama de calidad ambiental por densidad edificatoria del espacio urbano

1.- Antecedentes

En el Capítulo 2 de la Parte 1, de esta obra: aproximación conceptual a la modelización, se destacó la trascendencia que tiene la comprensión de un modelo y que ésta supone indagar su potencial capacidad explicativa empleando diversas técnicas matemáticas, imaginarse varios mecanismos admisibles para él y cultivar las intuiciones físicas, y que solamente después de entender un modelo, se puede emplearlo para entender —a su vez—, los fenómenos objetivo del mundo.

En esta línea resulta muy interesante, pero además pertinente, interrelacionar las variables C y H, el ICADU y las expresiones numéricas de la densidad edificatoria COS, CUS y CEL de uno o varios asentamientos, zonas o sectores de éstos, en una misma representación gráfica, concretamente en un diagrama, que coadyuve a su análisis, comparación y —cuando corresponda—, a la adopción de decisiones en materia de ordenación urbanística, con respecto a tales variables, coeficientes e índice. Se trata en suma de contar con un modelo que apoye a la comprensión integral de la calidad ambiental del espacio urbano dada por tal densidad.

Planteado el reto, en este apartado se procede entonces a construir un diagrama con el propósito apuntado, asumiendo igualmente la tarea de su aplicación a un conjunto de asentamientos determinado, a fin de demostrar su validez.

En la medida que estos modelos constituyen una prolongación de los expuestos en los Modelos F3, las denominaciones y unidades de medida —o en su caso—, escala de valor, de las variables, indicadores e índice, ya establecidas, se mantienen; en tanto que se agregan con respecto a un asentamiento cualquiera:

BT	= número total de bloques edificados
PT	= número total de pisos
j	= altura media de un piso (m)
η	= constante que permite igualar la escala gráfica del CUS a la del CEL

Vale recordar que también con respecto a un asentamiento:

S	= superficie o tamaño (ha)
CT	= superficie total de construcción de edificaciones (m ²)

2.- Modelización

Para el efecto se tiene como necesarios puntos de partida las variables C y H, los modelos que calculan el ICADU, y los indicadores COS, CUS y CEL, en función justamente de ellas, vale decir:

$$\text{ICADU} = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + C}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 6H}}$$

$$\text{COS} = \frac{\frac{C}{H}}{10\,000}$$

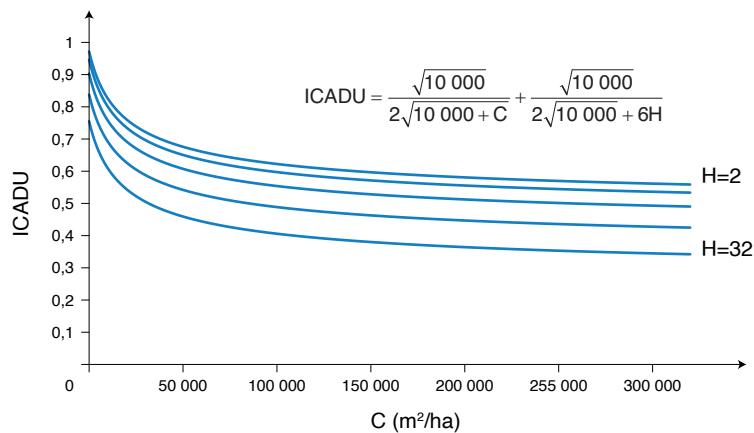
$$\text{CUS} = \frac{C}{10\,000}$$

$$\text{CEL} = \frac{3CH}{10\,000H - C}$$

Las representaciones específicas de estas funciones ya fueron motivo de elaboración, constan en los Gráficos N° 2, 4, 7 y 35 de los Modelos F3, y han sido recuperadas para la conformación del diagrama, con las dos restricciones que se precisan más adelante.

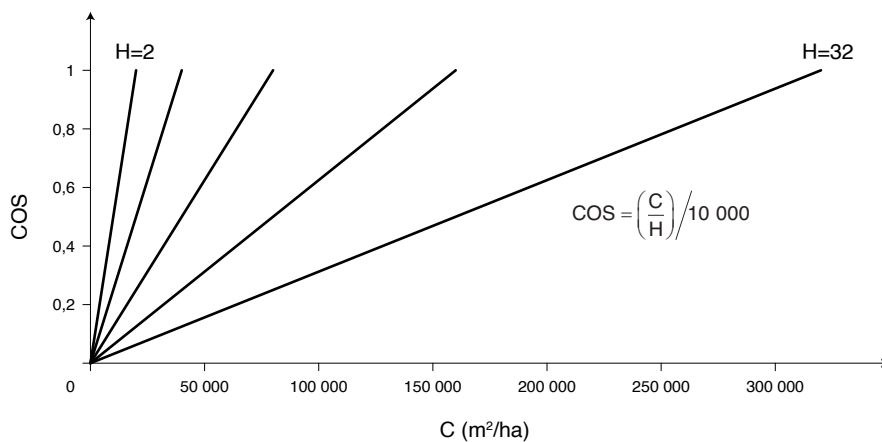
En el caso del modelo que calcula el ICADU, su representación se observa en el Gráfico N° 1. Contiene a C como variable independiente y una familia de curvas que tiende al infinito y estima los valores del ICADU cuando H = 2, 4, 8, 16 y 32 pisos. El dominio de C se restringe o tiene por límite 320 000 m²/ha, pues el máximo de H adoptado —32 pisos—, requiere de tal superficie para que el COS llegue a su extremo: 1, como se confirma en el Gráfico N° 2.

GRÁFICO N° 1



Para el modelo que determina el COS, la representación se encuentra en el Gráfico N° 2. También C es la variable independiente y asimismo el COS muestra una familia de rectas para diferentes valores de H, respecto de los cuales tal variable dependiente alcanza siempre el máximo.

GRÁFICO N° 2



Tratándose del modelo que calcula el CUS, su representación se observa en el Gráfico N° 3. Igualmente, C es la variable independiente y corresponde a una función lineal. El CUS máximo de 32 corresponde al límite adoptado para C.

Finalmente, en el caso del modelo que calcula el CEL, la representación se encuentra en el Gráfico N° 4. De igual modo, la variable independiente constituye C y el CEL dispone de una familia de curvas para distintos valores de H. Como se vio en el apartado anterior, CEL crece muy rápidamente al infinito conforme C se acerca a las asíntotas verticales de cada una de las funciones que corresponden a H = 2, 4, 8, 16 y 32 pisos; por tanto, el CEL no existe para el COS = 1. Este motivo ha limitado el rango del CEL al valor que pertenece a un COS = 0,95 para la función con H = 32 pisos, esto es: 1 824 m³/m², restricción a la cual se “nivelan” las gráficas de las funciones con valores de H menores, cuyos COS aumentan y se aproximan a 1, siendo el más alto cuando H = 2, esto es: 0,99.

GRÁFICO N° 3

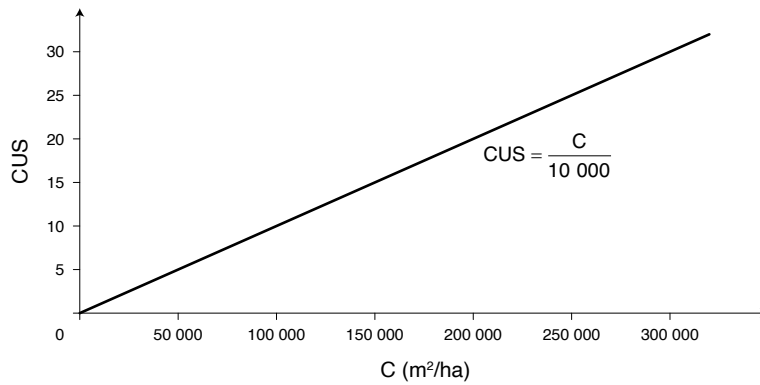
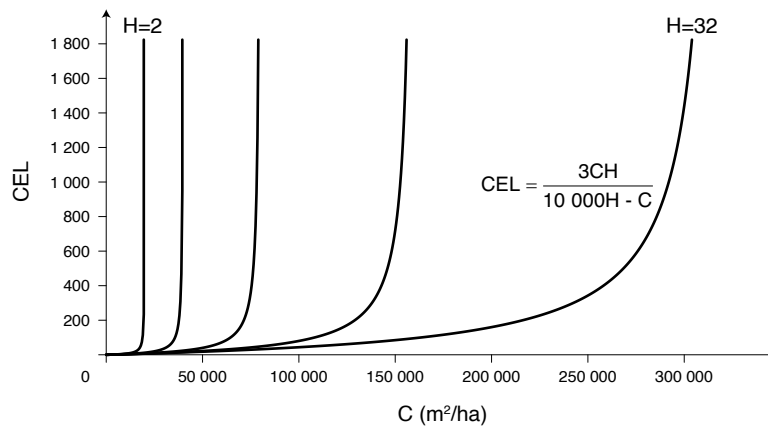


GRÁFICO N° 4



Avanzando en la construcción del diagrama con las representaciones antes indicadas, y buscando que el mismo sea de fácil aplicación, lectura e interpretación, se opta por el siguiente artificio, aprovechando que el eje de la variable independiente C es común a todas ellas: en el primer cuadrante del plano cartesiano se integran los modelos del ICADU y del COS, y en el cuarto cuadrante, abatidos en el eje de las abscisas —es decir C—, los modelos del CUS y del CEL, con la condición de que los valores del eje de las ordenadas sean siempre positivos.

No obstante, para el caso del CUS es necesario ajustar su escala a la del CEL, con la finalidad de que cada plano del diagrama tenga las mismas divisiones referenciales para la representación gráfica de las funciones. Para el efecto y en función de las condiciones de partida se procede así: puesto que al valor del $CEL = 1\,824$ le corresponde un COS del 0,95 cuando $H = 32$, el CUS puede ser calculado con la operación:

$$CUS = \frac{10\,000(COS)(H)}{10\,000}$$

de donde:

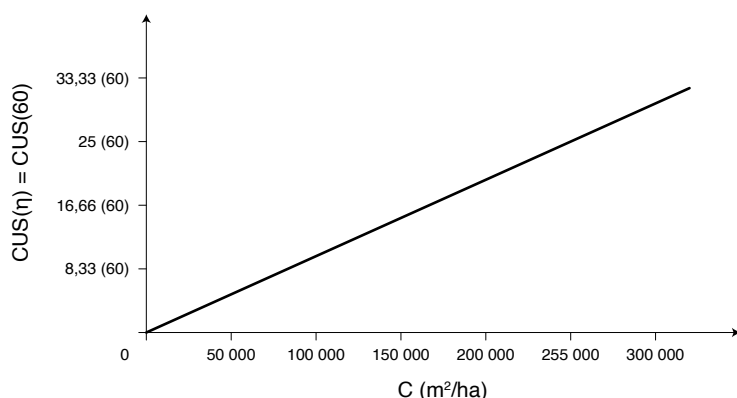
$$CUS = \frac{10\,000(0,95)(32)}{10\,000} = 30,4$$

y dividiendo:

$$\frac{CEL}{CUS} = \frac{1\,824}{30,4} = 60$$

En consecuencia, el eje del CUS como variable dependiente puede ser construido con la escala (CUS)60, en la que 60 es la constante η y entonces el título del eje será: CUS(η). De esta manera no se pierde el valor real del CUS, al tiempo que se mantiene la misma escala gráfica para los valores del CEL. Ver Gráfico N° 5.

GRÁFICO N° 5



El diagrama resultante finalmente se presenta como Gráfico N° 6 y —reiterando lo dicho—, pretende constituir la representación gráfica integral de la calidad ambiental dada por la densidad edificatoria del espacio urbano. Puesto que se halla conformado por un índice —ICADU—, y tres coeficientes —COS, CUS y CEL—, se le identifica con IC³.

Resulta importante complementar el diagrama construido, expresando al ICADU en función de los ya consabidos tres coeficientes que lo generan y explican, a fin de posibilitar asimismo la automatización de este modelo con el Diagrama IC³ y su consecuente aprovechamiento conjunto como modelos no solamente descriptivos, sino también exploratorios y de planeamiento. Para ello conviene proceder en los términos que se explican a continuación.

Del modelo que calcula el COS, se desprende que:

$$H = \frac{C}{10\,000(COS)}$$

a su vez, del modelo que establece el CUS:

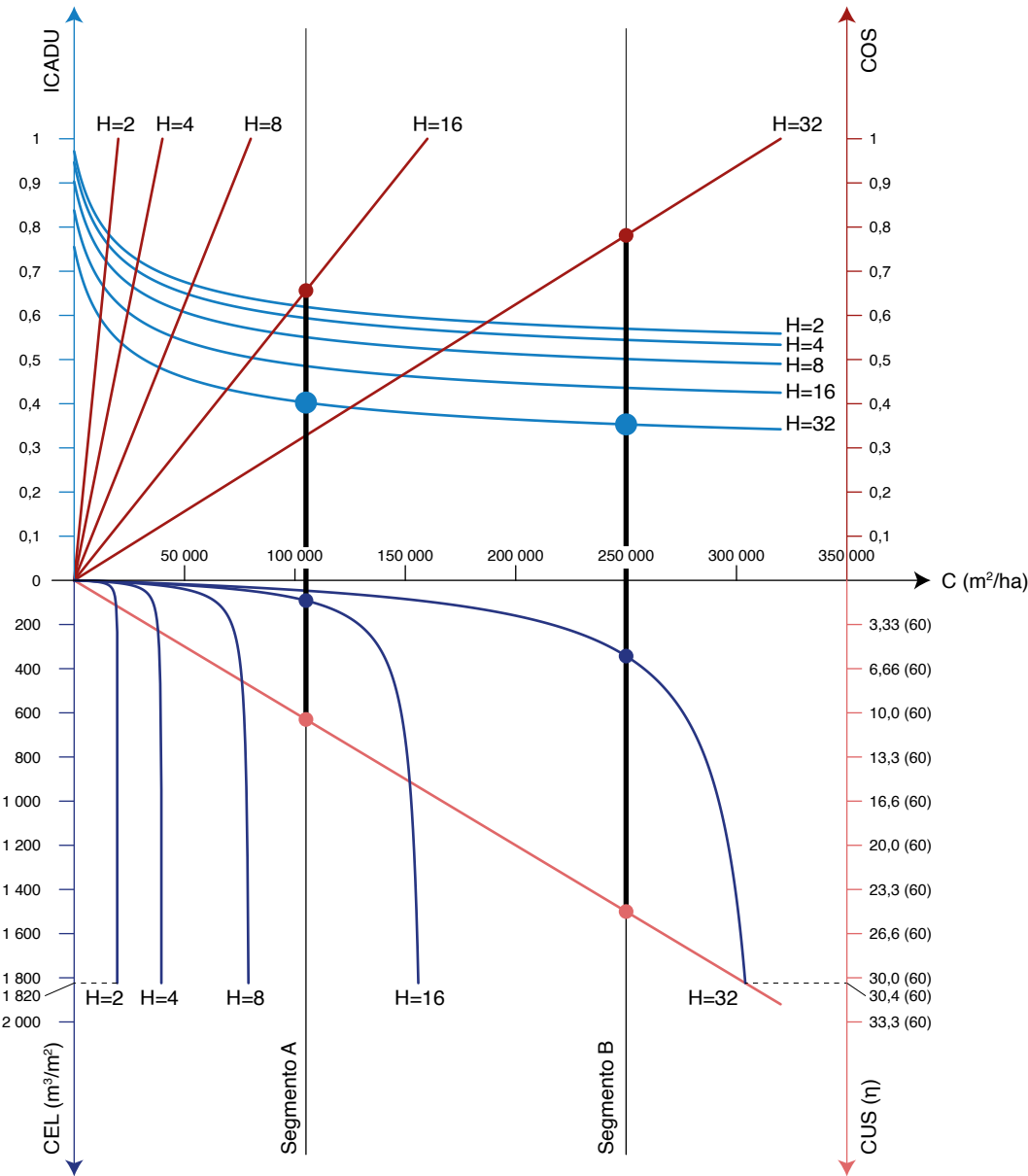
$$C = 10\,000 CUS$$

por tanto:

$$H = \frac{10\,000(CUS)}{10\,000(COS)} = \frac{CUS}{COS}$$

GRÁFICO N° 6

Diagrama de calidad ambiental por densidad edificatoria del espacio urbano – IC³.



Por su parte, del modelo que calcula el CEL, se obtiene:

$$H = \frac{CEL(10\,000H - C)}{3C}$$

pero puesto que:

$$H = CUS/COS \text{ y } C = 10\,000 \text{ CUS}$$

se tiene entonces:

$$H = \frac{CEL \left\{ 10\,000 \left(\frac{CUS}{COS} \right) - 10\,000(CUS) \right\}}{3(10\,000 \text{ CUS})}$$

resolviendo:

$$H = \frac{CEL(1 - COS)}{3(COS)}$$

Remplazando esta expresión de H y la de $C = 10\,000 \text{ CUS}$ en el modelo que establece el ICADU, se obtiene:

$$ICADU = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000(1+CUS)}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000} + \left\{ \frac{6(CEL)(1-COS)}{3(COS)} \right\}}$$

Para ilustrar el uso del diagrama se procede a realizar una aplicación teórica, suponiendo un asentamiento dado "A": una ciudad, zona, sector o cualquier otra unidad espacial de la misma, para el que se conoce $C = 110\,000 \text{ m}^2/\text{ha}$ y $H = 16$ pisos. Observando estos datos se tiene:

$$COS = \frac{\frac{C}{H}}{10\,000} = \frac{\frac{110\,000}{16}}{10\,000} = 0,69$$

$$CUS = \frac{C}{10\,000} = \frac{110\,000}{10\,000} = 11$$

$$CEL = \frac{3CH}{10\,000H - C} = \frac{3(110\,000)(16)}{10\,000(16) - 110\,000} = 105,6 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2}$$

$$ICADU = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000(1+CUS)}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000} + \left\{ \frac{6(CEL)(1-COS)}{3(COS)} \right\}}$$

$$ICADU = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000(1+11)}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000} + \left\{ \frac{6(105,6)(1-0,69)}{3(0,69)} \right\}}$$

$$ICADU = 0,482176$$

En el diagrama la línea vertical paralela a los ejes ICADU, COS, CUS y CEL, y definida por la ecuación $C = 110\,000$, atraviesa los puntos cuyas ordenadas tienen como valores los determinados para el índice y coeficientes en cuestión. Se puede entonces marcar o reforzar el segmento de la línea vertical definida en sus extremos por los valores del $COS = 0,69$ y $CUS = 11$, que por pertenecer al asentamiento “A” se llamará “Segmento A”.

De hecho, el diagrama construido en una calculadora gráfica también permite, una vez conocidos C y H, trazar la recta vertical y marcar los puntos en los que se intersecta con las gráficas de las funciones del COS, CUS y CEL, y del ICADU resultante y conocer sus valores con precisión. Es el caso del “Segmento B” que registra el diagrama, partiendo de $C = 250\,000$ y $H = 32$, se observan las siguientes cifras: i) $COS = 0,78$, ii) $CUS = 25$, iii) $CEL = 340,91$; y, iv) $ICADU = 0,35316$.

Así, se pueden ya comparar los puntos de los segmentos antes indicados. Efectivamente, como producto de las diferencias que tienen las variables de partida, esto es C y H, se observa:

- a) El COS del Segmento B es mayor en cerca de una décima al Segmento A.
- b) El CUS del Segmento B es asimismo mayor al del Segmento A, en más del doble.
- c) El CEL del Segmento B también es mayor al del Segmento A, en más de tres veces.
- d) La calidad ambiental del espacio urbano muestra el efecto de estas diferencias, pues el ICADU del Segmento A es mayor en más de una décima a la del Segmento B.

En síntesis, un asentamiento con valores de $C = 250\,000$ y $H = 32$ pisos, comparado con otro en el que $C = 110\,000$ y $H = 16$ pisos, vale decir, con valores de C en más del doble y de H al doble, pierde calidad ambiental en más de una décima en la escala que mide el ICADU. Disminución importante del asentamiento B, que se suma a la que también tiene el asentamiento A y que corresponde a casi la mitad.

Las consideraciones anteriores sobre los asentamientos supuestos, no pretenden sino dar pie para sustentar las utilidades del Diagrama IC³, prioritariamente en dos ámbitos, ya referidos en los Modelos F3 a propósito del ICADR. Por una parte, en las investigaciones sobre la red urbana o sistema de asentamientos de una región o país o de un asentamiento o ciudad en particular —ya sean investigaciones diacrónicas o sincrónicas—, relacionadas con la densidad edificatoria y la calidad ambiental a través del ICADU.

En el caso del sistema de asentamientos, el diagrama puede ser provechoso para expresar y comparar los segmentos correspondientes a sus distintos elementos con sus roles, funciones y jerarquías —centros metropolitanos, ciudades intermedias, centros menores, entre otros—; por tanto, de sus componentes: COS, CUS, CEL e ICADU, estableciendo sus semejanzas y diferencias. En este sentido el diagrama puede apoyar a la implementación y en su caso

evaluación de políticas públicas sobre la densidad edificatoria y la calidad ambiental —y que centralmente deben fijar límites mínimos para ésta a través de índices como el propuesto en esta obra, el ICADU—, tan pertinentes e indispensables como las que relacionan a la calidad ambiental con los servicios públicos, las áreas verdes, el aire y otros factores. A los usos del diagrama ya señalados, no es ajena la prospectiva territorial en tanto instrumento potente para el diseño de escenarios territoriales y estrategias sobre la densidad edificatoria y la calidad ambiental.

En otra escala, pero en la misma perspectiva, el Diagrama IC³ puede ser empleado para la expresión y confrontación de los segmentos correspondientes a zonas, sectores, barrios y otras unidades espaciales de la ciudad —e incluso hasta de sus manzanas—, en la evaluación tanto de las condiciones ambientales de cada una de ellas y del conjunto de la ciudad con respecto a la densidad edificatoria, como de las regulaciones y controles públicos de la ocupación del suelo y especialmente de las referidas a los llamados “aprovechamientos edificatorios”. Se suma a estos beneficios del diagrama, su manejo para el establecimiento de prioridades de intervención frente a tendencias negativas, y la prevención de deterioros, a través de políticas públicas locales más responsables del futuro de la ciudad.

Sin duda, tales tendencias negativas que se evidenciarán en la reducción de la calidad ambiental, esto es del ICADU, constituirán el resultado del paso de niveles de consolidación ponderados y necesarios del espacio edificado, a su saturación por incrementos en las magnitudes de C y H en medio de agresivos procesos de renovación urbana, particularmente con densidades alarmantes en las centralidades, que se expresan en los COS, CUS y CEL, y que llegan al extremo de afectar la escala del espacio público con voladizos que no respetan los planos verticales fijados por las normas urbanísticas. Pero también deben ser aludidas las áreas de expansión de la ciudad que siguiendo dichas formas de ocupación del suelo edificado, sufren además drásticas reducciones en las magnitudes de los espacios públicos urbanos —abiertos—, a pretexto de la “optimización del suelo”, especialmente de las zonas o espacios verdes como plazas, parques, y plazoletas, y de los espacios de circulación peatonal, e incluso de los destinados a los medios de transporte y cuya expresión más fehaciente lo constituye el CEL.

Estas tendencias, vistas por varios autores en las últimas décadas, tienen un ejemplo elocuente en la nueva lógica espacial impuesta por la sociedad red analizada por Castells. Este autor al exponer particularmente las interacciones de los servicios avanzados, los flujos de información y la ciudad global, señala que durante las últimas décadas del Siglo XX, con el avance de la economía global y la consecuente incorporación de nuevos mercados, se produjeron sucesivos auges inmobiliarios en varias ciudades, imponiendo en éstas cambios muy fuertes, tal es el caso de Madrid. *“La ciudad fue profundamente transformada por la saturación del valioso espacio del centro y por un proceso de suburbanización periférica que, hasta entonces, había sido un fenómeno limitado”* (Castells, 1996/2001, p. 457). Así, estas nuevas formas de ocupación del suelo, que seguramente se han propagado en el presente siglo en el marco de dicha economía, supone pérdidas de calidad ambiental con cargo a la densidad edificatoria que deben ser investigados de manera específica.

De hecho, se ha de poner de relieve a las unidades espaciales urbanas con altas calidades ambientales y fuera del radio de acción de tales transformaciones, en los que además es muy claro el empeño por la conservación del medio físico natural y que inclusive muestran valores urbanísticos, que con el tiempo han llegado a constituir destacados registros históricos.

Por otra parte, se ha de mencionar el empleo del Diagrama IC³ con fines de ordenación urbanística, en tanto modelo de planeamiento que se complementa con los de orden matemático expuestos en este apartado. Se trata entonces de su empleo para establecer con una visión de conjunto, los segmentos de las distintas unidades espaciales definidas por la ordenación urbanística y por tanto los indicadores COS, CUS, CEL y el respectivo ICADU, pensando en su concreción o sostenimiento.

Lo expuesto supone, desde una perspectiva ambiental, la formulación de determinaciones sobre tales indicadores e índice, destinadas en los casos de los suelos ya consolidados o en proceso de ocupación de la ciudad, a detener tendencias negativas y cuando sea posible a mejorar la calidad ambiental, fijando límites mínimos del ICADU y ajustando los indicadores COS, CUS y CEL y por tanto las variables C y H, a este propósito; y, en el caso de los suelos urbanizables o de expansión de la misma, a buscar en el marco de las condicionantes locales que tengan pertinencia, mayores calidades ambientales. Así, la normativa reguladora de las formas de ocupación del suelo y más concretamente del aprovechamiento edificatorio, debe incluir índices o indicadores referidos específicamente a la calidad ambiental del espacio urbano —como los sugeridos en esta obra—, en tanto medios para incidir en las actuaciones urbanísticas y alcanzar tales finalidades.

Es ilustrativo al respecto el Plan Urbano Bioclimático Local de París, formulado por su reconocida alcaldesa Anne Hidalgo, que contiene varias iniciativas y políticas fuertemente innovadoras y que en el caso de la ocupación del suelo se concretan entre otras determinaciones, en la limitación de la altura máxima de la edificación a 37 metros o 12 pisos, con miras a reducir las emisiones de carbono y mejorar la calidad ambiental. Tomó así este partido en medio de la controversia causada por la construcción de la Torre Triángulo de 180 metros de altura, diseñada por el estudio de arquitectura Herzog & de Meuron.

En este contexto, sigue cobrando importancia capital la dimensión medioambiental de la planificación de la ciudad orientada por su plan estratégico, convirtiéndose estos instrumentos en claves para incidir en las lógicas de las nuevas formas urbanas. Su éxito pasa porque se fundamenten en sistemas de información en tiempo real y de gestión participativa que implique el conocimiento oportuno de las decisiones que van adoptando los organismos públicos y sus justificaciones (Castells, 2001).

3.- Aplicación de los modelos

En la medida que con respecto a los modelos expuestos en este subcapítulo, se ha podido alcanzar una sólida comprensión, resulta ineludible —por responsabilidad académica—, su aplicación a los fenómenos objetivo, esto es, a un grupo concreto de asentamientos. No obstante, se ha de advertir que esta aplicación se limita a la dimensión descriptiva, esto es, el análisis de la realidad de la densidad edificatoria y la calidad ambiental de un conjunto de asentamientos.

Así, se han elegido las siguientes unidades espaciales: i) Centro Histórico, Cuenca – Ecuador, ii) Barrio Cuatro Caminos, Madrid – España, iii) Barrio La Gare, París – Francia, iv) Barrio Las Nieves, Bogotá – Colombia v) Distrito República, Sao Paulo – Brasil, vi) Gireum-dong, Seúl – Corea del Sur; y, vii) Subdistrito Teatro de Manhattan, Nueva York – EEUU. En esta primera aplicación se ha pretendido tener una diversidad de asentamientos en cuanto a los valores de C y H, y a la localización de ellos, de modo tal que sea posible demostrar la generalidad de los modelos. Por esto mismo el valor de C varía de 10 433 a 105 499 m²/ha y H de 3 a 15 pisos, correspondiendo los valores más altos al Subdistrito Teatro de Manhattan, Nueva York, sin duda uno de los territorios de mayor densidad edificatoria a nivel mundial.

3.1.- Información de los asentamientos seleccionados

En los Cuadros N° 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7, se presenta en su orden la información de cada uno de los asentamientos y que será usada en la construcción del Diagrama IC³: a) su identificación, b) una brevísima descripción del mismo, iii) los datos requeridos para la aplicación, iv) los cálculos de C y H; y, finalmente, v) los valores del ICADU, COS, CUS y CEL. Al respecto son necesarias las siguientes dos precisiones.

Por una parte y puesto que C y H en todos los modelos representan las medias de los asentamientos, en el caso de C —expresada en m²/ha—, ratificando lo expuesto al iniciar este apartado y tal como se indica en los cuadros, corresponde a la media aritmética, esto es, a la superficie total de construcción de edificaciones del asentamiento —CT—, dividida por su superficie —A—.

Tratándose de H, esta variable expresada en número de pisos, confirmando asimismo las condiciones de partida, corresponde al número de pisos medio del asentamiento. Para su determinación se han considerado pertinente aplicar la media ponderada, entendida como generalización de la media aritmética y apropiada justamente cuando en un conjunto de datos cada uno de ellos tiene una importancia relativa —o peso—, respecto de los demás.

Efectivamente, salvando situaciones excepcionales de total homogeneidad en relación a la altura de la edificación medida en número de pisos, ésta varía en un asentamiento y en consecuencia se tienen diferentes datos —h₁, h₂, h₃ ...—, pero a su vez a cada uno de estos datos le pertenece un número de bloques edificados o edificaciones que generalmente también varía —b₁, b₂, b₃ ...—, y en el caso particular de que esto no ocurra, la media ponderada coincidiría con la media aritmética.

Así, a la serie de datos h

$$h = \{h_1, h_2, h_3, \dots, h_n\}.$$

le corresponde los pesos,

$$b = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$$

por tanto:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^n h_i b_i}{\sum_{i=1}^n b_i} = \frac{h_1 b_1 + h_2 b_2 + h_3 b_3 \dots + h_n b_n}{b_1 + b_2 + b_3 \dots + b_n}$$

$$H = PT/BT$$

En la que:

PT = Número total de pisos

BT = Número total de bloques edificados

CUADRO N° 1

CENTRO HISTÓRICO – CUENCA

DESCRIPCIÓN

Corresponde al asentamiento formado por la traza en damero de la fundación española de 1557, con sus expansiones, y que ha logrado conservarse en gran medida. La edificación mayoritariamente es republicana, construida con adobe, bahareque y madera, y ha sufrido procesos de sustitución, especialmente en las décadas de los sesenta y setenta del siglo pasado. Su implantación corresponde a la forma continua sin retiro frontal y generalmente con patios interiores. Sigue constituyendo la centralidad mayor de la ciudad en relación a las funciones de gestión y administración, comercio y servicios, aunque la vivienda viene experimentando un descenso sostenido. En 1981 fue declarado Patrimonio Cultural del Ecuador y en 1999 Patrimonio Cultural de la Humanidad.

DATOS

Superficie del asentamiento (ha) S	Superficie total de construcción (m²) CT	Número total de bloques edificados BT	Número total de pisos PT	Altura media de un piso (m) j1
259,77	2 710 284,26	7 732	19 452	3

Fuente: Catastro Urbano de la Municipalidad de Cuenca

CÁLCULO DE C

$$C = \frac{CT}{S} = \frac{2\,710\,284,26}{259,77} = 10\,433$$

CÁLCULO DE H

$$H = \frac{PT}{BT} = \frac{19\,452}{7\,732} = 2,6 \approx 3$$

CÁLCULO DE VALORES EN LOS MODELOS

$$ICADU = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + C}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 2(j1)H}} = \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 10\,433}} + \frac{\sqrt{10\,000}}{2\sqrt{10\,000 + 2(3)3}} = \mathbf{0,808503}$$

$$COS = \left(\frac{C}{H}\right) / 10\,000 = \left(\frac{10\,433}{3}\right) / 10\,000 = \mathbf{0,35}$$

$$CUS = \frac{C}{10\,000} = \frac{10\,433}{10\,000} = \mathbf{1,04}$$

$$CEL = \frac{j1\,CH}{10\,000H - C} = \frac{3(10\,433)3}{10\,000(3) - 10\,433} = \mathbf{4,8}$$

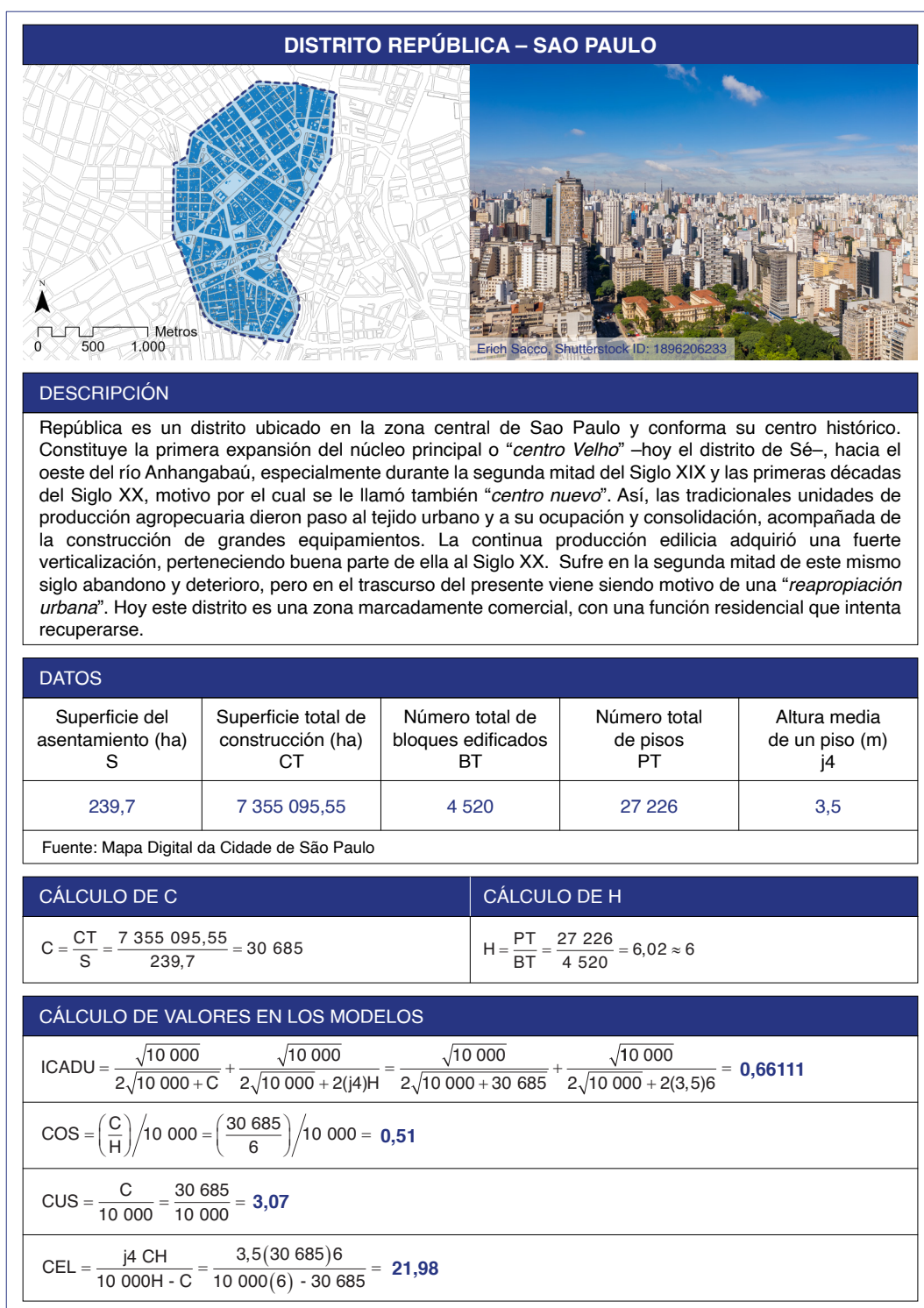
CUADRO N° 2



CUADRO N° 4



CUADRO N° 5



CUADRO N° 7



El cálculo de H en los términos expuestos permite captar la incidencia espacial de los grupos de edificaciones definidos por su altura, en el conjunto o unidad espacial del cual forman parte. Un ejemplo: para cinco lotes con una edificación en cada uno de ellos, tres con $h_1 = 2$ y en dos $h_2 = 7$, la media ponderada es $H = 4$ pisos, resultado que se muestra consistente con la densidad edificatoria que existe en la agrupación de lotes en cuestión y, por consiguiente, muy distinto al de otras medidas de tendencia central como la mediana y la moda, que siendo en el ejemplo iguales a 2, no evidencian en nada la influencia, efecto o repercusión de las edificaciones de 7 pisos.

Por otra parte, vale recordar —tal como se expone en los Modelos F1—, que en la expresión $6H$ del modelo que determina el ICADU, el coeficiente 6 es el producto de 2 —que corresponde a la media aritmética de los valores de las calidades ambientales dadas por C y H —, por 3 —la altura media de un piso en metros, dimensión asumida a lo largo de este capítulo como constante—. Sin embargo, ya con fines de la aplicación del modelo, tal altura media como se ha dicho puede cambiar —por constituir una variable objeto de determinación local—, siendo éste el caso de los asentamientos seleccionados, para los cuales, luego del análisis de la información consultada, ella varía de 3 a 3,8 metros. En este sentido, tal variación —expresada por j en los modelos incorporados en los referidos cuadros—, ha sido considerada en el cálculo de los respectivos CEL e ICADU de cada asentamiento y por tanto en la obtención de la función que le corresponde para la construcción del Diagrama IC³.

3.2.- Construcción del Diagrama IC³

La construcción del Diagrama IC³ para el conjunto de asentamientos que se seleccione, debe efectuarse en dos momentos. El primero se refiere a la graficación de las funciones del COS, CUS, CEL e ICADU y el segundo a la marcación de los segmentos de cada uno de los asentamientos en el diagrama.

En cuanto a la graficación de las funciones conviene exponer las siguientes consideraciones operativas:

- a) Por una parte, dado que el valor de C perteneciente a Teatro, esto es: 105 499 m²/ha, es muy superior a los que asume esta variable en los demás seis asentamientos —pues de este grupo le sigue República con 30 685 m²/ha—; si se pretende adoptar una sola escala gráfica de C que permita una separación inteligible de los segmentos, el formato de hoja requerido en su dimensión horizontal supera al de este libro.

Con cargo a esta limitación, ha sido necesario que dicha escala cambie a una más pequeña desde $C = 40\,000$ m²/ha, hasta el límite adoptado de $C = 150\,000$ m²/ha, que incluye una dimensión adicional para garantizar tal inteligibilidad. De esta manera las gráficas de las funciones del COS, CUS, CEL y del ICADU, cambian de trayectorias aumentando las pendientes a partir de dicho valor, pero este artificio en nada altera la marcación y lectura del segmento perteneciente a Teatro, por cuanto todos los segmentos —como se ha visto—, son verticales. Ver Gráfico N° 7 que contiene el diagrama construido.

- b) Por otra parte, en relación a la graficación de la función del CUS y a fin de mantener la misma escala gráfica del CEL, se ha procedido en términos análogos a los ya señalados en el apartado anterior. Así se calculó el CEL para un valor de C algo mayor al de Teatro asimismo, concretamente $C = 110\,000$ m²/ha —y con $H = 15$ pisos y $j_6 = 3,8$ m—, esto con el fin de marcar de modo igualmente comprensible, el segmento que

corresponde a dicho asentamiento, pero también para que tal valor del CEL, sirva para “nivelar” todas las curvas de este indicador.

Con la aplicación del modelo, el valor buscado de $CEL = 156,75 \text{ m}^3/\text{m}^2$ y puesto que el $CUS = 11$, para graficar la función de este indicador en las condiciones ya señaladas, se obtiene la relación $\eta = 156,75/11 = 14,25$. Ver Gráfico N° 7.

De esta manera, el Diagrama IC³ se traza así:

- a) Para el COS se han graficado cinco funciones, de las cuales, la de $H = 4$ pisos, corresponde a los asentamientos La Gare y Las Nieves, y la de $H = 6$ pisos, a Cuatro Caminos y República; y, las restantes tres gráficas a los demás asentamientos.
- b) El CUS por no depender de otra variable más que de C , tiene una sola gráfica.
- c) Puesto que las funciones del CEL de los dos asentamientos con $H = 4$ pisos, tienen valores de j muy próximos —la diferencia es $0,1 \text{ m}$ —, sus gráficas tienden a coincidir y se hallan en el segundo lugar de izquierda a derecha; algo similar ocurre con las funciones de los asentamientos con $H = 6$, pues sus valores de j difieren en $0,5 \text{ m}$ y se encuentran en tercer lugar en el mismo sentido. Las tres restantes funciones corresponden a los otros asentamientos.
- d) Finalmente las gráficas de las funciones del ICADU observando su ubicación de arriba hacia abajo, corresponden: la primera a Centro Histórico, la segunda a La Gare, contigua a la tercera, de Las Nieves —por la ya señalada pequeña diferencia de j —; la cuarta pertenece a Cuatro Caminos, muy próxima a la quinta de República —nuevamente por la cercanía de sus valores j —; la sexta a Gireum; y, finalmente, la séptima a Teatro.

En cuanto a la marcación de los segmentos:

- a) A partir de los valores C de los siete asentamientos, se han trazado las perpendiculares al eje de esta variable y encontrado para cada uno de ellos los puntos en los cuales se intersecan con las respectivas gráficas del COS, CUS, CEL e ICADU.
- b) Obviamente, tales puntos tienen como ordenadas los mismos valores calculados en los cuadros mencionados líneas arriba, demostrando la validez del diagrama como modelo gráfico. Ver Gráfico N° 7.

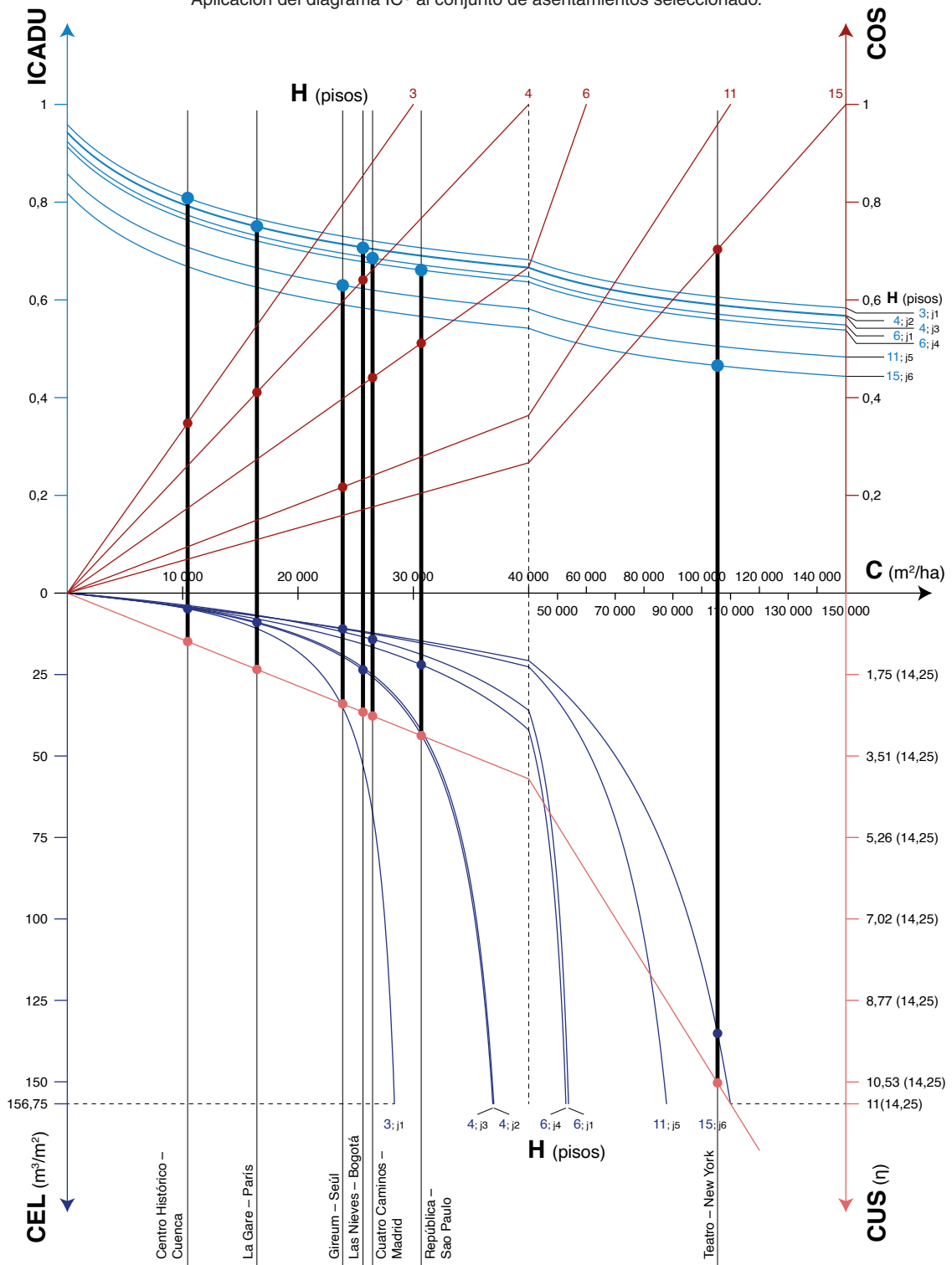
3.3.- Descripción comparativa de los segmentos contenidos en el Diagrama IC³

Esta tarea deberá ser entendida como el esfuerzo destinado a identificar y examinar, por una parte, las similitudes y diferencias entre los asentamientos, en términos de las variables — C y H —, los indicadores —COS, CUS y CEL— y del índice —ICADU—, y por otra, los comportamientos y efectos de estas características a nivel de un mismo asentamiento, de grupos de asentamientos o del conjunto de ellos. Con la misma relevancia, esta descripción comparativa apuntará también a la comprensión de las causas de los resultados encontrados.

Si bien en el orden metodológico esta tarea puede ser motivo de diversos enfoques, en esta obra, considerando que siete es el número de asentamientos seleccionados, se ha priorizado un enfoque de fácil aplicación, que se concreta en los siguientes pasos:

GRÁFICO N° 7

Aplicación del diagrama IC³ al conjunto de asentamientos seleccionado.



Valores de j en las funciones del CEL y del ICADU: j1 = 3 m; j2 = 3,2 m; j3 = 3,3 m; j4 = 3,5 m; j5 = 3,6 m; j6 = 3,8 m

- a) Conformación de grupos de asentamientos por la distancia o disimilitud —que mide el grado de semejanza, o en su defecto desemejanza—, de las variables, coeficientes e índice contenidos en el Diagrama IC³.

La tarea señalada no ha entrañado mayor dificultad por cuanto el Diagrama IC³ discrimina la ubicación de cada asentamiento en uno u otro grupo. Los grupos —o conjuntos finitos—, cuando contienen más de un elemento dan lugar a zonas de asentamientos, sin perjuicio de la presencia de casos en los que un determinado asentamiento no se integre a ninguna zona, constituyendo el caso particular de un conjunto unitario.

- b) Asignación de dimensiones de valor de carácter cualitativo a los grupos, en una escala de cinco niveles: i) muy bajo —MB, ii) bajo —B, iii) medio —M, iv) alto —A; y, v) muy alto —MA. En este sentido y dependiendo de las diferencias entre grupos, originadas en la diversidad que presentan los asentamientos respecto de una misma variable, indicador o índice, no necesariamente se usarán todos los niveles de la escala en cuestión. En los Gráficos N° 8 y 9 se hallan las zonas definidas y las dimensiones de valor asignadas.

En estas condiciones se procede a la descripción comparativa, no obstante es menester advertir que ella centralmente es válida para el conjunto de asentamientos considerados a través de los valores de las variables, indicadores e índice de cada uno de ellos —constantes en los cuadros ya señalados—, y en consecuencia no siempre será posible inferir o generalizar sus resultados.

- a) Superficie media de construcción de edificaciones por hectárea (C)

Según el Diagrama IC³ contenido en el Gráfico N° 8, para la variable C que fluctúa de 10 433 a 105 499 m²/ha, se han definido tres grupos; bajo: Centro Histórico y La Gare, medio: Gireum, Las Nieves, Cuatro Caminos y República; y, muy alto: Teatro. Este último por la significativa diferencia del valor de C, correspondiente a Teatro, en más de tres veces con el segundo más alto: República.

Estas magnitudes de C que evidencian las demandas de superficies de construcción de edificaciones causadas por las actividades socio económicas localizadas en cada uno de estos asentamientos, constituyen las densidades edificatorias horizontales y producen formas de ocupación del suelo más o menos distintas no solamente entre grupos, sino incluso al interior mismo de éstos, particularmente en términos de la altura de la edificación y del suelo libre, esto es, del conformado por los suelos destinados a la red vial, las zonas verdes públicas como plazas, parques, plazoletas y similares, y los imputables a los retiros de las edificaciones dependiendo de sus tipos de implantación.

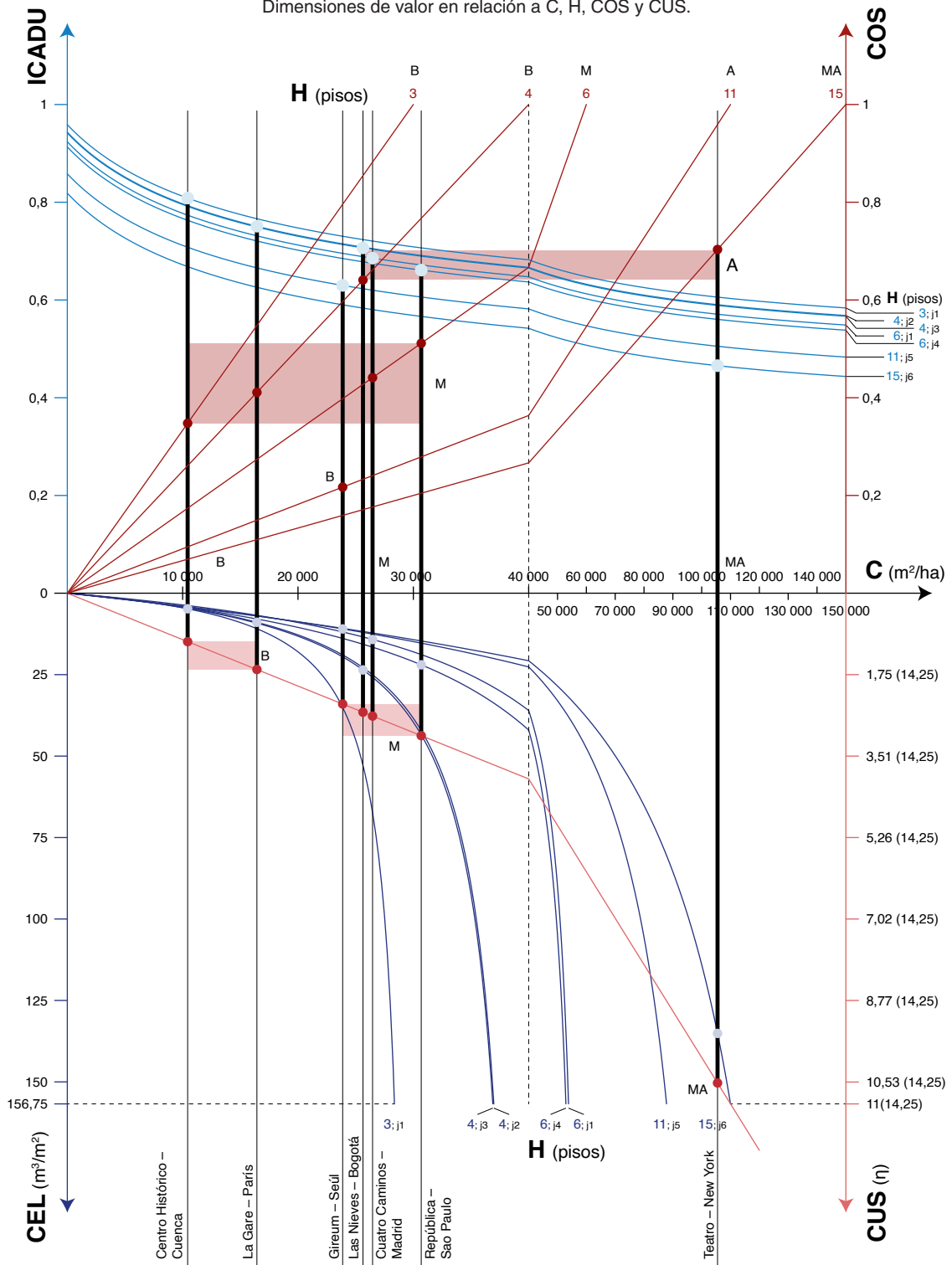
Pero se ha de precisar asimismo que tales densidades edificatorias y consecuentes relaciones con la altura de la edificación y el suelo libre, y que son motivo de comprensión y explicación a través de los indicadores COS, CUS y CEL, suponen también inexorablemente calidades ambientales distintas, que pueden ser cuantificadas y caracterizadas a través del ICADU y del sustento que ha sido motivo este indicador a lo largo de la exposición de los Modelos F3.

- b) Número de pisos medio de las edificaciones (H)

La altura de la edificación medida en número de pisos, según el Diagrama IC³ —contenido en el Gráfico N° 8—, varía de tres a quince pisos y ha dado lugar a cuatro grupos con los

GRÁFICO N° 8

Aplicación del diagrama IC³ al conjunto de asentamientos seleccionado
Dimensiones de valor en relación a C, H, COS y CUS.



Dimensiones de valor: B = bajo; M = medio; A = alto; MA = muy alto

niveles de bajo a muy alto. Su examen en tanto densidad edificatoria vertical, da cuenta que los asentamientos de los extremos mantienen el mismo nivel de C, bajo: Cuenca y La Gare con edificaciones de tres y cuatro pisos —respectivamente—, y muy alto: Teatro con quince pisos; pero también dos del nivel medio: Cuatro Caminos y República con seis pisos.

Se detecta entonces que dos asentamientos del nivel medio de C cambian, Las Nieves al nivel calificado de bajo con cuatro pisos y Gireum al alto, con once pisos. Este comportamiento descrito sobre la variable H, supone obligatoriamente en el caso de Las Nieves, un mayor COS en comparación con los asentamientos Centro Histórico y La Gare, y en oposición un menor COS de Gireum en relación por lo menos con los otros asentamientos de valores C semejantes.

Pero igualmente se evidencia una fuerte semejanza entre los asentamientos Cuatro Caminos y República que amerita destacarse, pues pertenecen a un mismo grupo en C y H; situación que también puede hacerse extensiva en buena manera al grupo Centro Histórico y La Gare.

c) Coeficiente de ocupación del suelo (COS)

En calidad de indicador de las formas de ocupación del suelo relativas a la edificación y de las densidades que generan, se encuentra —entre otros—, el COS, que de acuerdo al Diagrama IC³ —contenido en el Gráfico N° 8—, varía de 0,22 a 0,7 y ha configurado tres grupos consecutivos: bajo, medio y alto. El primero corresponde exclusivamente a Gireum, en el nivel medio se mantienen —al igual que con respecto a C y H—, República y Cuatro Caminos, pero se integran a este grupo los asentamientos Centro Histórico y La Gare; en tanto que Las Nieves se agrega al grupo Teatro, para configurar el nivel de COS alto.

De esta manera se ratifica lo expuesto sobre Gireum, pues sus valores de C medio y alto de H, configuran un COS bajo ensimismo y más aún en comparación con los otros asentamientos en estudio. Se confirma también lo dicho sobre Las Nieves, pero en una suerte de sentido contrario a Gireum, pues pasa al grupo de COS alto como resultado —esta vez—, de sus valores de C medio y H bajo.

El bajo COS de Gireum traslada a los asentamientos Centro Histórico y La Gare al nivel medio, cuestión que si bien corrobora su similitud, altera la constante vista con respecto a C y H: su pertenencia al nivel bajo.

Por su parte, se refuerza la semejanza entre los asentamientos República y Cuatro Caminos, tanto por los valores de sus COS, cuanto porque los mismos pertenecen al grupo de nivel medio, al igual que en los casos de C y H.

d) Coeficiente de utilización del suelo CUS

Igualmente, según el Diagrama IC³ contenido en el Gráfico N° 8 y en la misma perspectiva de consideración del COS, el segundo indicador: el CUS —que varía de 1,04 a 10,55—, también conforma tres grupos, pero no consecutivos: bajo, medio y muy alto, y por constituir una función exclusiva de C —por tanto, independiente de H y del COS—, reproduce la distribución de los asentamientos dada por dicha variable entre aquellos niveles.

De esta manera, se consolida la pertenencia constante de Cuatro Caminos y República en los niveles medios, en menor medida de los asentamientos Centro Histórico y La Gare en los bajos, y de Teatro en los muy altos.

A su vez, la condición de Las Nieves y Gireum es heterogénea, por la diferencia de H y consecuentemente del COS, con respecto a los asentamientos que también tienen C y CUS medios.

e) Coeficiente de carga edificatoria sobre el suelo libre (CEL)

De acuerdo al Diagrama IC³ contenido en el Gráfico N° 9, en relación a este indicador —que fluctúa de 4,8 a 135,13 m³/m²—, se han formado cuatro grupos que excluyen al nivel alto. El asentamiento La Gare se mantiene en el nivel que tiene la mayor frecuencia: bajo, en tanto que Centro Histórico que mostraba el mismo comportamiento, se traslada al nivel muy bajo por cuanto su valor de C es menor al de La Gare, en una magnitud que rebasa la incidencia debida al mayor valor de H que tiene este asentamiento —en un piso—, con respecto al de Centro Histórico.

Sobre lo expuesto se ha de tener presente —conforme se señala en el apartado que sustenta la formulación del CEL—, que para un mismo valor de H, en tanto aumenta C, el CEL también se incrementa y que para un mismo C, si aumenta H, disminuye el CEL, aunque esta disminución vaya experimentando reducciones.

Por esto mismo los asentamientos República y Cuatro Caminos, que tienen igual número de pisos, su diferencia con respecto a C, pese a que se hallan en el grupo medio de esta variable, lleva de todos modos a valores de CEL que los ubica en grupos distintos: mientras República se mantiene en el nivel medio, Cuatro Caminos por su menor valor de C pasa al nivel bajo del CEL.

En esta misma línea de comprensión, son ilustradores los casos de Gireum y Las Nieves. Pese igualmente a la cercanía de sus valores C y por tanto del CUS, las fuertes diferencias en cuanto a H y en consecuencia al COS, conducen a comportamientos también distintos del CEL. Mientras Gireum se encuentra en el nivel bajo de CEL, por sus niveles de H alto y COS bajo; Las Nieves se halla en el nivel medio de CEL debido en cambio a los niveles de H y COS a los que pertenece, bajo y alto, en su orden.

Finalmente, el comportamiento del asentamiento Teatro, ya visto: C muy alto —por tanto, el CUS de igual nivel—, y un COS alto, llevan a que le corresponda, comparativamente, el grupo de CEL muy alto, pese a que su valor de H pertenece también al grupo muy alto.

f) Índice de calidad ambiental por la densidad edificatoria del espacio urbano (ICADU)

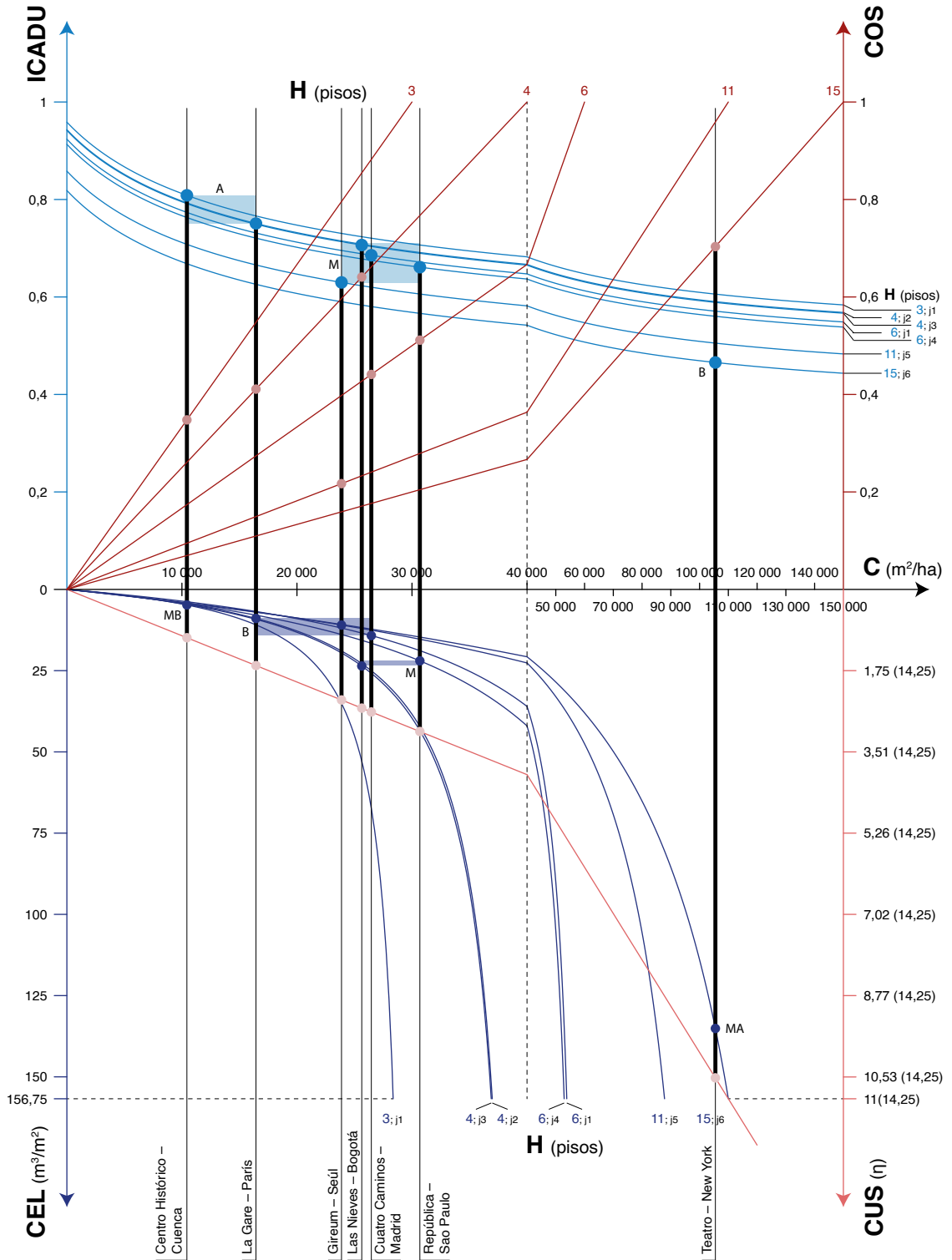
Según el Diagrama IC³ contenido en el Gráfico N° 9, se han formado tres grupos en atención a este índice que varía de 0,465594 a 0,808503. El de alta calidad ambiental, en el que se hallan, en orden descendente de los respectivos valores del ICADU alcanzados: Centro Histórico y La Gare; el nivel medio que comprende Las Nieves, Cuatro Caminos, República y Gireum; y, el de baja calidad, en el que se encuentra Teatro.

- En primera instancia se observa que el grupo de alta calidad corresponde al de C bajo, el de media al mismo nivel medio de C y el de baja calidad al de C muy alto, cuestión que en principio tiene lógica —considerando el primer término del modelo que calcula el ICADU y en consecuencia abstrayendo la incidencia de H—, pues es esperable que a mayor valor de C el ICADU tenga un comportamiento inverso.

Efectivamente, un examen más minucioso de los comportamientos de C y el ICADU y por tanto a nivel de cada uno de los asentamientos en el Diagrama IC³, permite

GRÁFICO N° 9

Aplicación del diagrama IC³ al conjunto de asentamientos seleccionado
Dimensiones de valor en relación al CEL e ICADU.



Dimensiones de valor: MB = muy bajo; B = bajo; M = medio; A = alto; MA = muy alto

determinar que conforme se van incrementando los valores de C, las respectivas magnitudes del ICADU van disminuyendo de tal modo que el correspondiente a un valor de C cualquiera, siempre es menor a su inmediato anterior; pero se exceptúa de esta tendencia Gireum, pues mientras su valor de C es apenas el tercero en orden ascendente, su ICADU es el penúltimo más bajo y por tanto notoriamente inferior a los asentamientos con C mayores, salvando el caso del extremo: Teatro. Por tanto, magnitudes más altas de C no siempre suponen un ICADU menor.

Se ha de resaltar respecto del nivel C muy alto y concretamente de Teatro, que si bien la media ponderada de la altura de la edificación en este asentamiento es 15 pisos —y alcanza 78 en un solo bloque—, la magnitud de C en tanto media de la densidad edificatoria horizontal —105 499 m²/ha—, es tan grande que determina fuertemente su ICADU. Sin duda con cargo sobre todo a esta variable, Teatro está entre las formas de ocupación que ejercen enormes presiones al suelo, originadas por sus altos precios, la concentración de inversiones de capital y de las actividades comerciales y de servicios, y la apetencia de publicidad.

- Comparando H y el ICADU, se encuentra invariablemente que a mayor valor de H el ICADU disminuye y cuando tal variable se repite en dos asentamientos, la diferencia del ICADU obedece a la que presentan los respectivos valores de C. Es lo que ocurre entre La Gare y Las Nieves, y entre Cuatro Caminos y República. En cuanto a Gireum y a diferencia de lo visto en cuanto a su C, los valores de H y del ICADU que le pertenecen tienen una correspondencia absoluta: penúltimo valor más alto de H y penúltimo valor más bajo de ICADU.

Se deduce entonces que si los valores de C y H de un conjunto de asentamientos, muestran simultáneamente incrementos de sus valores, con la condición de que los anteriores inmediatos a cualquiera de ellos siempre sean menores —en el ejemplo en estudio, los casos de Centro Histórico, La Gare, Las Nieves, Cuatro Caminos, República y hasta del mismo Teatro—, el ICADU adquiere valores que se ordenan advirtiendo tal secuencia de forma inversa. Pero cuando C y H de un asentamiento se alejan de este comportamiento —el caso de Gireum—, el ICADU ya no encuentra esta correspondencia inversa con el respectivo valor de C o en su caso de H.

También se observa en este conjunto de asentamientos, que cuando C y H de uno o varios de éstos corresponden a un mismo nivel cualitativo, éste puede mantenerse en los coeficientes e índice del Diagrama IC³. Es el caso palmario de República que pertenece a todos los grupos medios de C, H, COS, CUS y CEL, y en términos de una consecuencia lógica al grupo medio del ICADU. Esta tendencia específica casi repite Cuatro Caminos, salvando el CEL, que por una diferencia muy menor no pertenece a este nivel, sino al bajo —originada en los valores de C y j—, pero igualmente su ICADU muestra coherencia, pertenece al grupo medio.

Estos dos asentamientos en cuanto a las formas de ocupación tienen también en común la diversidad de sus parques edificados. Pues República evidencia en casi toda su extensión una fuerte heterogeneidad en la altura de los bloques y en la implantación de éstos en las parcelas, a nivel incluso de las propias manzanas. Por su parte, Cuatro Caminos posee unidades espaciales menores con una significativa homogeneidad interna dada por la altura de la edificación, pero que en consecuencia genera disparidad en el conjunto; mismo que igualmente muestra patios de manzana libres, que contrastan con la predominancia de las manzanas que tienden al COS máximo.

- El indicador COS es una función de C y H, y de conformidad con el modelo deducido en el acápite anterior, para el cálculo del ICADU en función a su vez del COS, CUS y CEL, abstrayendo al COS asimismo de los valores de los otros indicadores, se determina —ratificando lo expuesto a lo largo de este capítulo—, que a menor COS, mayor ICADU y en consecuencia que aumentos de COS suponen disminuciones del ICADU.

Así, de conformidad con el Diagrama IC³, el comportamiento del COS de cara al del ICADU es diverso y en consecuencia va más allá de un caso que altere una tendencia general. Se puede examinar en primera instancia la situación de los asentamientos con COS medios, mismos que en orden ascendente de este indicador son: Centro Histórico, La Gare, Cuatro Caminos y República, determinándose que hay un paralelismo evidente de sus valores con los del ICADU en sentido inverso y que se explica por los incrementos que va experimentando C, pero también en el hecho que los valores de H en todos los asentamientos son mayores o al menos iguales a sus inmediatos anteriores. Se suma claramente a esta tendencia el asentamiento Teatro, pues su COS alto con origen en el muy alto valor de C, pese a que también ostenta un H muy alto, tiene correspondencia con el ICADU más bajo encontrado.

Gireum, aunque muestre el COS más bajo del conjunto de asentamientos tiene un ICADU mayor solo al de Teatro, con cargo a un valor de H muy superior al que tienen los asentamientos del grupo con valores de C medios del cual forma parte, y en consecuencia también con respecto a los del grupo de C bajo. Lo expuesto encuentra plena correspondencia con la característica esencial del proceso de renovación que ha soportado este territorio y la forma de ocupación del suelo predominantemente resultante: edificaciones en altura de hasta 29 pisos, dispuestas configurando patios en su mayoría verdes e integrados a la vialidad local, en tanto que otros predios reciben el emplazamiento de equipamientos menores, usos comerciales y de servicios, y estacionamientos.

Las Nieves en cambio con el COS casi más alto de los asentamientos considerados, salvando el de Teatro, cuenta con un ICADU que se halla justo en la mitad de los cuatro asentamientos con COS medios, pero además, sus valores de C y H constituyen las medianas de sus respectivas series con respecto a este subconjunto de asentamientos. La pertenencia al grupo de C medio y sobre todo de H bajo, explican su COS alto, mismo que se evidencia en la predominancia de la implantación de la edificación sin retiros frontales y laterales, con adosamientos incluso entre edificaciones en altura que contrastan con los que se producen, con una muy menor saturación del espacio, entre edificaciones de baja altura. Pero también estos resultados dan cuenta de una forma de ocupación cuyo suelo libre sustancialmente lo constituye la red vial.

- En cuanto al CUS y su examen con respecto al ICADU, se ha de ratificar lo ya dicho en líneas anteriores. Su dependencia única de C, conduce a que el comportamiento de esta variable se haga extensivo al CUS, tanto en términos de las apreciaciones hechas para casi la totalidad de asentamientos, como en particular con respecto a Gireum.
- El CEL es función de C y H y de acuerdo con el modelo derivado en el acápite anterior para el cálculo del ICADU en función del COS, CUS y CEL, abstrayendo asimismo al CEL de los valores de los dos primeros indicadores, se determina —siguiendo también al COS—, que a menor CEL, mayor ICADU y en efecto que aumentos de CEL llevan a disminuciones del ICADU.

El Diagrama IC³, indica que el CEL confrontado con el del ICADU igualmente experimenta un comportamiento heterogéneo dado por Gireum y Las Nieves. Así, en

primera instancia se puede dar cuenta del grupo integrado en orden ascendente del indicador CEL, por los asentamientos: Centro Histórico, La Gare, Cuatro Caminos, República y Teatro, observándose que existe —de modo similar al caso del COS—, un paralelismo evidente de sus valores con los del ICADU en sentido inverso y que se entiende por el aumento que va experimentando C, pero asimismo en que los valores de H en todos los cinco asentamientos sean mayores o al menos iguales a sus inmediatos anteriores.

En esta tendencia, conviene destacar, por mostrar los valores más bajos del CEL y a la vez los más altos del ICADU, las formas de ocupación que caracterizan a Centro Histórico y La Gare: edificaciones de baja altura adosadas y sin retiros frontales, con patios y huertos en las manzanas de Centro Histórico y significativas áreas verdes internas en las manzanas en el caso de La Gare.

Gireum, pese a que su CEL es bajo y tiene un valor de C medio, la diferencia de H con respecto a los valores de todos los asentamientos del mismo grupo de C —de 5 a 7 pisos—, y calificada como alta, explican que su ICADU sea el penúltimo más bajo, solo mayor al de Teatro.

Por su parte, Las Nieves, cuyo CEL si bien se encuentra en el límite superior del nivel medio —y por tanto es el segundo más alto—, su valor de C medio, asimismo, pero sobre todo su pertenencia al grupo de H del nivel bajo, le permite alcanzar el tercer valor del ICADU.

4.- Conclusiones

A nivel general se pueden señalar las siguientes:

- a) Se ha construido el Diagrama IC³ con la finalidad de interrelacionar las variables C y H, los indicadores de la densidad edificatoria COS, CUS y CEL, y el ICADU, en una misma representación gráfica. Para el efecto se recurrió a dos artificios respecto de las gráficas de las funciones del CEL y del CUS, con la finalidad de que conjuntamente con las del COS y el ICADU, se ordenen en torno al eje de la variable independiente común, esto es: C, que mantengan una misma escala gráfica en los cuadrantes superior e inferior a tal eje y sea posible delinear claramente el segmento de recta que corresponde a cada asentamiento.
- b) Así, se logra proponer una estructura relativamente compleja que no solamente permite representar varias características de las diferentes unidades espaciales urbanas —esto es, los valores de tales variables, coeficientes e índice—, sino también sus comportamientos, por lo que facilitará sustancialmente los análisis y comparaciones en los ámbitos en los que puede ser aplicada.
- c) El Diagrama IC³ en términos de su construcción con respecto a un conjunto de asentamientos real, denota versatilidad, tanto para trazar los segmentos que pertenecen a asentamientos muy heterogéneos, como para definir con respecto a cada variable, indicador o índice, grupos de asentamientos conformando zonas o en su caso puntos, cuando constituyen un conjunto unitario.
- d) La aplicación propiamente dicha del diagrama ratifica su utilidad para la formulación de descripciones comparativas de los asentamientos urbanos en cuanto a la densidad

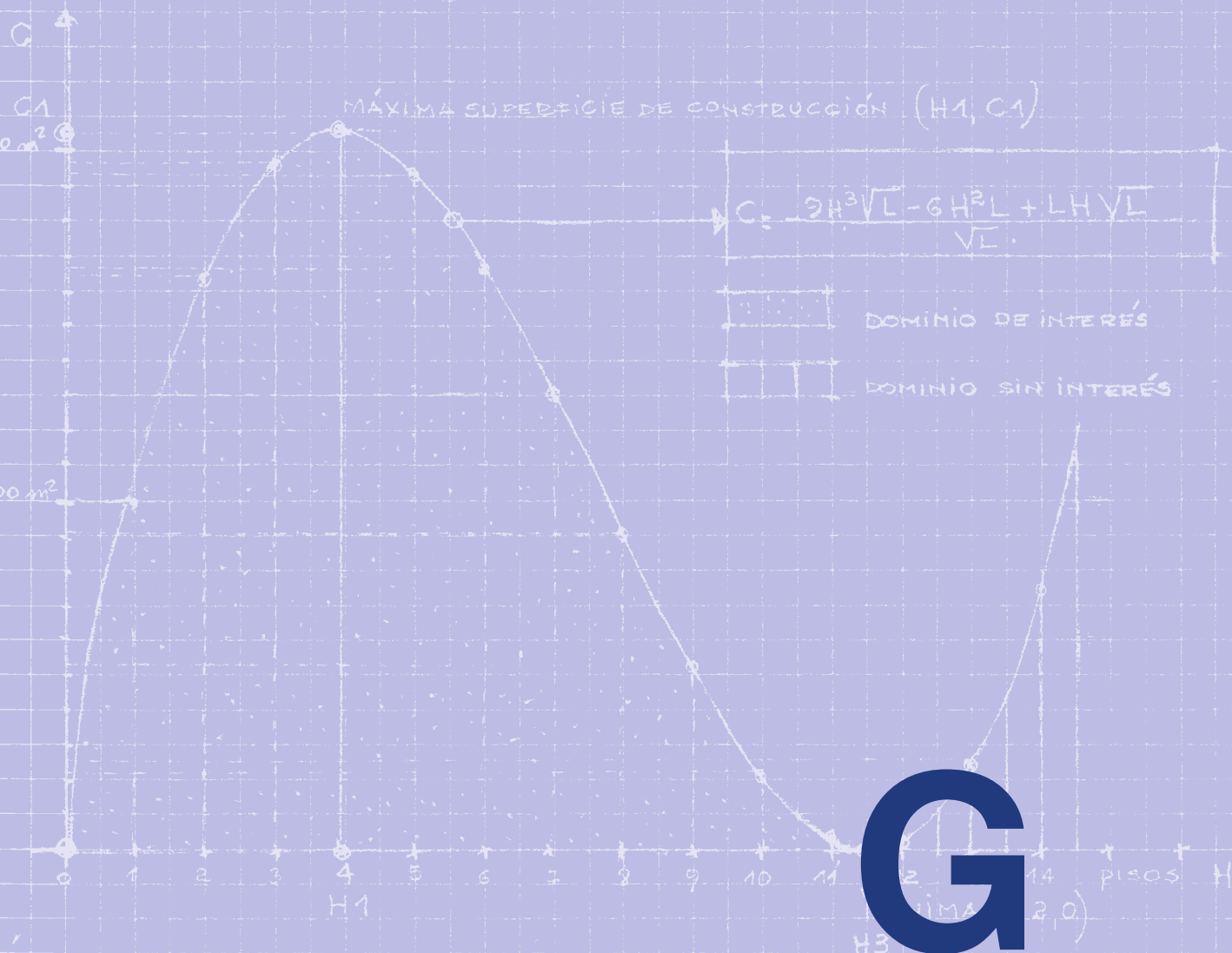
edificatoria, en términos de sus variables e indicadores más relevantes y de la calidad ambiental que producen. Así tales descripciones se han sucedido en principio para las variables C y H, luego para los indicadores COS, CUS y CEL, y finalmente del ICADU desde la perspectiva de cada una de estas variables e indicadores, identificando y examinando similitudes y diferencias, pero igualmente sus comportamientos y efectos a nivel de un mismo asentamiento y del conjunto, sin perjuicio de la incesante búsqueda de la comprensión de las causas de los resultados encontrados, en el marco de las formas de ocupación de suelo que se han generado en cada asentamiento.

- e) De esta manera, se ha puesto de manifiesto la potencialidad del Diagrama IC³ para contribuir —como ya se afirmó en líneas anteriores—, a la investigación sobre la red urbana o sistema de asentamientos de una región o país, o de un asentamiento o ciudad en particular —considerando las unidades espaciales que la conforman—, pero también para la redacción de planes de ordenación urbanística en tanto modelo de planeamiento, en la elaboración del componente normativo sobre la ocupación del suelo y más concretamente del relativo a los denominados aprovechamientos edificatorios y del que deben formar parte el CEL y el ICADU.
- f) Para uno y otro efecto será muy útil la informatización del cálculo del ICADU en función de los indicadores COS, CUS y CEL, y de su expresión en el Diagrama IC³.

VL, QUE CONSTITUYE LA OPCIÓN C).

A GRAFICACION CORRESPONDIENTE SE OBSERVA EN EL GRÁFICO N°2

GRÁFICO N°2



Modelización matemática de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos en los proyectos de urbanización, de conformidad con las cesiones de suelo obligatorias previstas por la legislación ecuatoriana

Modelización matemática de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos en los proyectos de urbanización, de conformidad con las cesiones de suelo obligatorias previstas por la legislación ecuatoriana

En Ecuador la cesión obligatoria de suelo para vías y equipamientos en proyectos de urbanización sometidos a aprobación de las municipalidades, ha estado regulada por la norma contenida en casi todo el tiempo de vigencia de la Ley Orgánica de Régimen Municipal —LORM—, esto es, durante varias décadas del siglo pasado y hasta la primera de este siglo, y por la del Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización —COOTAD—, en vigor hasta la fecha. Tales normas se refieren a la superficie máxima total a cederse para vías y equipamientos, con el aditamento de que la contenida en el mencionado código establece también las superficies máxima y mínima de cesión de suelo para equipamientos, expresadas todas ellas en números relativos con respecto a la superficie total del suelo a urbanizarse.

En este contexto, el presente capítulo aborda las normas en cuestión, empezando por un estudio pormenorizado y crítico de las mismas, para dar luego paso a su modelación matemática y al análisis de los aprovechamientos de suelo que procuran para lotes, vías y equipamientos.

Los grupos de modelos que integran este capítulo tienen la misma estructura de exposición con los siguientes acápites centrales:

a. Dotación de suelo para lotes

Sobre esta dotación de suelo se presentan en primera instancia, los modelos que determinan las superficies de lotes para los tipos de vivienda unifamiliar y bifamiliar y se asumen para el efecto una superficie de suelo para lotes por hectárea de suelo ocupada —en el marco de las normas en consideración—, unas densidades brutas máxima y mínima —con un amplio intervalo—, y como parámetro, el promedio de personas por hogar.

Por su mayor complejidad ha merecido un tratamiento especial la vivienda multifamiliar, pues para determinar el aprovechamiento del suelo destinado a lotes que procuran para este caso las normas ya señaladas, es necesario establecer a su vez el tipo de implantación de la edificación e incorporar la variable número de pisos de la misma. De esta manera, los modelos generales contenidos en este subcapítulo optan por la edificación aislada y en calidad de parámetros la superficie de construcción por vivienda y el número de viviendas por piso en un bloque edificado, en tanto que se mantiene la ya conocida restricción que relaciona a la magnitud de los retiros con la altura de la edificación.

En su dimensión descriptiva tales modelos —sin perjuicio de los que pueden formularse aplicando otras dotaciones de suelo para lotes por hectárea ocupada, así como otros valores de los parámetros y de la restricción para el tipo de vivienda multifamiliar—, permiten definir y comprender las fortalezas y debilidades de las normas en cuestión, en cuanto a las superficies de lotes y condiciones de habitabilidad urbanas que han inducido para estas formas específicas de ocupación del suelo, sin perjuicio de su verificación en las unidades espaciales ya consolidadas de las ciudades en las cuales ellas se hayan aplicado. En estas circunstancias será posible la interpretación y evaluación de resultados.

Las dimensiones exploratorias de estos modelos pueden anteceder a las de planeamiento, si con respecto a una unidad de ordenación urbanística en suelo de expansión urbana, observando la normativa vigente se establecen diferentes alternativas de dotación de suelo para lotes por hectárea, así como para los parámetros y restricciones, y mediante la elaboración de los respectivos modelos particulares, se estudian los comportamientos matemáticos de tales dotaciones y las superficies de lotes que generan.

La evaluación de opciones y la selección de una —estimada como óptima—, dará lugar a un modelo de planeamiento —una función objetivo—, que permitirá establecer la dotación más conveniente de suelo para lotes por hectárea ocupada, para la unidad de ordenación urbanística en cuestión, así como las determinaciones correspondientes a las superficies de los lotes y las densidades de población.

Obviamente, tal alternativa óptima ha de posibilitar la conformación de una estructura de dotación de suelo tanto para lotes, como para vías y equipamientos, encuadrada en la normativa vigente.

b. Dotación de suelo para vías

En relación a este componente se parte analizando el comportamiento de las dotaciones de suelo para vías por habitante dadas por el modelo que adopta una superficie por hectárea comprendida en el marco normativo, y por el modelo que considera —con fundamentación técnica—, una dotación resultante de una superficie base por hectárea ocupada y de una adicional en función de la población de la densidad bruta. La relación entre los modelos permite obtener el valor máximo de esta densidad, esto es, la que aprovecha todo el suelo disponible para vías.

Luego tal densidad máxima es confrontada con las máximas fijadas para los tipos de vivienda unifamiliar, bifamiliar y multifamiliar en el estudio del suelo dedicado a lotes, a fin de averiguar sus diferencias con cada una de ellas y la mayor o menor viabilidad conjunta. En los mismos términos señalados para el caso anterior, la vivienda multifamiliar también es motivo de análisis específicos mediante modelos que muestran los comportamientos del número de pisos de la edificación y del número de viviendas por piso en un bloque edificado, y los valores a partir de

los cuales vuelven viable la densidad bruta máxima dada por la superficie de suelo para lotes por habitante.

En sus facetas descriptivas, exploratorias y de planeamiento, los modelos elaborados sobre esta dotación de suelo por hectárea ocupada, observando las normas señaladas de partida, permiten análisis parecidos a los sugeridos con respecto al suelo destinado a lotes. En términos de determinaciones, esto supone el establecimiento de la dotación de suelo para vías por habitante en correspondencia con las densidades de población y superficies de lotes seleccionados para los tipos de vivienda considerados.

c. Dotación de suelo para equipamiento

Se procede de manera similar al suelo destinado a vías, por tanto se elaboran dos modelos centrales. Uno adoptando —con justificación técnica—, una dotación de suelo por habitante para equipamiento urbano menor o local —conformado por el que demanda edificaciones o espacios cubiertos, más las áreas verdes e instalaciones deportivas—; en tanto que el segundo se refiere al comportamiento de la dotación de suelo para equipamiento por habitante, asumiendo una superficie de suelo para este rubro por hectárea ocupada, pero que observe la norma de partida.

Asimismo se encuentra la densidad bruta máxima de población a la que dan lugar estos modelos, se procede luego a su confrontación con las máximas de los tipos de vivienda unifamiliar, bifamiliar y multifamiliar, y se establece la viabilidad conjunta con cada una de ellas. Igualmente, el tipo de vivienda multifamiliar es motivo del tratamiento y de los modelos descritos en el caso del suelo dedicado a vías.

En sus dimensiones descriptivas, exploratorias y de planeamiento, los modelos formulados sobre esta dotación de suelo por hectárea ocupada, siguiendo las normas dadas de partida, posibilitan análisis semejantes a los propuestos. En cuanto a las determinaciones, procede normar la dotación de suelo para equipamiento por habitante en coherencia con las densidades de población, superficies de lotes adoptadas para los distintos tipos de vivienda y la dotación de suelo para vías por habitante.

Modelos G1

Comportamiento de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos, de conformidad con las cesiones obligatorias de suelo previstas en la Ley Orgánica de Régimen Municipal del Ecuador

La Ley Orgánica de Régimen Municipal —LORM, que llegó a la Codificación 2005-016, publicada en el suplemento al Registro Oficial N° 159 de diciembre 5 de 2005—, fue derogada por el Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización —COOTAD, promulgado en el suplemento del Registro Oficial N° 303 de 19 de octubre de 2010—, y originalmente en sus Artículos 239 y 240 establecía en relación al suelo cantonal la “*parcelación urbana*” y la “*parcelación agrícola*”, en los siguientes términos: i) “*Se considerará parcelación urbana la división de un terreno en dos o más lotes que hayan de dar frente o tener acceso a alguna vía existente o en proyecto*”; y, ii) “*Considerase parcelación agrícola la que afecta a terrenos situados en zonas rurales destinados a bosques, cultivos o explotación agropecuaria*”.

Así, bajo la denominación de “*parcelación urbana*” —entendida la parcelación seguramente como “*la acción y efecto de parcelar o dividir en parcelas*” y parcela: “*parte pequeña de terreno*” (Enciclopedia Salvat)—, esta Ley se refería con propiedad a la división o subdivisión del suelo urbano, que en el tiempo ha tomado las denominaciones imprecisas de “*lotizaciones*”, “*fraccionamientos*”, “*urbanizaciones*”, “*subdivisiones*” y “*loteamientos*”, entre otras.

La Ley en consideración al normar las “*formas de gestión*” de los “*planes reguladores de desarrollo urbano*”, usaba en su Artículo 249 la misma denominación de “*parcelaciones*” al establecer una de las dos figuras para la imposición de cesiones gratuitas de suelo a los propietarios: “*b) Cuando se trate de parcelaciones a ceder gratuitamente la superficie de*

terreno para vías, espacios abiertos, libres y arborizados y de carácter educativo, siempre que no exceda del cincuenta por ciento de la superficie total". Vale recordar que la otra figura se refería a la cesión de suelo para la ampliación de la infraestructura vial y de los espacios públicos, y la dotación de nuevas infraestructuras, la misma que no es materia de este análisis.

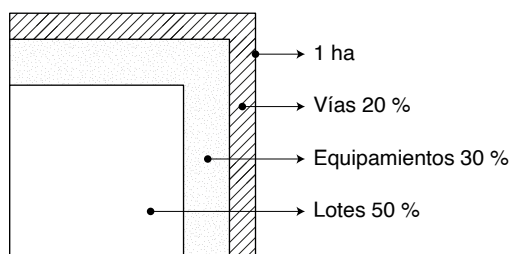
La norma transcrita amerita los siguientes comentarios:

- a) La disposición inequívoca de que en toda parcelación, se aplique la referida cesión gratuita de suelo para vías y *"espacios abiertos, libres y arborizados y de carácter educativo..."*.
- b) Seguramente el acuciante déficit de áreas verdes y la necesidad de reservas de suelo para escuelas y colegios municipales y fiscales, en la segunda mitad del siglo pasado, llevaron a especificar el destino de las cesiones gratuitas de suelo para equipamientos bajo la denominación de *"espacios abiertos, libres y arborizados y de carácter educativo..."*, por lo que generalmente las municipalidades ecuatorianas no estuvieron libres de dificultades al disponer estas reservas para otros equipamientos comunitarios. Sin duda constituía —y constituye aún, por lo que se expone más adelante—, una limitación a ser superada adoptando un texto más general.
- c) El máximo porcentaje de cesión de suelo que disponía esta ley, esto es, del 50% de la superficie total de los predios sometidos a parcelaciones, garantizaba muy buenas dotaciones para vías y equipamientos comunitarios, especialmente para estos últimos. No obstante, bien porque las ordenanzas municipales que regulaban localmente la aplicación de esta norma de la LORM —de modo tal que la cesión gratuita de suelo era función del tamaño de los predios y hasta excluían de esta obligación a los predios menores a mil, dos mil o tres mil m²—, o porque también faltó voluntad política en los gobiernos municipales para aplicarla; el potencial de cesión obligatoria de suelo que originalmente ella implicaba se redujo drásticamente. No de otra manera puede entenderse que pese a las bondades de la norma —pues en "teoría", las municipalidades ecuatorianas eran "dueñas" de la mitad del suelo de expansión—, las áreas metropolitanas y las ciudades intermedias, principalmente, no pudieron enfrentar con éxito sobre todo la dotación de áreas verdes —de los *"espacios abiertos, libres y arborizados"*, en los términos de la LORM—, a lo largo de su crecimiento físico y poblacional.
- d) Por su parte, la aplicación misma de la cesión gratuita del suelo sobre la *"superficie total"* del predio a parcelarse, tampoco estuvo libre de conflictos, en la medida que en una importante proporción de casos las cesiones para *"espacios abiertos, libres y arborizados y de carácter educativo..."*, incluían suelos sin vocación para estos usos —y obviamente "inservibles" para la conformación de lotes—, comúnmente llamados "no urbanizables". Sin duda, es otro contenido de la norma de la LORM que debió ser motivo de una reforma oportuna, a fin de regular tales cesiones en cuanto a sus condiciones físico-naturales, pues su ausencia fue causa de evidentes perjuicios al interés público.

En este marco y puesto que la LORM no establecía las proporciones en los que se dividirá para vías y equipamientos tal 50% de cesión gratuita de suelo, para fines del análisis es necesario fijarlas. Así, se asume un 20% para vías, proporción generalmente aceptada —e incluso prevista como máxima en la normativa vigente, Artículo 424 del COOTAD—, y el 30% para equipamientos. Bajo estas condiciones, de conformidad con la ilustración adjunta que considera

una hectárea de suelo urbanizable —es decir de suelo con aptitud para la urbanización en atención por lo menos a su relieve y características geológicas y geotécnicas—, y llamando:

- DB = densidad bruta
- DN = densidad neta
- P₁ = población de la DB
- P₂ = población de la DN
- L₁ = dotación de suelo para lotes/ habitante
- V₁ = dotación de suelo para vías/ habitante
- E₁ = dotación de suelo para equipamiento/ habitante



Entonces:

$$L_1 = \frac{5\,000}{P_1}$$

$$E_1 = \frac{3\,000}{P_1}$$

y,

$$V_1 = \frac{2\,000}{P_1}$$

La expresión de estas funciones se observa en el Gráfico N° 1. Los ejes de las ordenadas L₁, E₁ y V₁, son asíntotas verticales; pues igualando a cero el denominador, P₁ es asimismo igual a cero. A su vez, el eje P₁, también es asíntota horizontal de la función, en la medida que:

$$\lim_{P_1 \rightarrow \infty} f(P_1) = \lim_{P_1 \rightarrow \infty} \frac{5\,000}{P_1} = 0$$

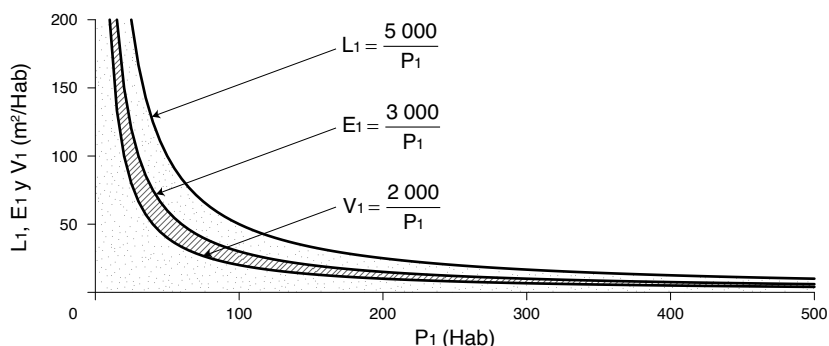
1.- Análisis de la dotación de suelo para lotes

En forma previa al estudio de la dotación de suelo para lotes por habitante y por tanto de la viabilidad de los diferentes tipos de vivienda que procuraba la normativa antes vista, es necesario adoptar, por una parte, una composición familiar promedio. Este indicador en términos del Instituto Ecuatoriano de Estadísticas y Censos — INEC, “promedio de personas por hogar”, fue de 3,78 en el año 2010, último censo de población a la fecha. Así llamando:

- Ph = promedio de personas por hogar = 4, por fines prácticos; y,
- L = tamaño de lote, entonces:

$$L = L_1 (Ph)$$

GRÁFICO N° 1



Por otra parte y a fin de contar con un intervalo de consideración muy amplio, se fijan como DB extremos 25 y 500 Hab/ha; por tanto, los tamaños de lotes variarían de 40 m² —(5 000/500)⁴—, a 800 m² —(5 000/25)⁴—. Las respectivas densidades netas se pueden establecer considerando que por la disposición legal se destinan 5 000 m² a vías y equipamientos por cada hectárea ocupada, por lo que la función es la siguiente:

$$P_2 = \frac{10\,000P_1}{5\,000}$$

En consecuencia, a las densidades brutas antes señaladas les corresponde en su orden las DN de 50 y 1 000 Hab/ha, esta última exactamente veinte veces mayor; relación que convendrá tener presente a lo largo de la exposición.

Analizando la dotación de suelo para lotes por habitante, se tiene:

- a) Para la vivienda unifamiliar la DB podría variar desde 25 Hab/ha, en tanto que el límite superior debe ser consecuencia de aproximarse al tamaño mínimo de lote viable o aceptable funcional y ambientalmente para el Ph adoptado, por ejemplo 90 m² —que permite una dotación de área construida mínima de 22,5 m²/persona—; siendo así, $L_1 = 22,5 \text{ m}^2$ y DB = 220 Hab/ha, densidad ligeramente menor a la mitad del extremo 500 Hab/ha. Por tanto, los tamaños de lotes variarían entre 90 y 800 m².
- b) En el caso de la vivienda bifamiliar, si bien la DB tendría como límite inferior asimismo 25 Hab/ha, el superior podría duplicar la establecida para el tipo de vivienda unifamiliar, esto es 440 Hab/ha, con $L_1 = 22,5 \text{ m}^2/2$ y $L = 90 \text{ m}^2$ —(22,5/2)⁸—; no obstante esta opción supone extremar la intensidad de uso, por lo que se puede optar considerando otra vez las dimensiones funcionales y ambientales, por el punto medio entre 220 y 440 Hab/ha, esto es, DB = 330 Hab/ha, en cuyo caso $L_1 = 15,15 \text{ m}^2$ y $L = 120 \text{ m}^2$, superficie que permite incrementar el área construida a 25 m²/persona. Así, en este caso los tamaños de lotes variarían entre 120 y 1 600 m².
- c) Para la vivienda multifamiliar —más de tres viviendas por lote—, los límites serían los adoptados como extremos. No obstante, se debe tener presente que la DB = 25 Hab/ha —y obviamente las cercanas a ésta—, supone tanto para este tipo de vivienda como para los anteriores, una ocupación extensiva del suelo, depredadora del suelo rural, con implicaciones negativas para la dotación de infraestructuras y equipamientos, la prestación de servicios básicos y la movilidad.

En el otro extremo, la DB = 500 Hab/ha —e igualmente las próximas a ésta—, presenta limitaciones para la selección de algunas formas de ocupación, por ejemplo, no es viable con la edificación aislada que observe distancias entre bloques iguales a su altura. Por tanto, para un lote determinado asignado con esta densidad, se podrá optar por la edificación aislada solamente a costa de reducir fuertemente tales distancias, obviamente sin perjuicio de elegir la edificación continua; pero en uno y otro caso con implicaciones negativas para las condiciones de habitabilidad de los predios conforme aumente la altura de los bloques edificados.

Conviene de todos modos indagar, en el marco de la normativa en estudio, sobre la viabilidad del tipo de vivienda multifamiliar con la “edificación en altura” y el tipo de implantación aislada, por cuanto es una de las formas de ocupación que generalmente permite alcanzar mayores densidades de población. Para ello, llamando en forma adicional:

n = número de viviendas por piso en un bloque edificado

c = superficie de construcción por vivienda

H = altura de la edificación en número de pisos, con una altura de 3 metros por piso

Entonces, la superficie de emplazamiento de la edificación es $= n(c)$ y el tamaño del lote, asumiendo la forma cuadrada y considerando la distancia entre bloques edificados igual a su altura, tendría la siguiente expresión:

$$L = \left(\sqrt{n(c)} + 3H \right)^2$$

A su vez, la población esperada en el lote $= (n)(H)(Ph)$ y entonces:

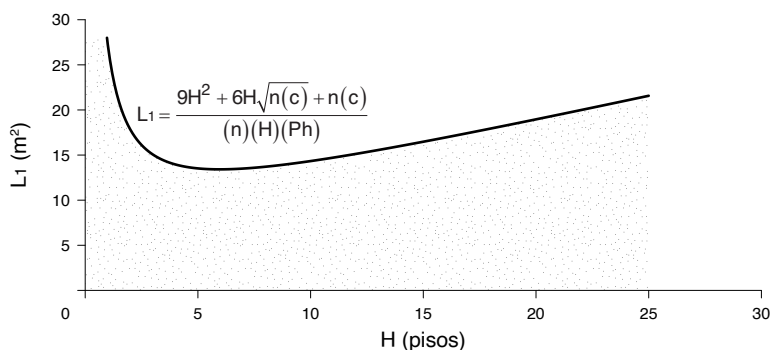
$$L_1 = \frac{\left(\sqrt{n(c)} + 3H \right)^2}{(n)(H)(Ph)}$$

por tanto,

$$L_1 = \frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{(n)(H)(Ph)}$$

El comportamiento de esta función teniendo a H como variable independiente, $n = 4$ y $c = 80 \text{ m}^2$, se observa en el Gráfico N° 2, mismo que amerita las siguientes consideraciones:

GRÁFICO N° 2



- a) En tanto H desde prácticamente 2 pisos tiende rápidamente a cero, L_1 lo hace al infinito. Igualando a cero el denominador, H es asimismo igual a cero y por tanto el eje de las ordenadas L_1 es asíntota vertical.
- b) En el intervalo de H de 2 a 6 pisos, aproximadamente, conforme aumenta esta variable disminuye L_1 —teniendo cercanamente en 6 pisos al mínimo—, lo cual adquiere una notable importancia, pues significa que este intervalo de pisos cumpliendo la distancia entre bloques edificados —y por tanto garantizando la habitabilidad de los predios—, demanda las menores dotaciones de suelo por habitante para lotes, en otros términos, genera formas de ocupación más económicas y compactas. Nótese que esta situación es independiente de la normativa legal ecuatoriana que se estudia y por lo tanto tiene validez general.
- c) Para conocer la abscisa H en la que L_1 se vuelve mínimo, se procede a derivar la función, entonces:

$$\frac{\partial L_1}{\partial H} = \frac{[18H + 6\sqrt{n(c)}](n)(H)(Ph) - [9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)](n)(Ph)}{[(n)(H)(Ph)]^2}$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial H} = \frac{9H^2 - (n)(c)}{(n)(H^2)(Ph)}$$

igualando a cero y despejando H, se tiene:

$$H_{\min} = \sqrt{\frac{(n)(c)}{9}} = \frac{\sqrt{(n)(c)}}{3}$$

En consecuencia, para los valores de n y c adoptados:

$$H = \frac{\sqrt{(4)(80)}}{3} = 5,96 \text{ pisos}$$

Por tanto, la abscisa H cuando L_1 es mínimo, es función del número de viviendas por piso en un bloque edificado y de la superficie de construcción por vivienda; de manera tal que cuando su producto aumenta, H y L_1 también lo hacen como resultado del incremento de la superficie del lote.

- d) Un tercer intervalo, con H más o menos de 6 a 18 pisos, en el cual se incrementa L_1 hasta alcanzar en su extremo superior un valor semejante al que corresponde a 2 pisos. En consecuencia, las dotaciones de suelo para lotes por habitante en este intervalo crecen pero con edificaciones de mayor altura, llegando aproximadamente a L_1 de 2 pisos con una altura nueve veces mayor, esto es, 18 pisos; lo cual implica comparativamente fuertes incrementos asimismo en el costo de construcción por unidad de superficie.
- e) Luego, finalmente, la tendencia continúa, crece H pero también L_1 y para valores de H muy distantes, L_1 es el mismo; por tanto, al igual que para valores de H menores

a 2 pisos, los mayores a 18 suponen ya formas de ocupación con implicaciones plenamente contrarias a las destacadas para el intervalo de 2 a 6 pisos, incluyendo en el caso de la edificación en altura el aumento de los costos de construcción.

Para calcular la población de la densidad bruta y en última instancia este indicador —ahora sí en el marco de la norma legal que se estudia—, es necesario volver a la función $L_1 = 5\,000/P_1$ y por tanto:

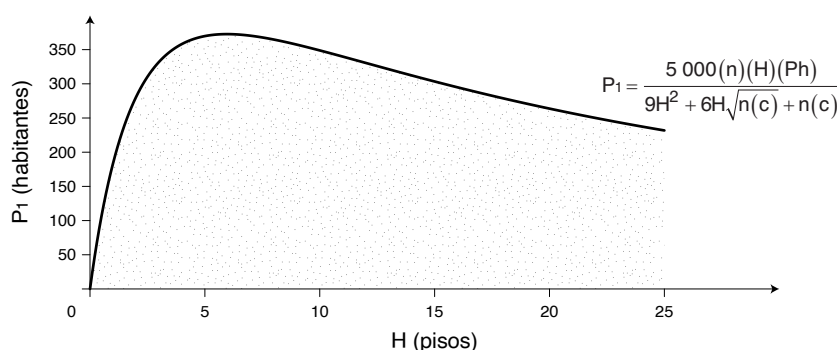
$$P_1 = \frac{5\,000}{\frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{(n)(H)(Ph)}}$$

en consecuencia:

$$P_1 = \frac{5\,000(n)(H)(Ph)}{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}$$

La expresión de esta función se presenta en el Gráfico N° 3, y su examen da paso asimismo a las siguientes consideraciones:

GRÁFICO N° 3



- En lógica consecuencia, el comportamiento de esta función tiene una clara correlación con la que permite el cálculo de L_1 en función de H . Efectivamente, mientras L_1 tiende hacia el infinito conforme H se acerca a cero desde aproximadamente 2 pisos, P_1 tiende en cambio a cero, esto es, la población de la DB y por tanto ésta.
- A su vez, en el intervalo de H entre 2 y 6 pisos, en el cual desciende L_1 mientras crece dicha variable, P_1 tiende a incrementarse, llegando la DB al máximo justamente en las inmediaciones de 6 pisos, esto es prácticamente a 370 Hab/ha. Así, se ratifican las innegables ventajas de este intervalo observando las formalidades impuestas de partida, pues en él se alcanzan las densidades de población más altas con edificaciones de alturas que podrían ser estimadas como “modestas”.
- Para conocer con exactitud la abscisa H en la que P_1 se vuelve máximo, se procede a derivar la función, entonces:

$$\frac{\partial P_1}{\partial H} = \frac{5\,000(n)(Ph) \left[9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c) \right] - \left[5\,000(n)(H)(Ph) \left(18H + 6\sqrt{n(c)} \right) \right]}{\left[9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c) \right]^2}$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial H} = \frac{-45\,000(n)(H^2)(Ph) + 5\,000(n^2)(Ph)(c)}{\left[9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c) \right]^2}$$

Igualando a cero, para conocer la abscisa en la cual la función alcanza su máximo, se tiene:

$$-9H^2 + n(c) = 0$$

ecuación a resolverse mediante $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

por tanto:

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{n(c)}}{3}$$

Si se reemplaza en esta ecuación para n y c los valores ya considerados de 4 y 80, respectivamente —cuatro viviendas por piso y 80 m² de superficie de construcción por vivienda—, se obtiene H = 5,96 pisos. En conclusión, para valores iguales de n y c, el número de pisos en el que L₁ alcanza el mínimo es el mismo en el que P₁ llega a su máximo.

- d) Asimismo un tercer intervalo de H entre 6 y 18 pisos, en el que mientras se produce el incremento de L₁, P₁ desciende y en consecuencia la DB, hasta llegar a la de dos pisos aproximadamente. Así, se genera una forma de ocupación que en comparación con la anterior supone la disminución de la densidad poblacional en tanto se incrementa el número de pisos y obliga a la adopción plena de la edificación en altura.
- e) Por último, la tendencia antes vista continúa, pues el aumento de L₁ conforme aumenta H, se traduce en la disminución de P₁ y de la DB, aproximándose a cero con valores de H muy altos; volviendo al eje de las H asíntota horizontal. Efectivamente si en la función anterior se divide el numerador y denominador para H se tiene:

$$P_1 = \frac{\frac{5\,000(n)(H)(Ph)}{H}}{\frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{H}}$$

entonces:

$$P_1 = \frac{5\,000(n)(Ph)}{9H + 6\sqrt{n(c)} + \frac{n(c)}{H}}$$

El límite de P_1 con H tendiendo al infinito positivo es:

$$\lim_{H \rightarrow +\infty} f(H) = \lim_{H \rightarrow +\infty} \frac{5\,000(n)(Ph)}{9H + 6\sqrt{n(c)} + \frac{n(c)}{H}} = 0$$

2.- Análisis de la dotación de suelo para vías

Para el efecto es necesario asumir una dotación de suelo por habitante para vías del sistema local —vías colectoras y locales propiamente—, y confrontarla con la que prevé la norma legal en estudio. La superficie para vías —en m^2 —, por hectárea de suelo destinada al uso vivienda —llamada V —, habitualmente se calcula asignando una superficie base (b) y una adicional en función de la DB y de una dotación por habitante (v); por tanto, $V = b + DB(v)$.

Trabajando con la población de la DB, esto es con P_1 , con $b = 1\,600\, m^2$ y $v = 2\, m^2$, se tiene entonces que:

$$V = 1\,600 + 2P_1$$

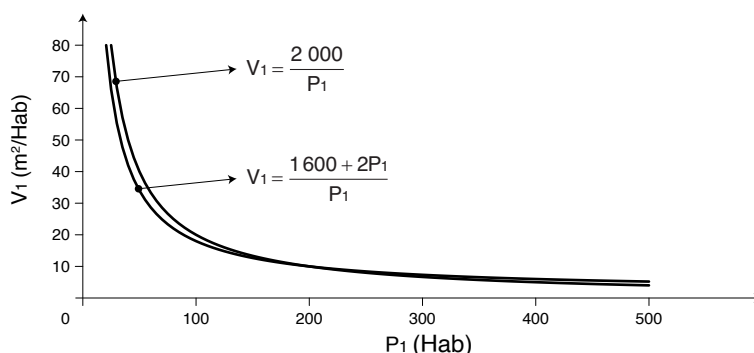
y,

$$V_1 = \frac{1\,600 + 2P_1}{P_1}$$

La dotación base de $1\,600\, m^2$ corresponde a un ancho de vía promedio de $8\, m$, podría incrementarse a $1\,700\, m^2$ y v de 2 a $2,5\, m^2$, respectivamente, como máximos.

La expresión de la función se observa en el Gráfico N° 4, conjuntamente con la gráfica de $V_1 = 2\,000/P_1$, ya vista en líneas anteriores. Su examen permite señalar que:

GRÁFICO N° 4



- Las curvas de las dos funciones se intersectan en el punto de coordenadas $P_1 = 200$ habitantes y $V_1 = 10\, m^2$, lo cual significa que con esta DB se ocupa la totalidad de la superficie destinada a vías por cada hectárea de suelo urbanizable, observando las dotaciones asumidas.
- Si se incrementa la población —esto es, la DB—, en $V_1 = (1\,600 + 2P_1)/P_1$ la superficie para vías supera los $2\,000\, m^2$ y la variable dependiente V_1 disminuye, como también en $V_1 = 2\,000/P_1$; pero para una misma P_1 los valores de V_1 en esta última función son

ligeramente menores. En todo caso conforme P_1 tiende al infinito, V_1 se aproxima a 2 en la primera función y a cero en la segunda.

- c) Si disminuye la población, en $V_1 = (1\ 600 + 2P_1)/P_1$ la superficie para vías asimismo se reduce pasando de 2 000 a 1 650 m² cuando P_1 es igual a 25 habitantes; por lo que si la densidad disminuye al 12,5% —vale decir a la octava parte—, la dotación de suelo para vías con respecto a una hectárea de suelo urbanizable baja del 20 al 16,5%.

Finalmente, también cuando P_1 disminuye V_1 aumenta en ambas funciones; así, cuando P_1 es igual a 25 habitantes, en $V_1 = (1\ 600 + 2P_1)/P_1$ llega a 66 m², en tanto que en $V_1 = 2\ 000/P_1$, a 80 m², siendo entonces notoria la diferencia.

Si se confronta la $DB = 200$ Hab/ha, con las máximas insinuadas para los diferentes tipos de vivienda en el apartado anterior, se tiene que:

- Para la vivienda unifamiliar, la DB en cuestión es cercana a la máxima 220 Hab/ha, por lo que la demanda de suelo para vías colectoras y locales que genere la población asentada en el suelo destinado a lotes, casi siempre podría ser atendida.
- En cuanto a la vivienda bifamiliar, la DB máxima es de 330 Hab/ha, y entonces se produce una brecha de significativas proporciones, en más de un tercio de ésta; la cual limita las posibilidades de densificación con este tipo de vivienda.
- Con respecto a la DB máxima de 370 Hab/ha, para la vivienda multifamiliar, tal brecha se acentúa, volviendo técnicamente inviable la densificación, la cual podría alcanzarse solamente sub-dimensionando el suelo para las vías colectoras y locales.

Profundizando el estudio de la $DB = 200$ Hab/ha, en términos del aprovechamiento que procura para la vivienda multifamiliar el suelo destinado a lotes según la disposición legal, esto es 5 000 m² por hectárea de suelo ocupada, se plantea la siguiente igualdad con miras a conocer en primera instancia el comportamiento de la altura de la edificación:

$$\frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{(n)(H)} = \frac{5\ 000}{\frac{200}{Ph}}$$

y puesto que Ph es igual a 4, se tiene:

$$9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c) = 100n(H)$$

de modo que:

$$9H^2 + H[6\sqrt{n(c)} - 100n] + n(c) = 0$$

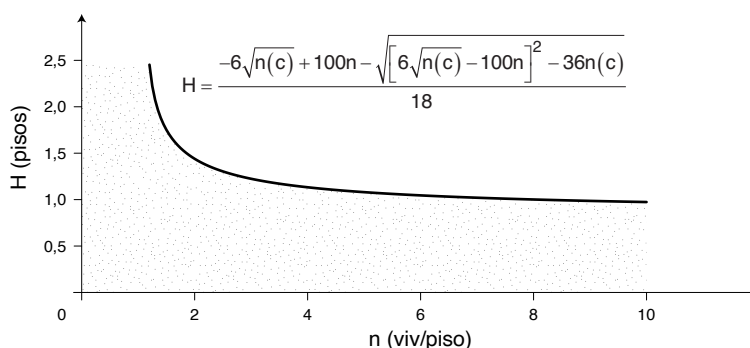
Esta ecuación puede realizarse mediante $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

y entonces:

$$H = \frac{-6\sqrt{n(c)} + 100n - \sqrt{[6\sqrt{n(c)} - 100n]^2 - 36n(c)}}{18}$$

Manteniendo constante c y su valor en 80 m^2 y volviendo a n variable independiente, la función adquiere la expresión que muestra el Gráfico N° 5, cuya consideración lleva a las siguientes inferencias bajo las determinantes de partida:

GRÁFICO N° 5



- La $DB = 200 \text{ Hab/ha}$, no es viable sino solamente a partir de que $n > 1$, requiriendo de partida una altura de la edificación relativamente mayor a tres pisos.
- En tanto se incrementa n y hasta cuando alcance valores próximos a 4, la altura de la edificación disminuye precipitadamente; no obstante, empieza a mostrarse viable el tipo de vivienda multifamiliar con edificaciones de un piso.
- Finalmente, conforme aumenta n disminuye dicha altura, tendiendo matemáticamente a cero. Así, se requiere de apenas un piso edificado para la vivienda multifamiliar con un número de viviendas de 4 a 10; asunto a considerar en el caso sobre todo de la vivienda de interés social.

Para conocer con exactitud el valor de n a partir del cual es viable la $DB = 200 \text{ Hab/ha}$, basta con tomar el radicando

$$[6\sqrt{n(c)} - 100n]^2 - 36n(c)$$

de la función que calcula H , igualar sus términos y despejar n ; por tanto:

$$[6\sqrt{n(c)} - 100n]^2 = 36n(c)$$

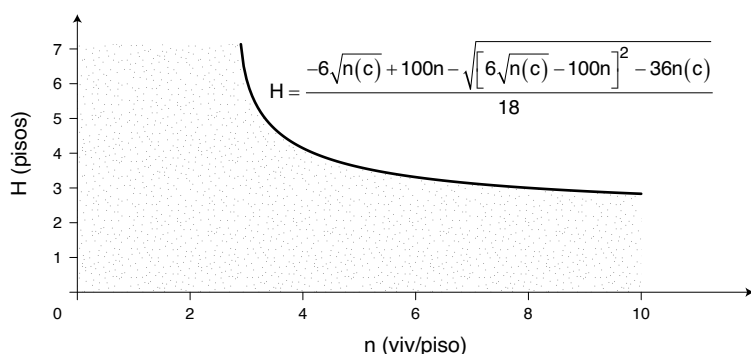
de donde:

$$n = \frac{144(c)}{10\,000}$$

Calculando n para $c = 80 \text{ m}^2$, $n = 1,152$

Cuando se incrementa c , la edificación requerida aumenta en número de pisos, es el caso del ejemplo en el que dicha constante pasa de 80 a 200 m^2 ; no obstante, la tendencia se mantiene, esto es, en tanto aumenta n , disminuye H , pero la $DB = 200 \text{ Hab/ha}$, es factible a partir de $n = 2,88$. Ver Gráfico N° 6.

GRÁFICO N° 6

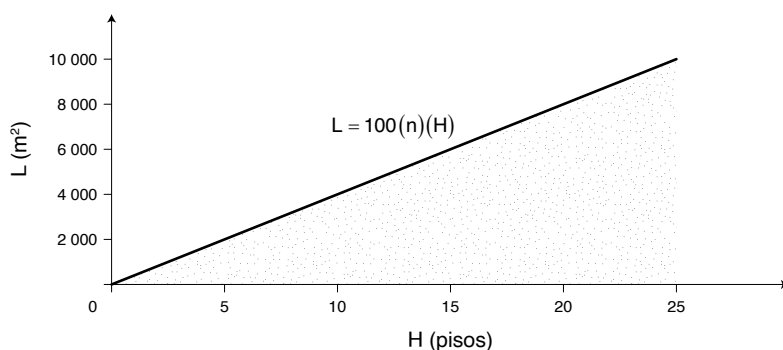


Por otra parte, se puede conocer la función que calcula el tamaño del lote, considerando que $L = (5\,000/200)(Ph)(n)(H)$ y dado que Ph es igual a 4, entonces:

$$L = 100(n)(H)$$

Esta función se observa en el Gráfico N° 7 e indica que manteniendo constante n , por ejemplo igual a 4 asimismo, conforme aumenta H también lo hace L , conservando una relación directamente proporcional.

GRÁFICO N° 7



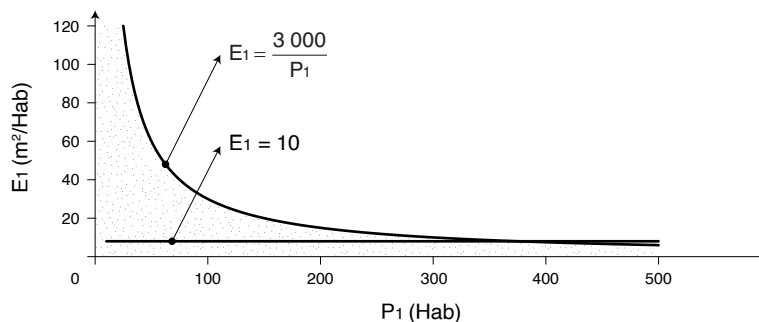
3.- Análisis de la dotación de suelo para equipamiento

También se requiere asumir una dotación de suelo por habitante para equipamiento urbano menor o local, y confrontarla con la que establece la norma legal en estudio. La superficie para equipamiento —en m^2 —, por hectárea de suelo destinada al uso vivienda —llamada E —, generalmente se calcula en función de la DB y de una dotación por habitante (e); por tanto, $E = DB(e)$.

En la medida entonces que la dotación de suelo para equipamiento e se expresa directamente por habitante, se tiene que $E_1 = e$, pudiéndose adoptar un valor de $10\,m^2$, resultante de la suma de $4\,m^2/Hab$ para equipamientos que requieren principalmente de edificaciones o espacios cubiertos —educación, socio-cultural, salud, asistencia social, religioso, comercial y servicios, administrativo y servicios de orden, entre otros—; y, $6\,m^2/Hab$ para áreas verdes como parques, jardines, plazoletas e instalaciones deportivas.

La expresión de la función $E_1 = 10$ se observa en el Gráfico N° 8, conjuntamente con la de $E_1 = 3\,000/P_1$, ya vista en líneas anteriores. Su examen permite señalar que:

GRÁFICO N° 8



- Las gráficas de las dos funciones se intersectan en el punto de coordenadas $P_1 = 300$ habitantes y $E_1 = 10 \text{ m}^2$, lo cual indica que con esta DB se ocupa la totalidad de la superficie destinada a equipamiento por cada hectárea de suelo urbanizable, observando la dotación seleccionada.
- Si se incrementa la población —esto es, la DB—, con $E_1 = e$ la superficie para equipamiento supera los $3\,000 \text{ m}^2$, a costa de mantener constante la dotación; en cambio en $E_1 = 3\,000/P_1$ ella disminuye y conforme P_1 tiende al infinito, se aproxima a cero.
- Si disminuye la población, en $E_1 = e$ la superficie para equipamiento asimismo se reduce pasando de $3\,000$ a 250 m^2 cuando P_1 es igual a 25 habitantes; por lo que si la densidad disminuye al $8,3\%$ —vale decir a la doceava parte—, la dotación de suelo para equipamiento con respecto a una hectárea de suelo urbanizable baja del 30 al $8,3\%$.

Finalmente, también cuando P_1 disminuye E_1 se mantiene constante en $E_1 = e$ y aumenta en $E_1 = 3\,000/P_1$; de manera que si en la primera función es igual a 10 m^2 , en la segunda llega a 120 m^2 , siendo asimismo notoria la diferencia.

Si se confronta la $DB = 300 \text{ Hab/ha}$, con las máximas insinuadas para los diferentes tipos de vivienda en el primer apartado, se tiene que:

- Para la vivienda unifamiliar, la DB en cuestión supera a la máxima 220 Hab/ha , por lo que la demanda de suelo para equipamientos comunitarios de alcance local que genere la población asentada en el suelo destinado a lotes, lograría ser cubierta superando la dotación asumida de 10 m^2 .
- En cuanto a la vivienda bifamiliar, la DB máxima es de 330 Hab/ha , por lo que la referida demanda casi siempre podría ser atendida, manteniendo la dotación.
- Con respecto a la DB máxima de 370 Hab/ha , para la vivienda multifamiliar, se genera una brecha más o menos significativa, cercana a un cuarto de ésta; volviendo técnicamente inviable la densificación con este tipo de vivienda, la cual podría alcanzarse solamente sub-dimensionando el suelo para equipamientos.

Profundizando igualmente el estudio de la DB = 300 Hab/ha, en cuanto al aprovechamiento que procura del suelo destinado a lotes de acuerdo con la disposición legal, esto es 5 000 m² por cada hectárea de suelo ocupada, se debe formular la siguiente igualdad a fin de conocer en primera instancia el comportamiento de la altura de la edificación:

$$\frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{(n)(H)} = \frac{5\,000}{\frac{300}{Ph}}$$

y puesto que Ph es igual a 4, se tiene:

$$9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c) = 66,7n(H)$$

de modo que:

$$9H^2 + H[6\sqrt{n(c)} - 66,7n] + n(c) = 0$$

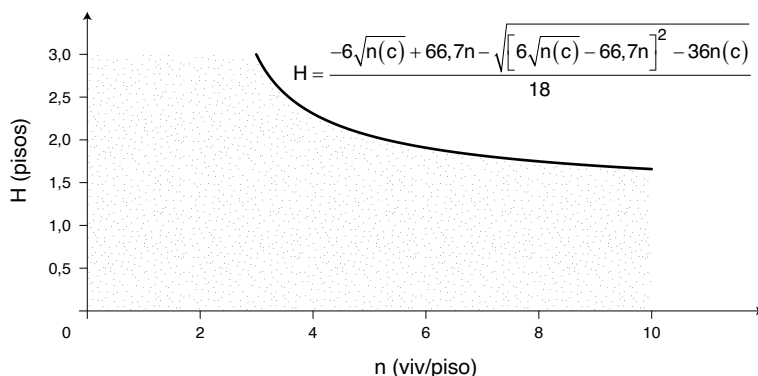
Esta ecuación puede resolverse mediante $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

y entonces:

$$H = \frac{-6\sqrt{n(c)} + 66,7n - \sqrt{[6\sqrt{n(c)} - 66,7n]^2 - 36n(c)}}{18}$$

Nuevamente manteniendo constante c y su valor en 80 m² y volviendo a n variable independiente, la función adquiere la expresión que contiene el Gráfico N° 9, cuyo estudio conduce a las siguientes conclusiones en el marco de las determinantes de partida:

GRÁFICO N° 9



- La DB = 300 Hab/ha, no es viable sino solamente a partir de que n sea próximo a 3, requiriendo de partida una altura de la edificación muy cercana también a tres pisos.
- Conforme aumenta n y hasta cuando alcanza valores próximos a 6, la altura de la edificación disminuye rápidamente, incluso a menos de dos pisos, pero ya es posible el tipo de vivienda multifamiliar con edificaciones de dos y tres pisos.

- c) Por último, conforme aumenta n disminuye dicha altura, tendiendo matemáticamente a cero. Así, se requiere de prácticamente dos pisos edificados para la vivienda multifamiliar con un número de viviendas de 6 a 10 por piso; asunto nuevamente a considerar con mayor interés en el caso especialmente de la vivienda de interés social.

Se puede conocer con exactitud el valor de n a partir del cual es viable la $DB = 300$ Hab/ha, tomando el radicando

$$\left[6\sqrt{n(c)} - 66,7n\right]^2 - 36n(c)$$

de la función que calcula H , e igualando sus términos y despejando n ; por tanto:

$$\left[6\sqrt{n(c)} - 66,7n\right]^2 = 36n(c)$$

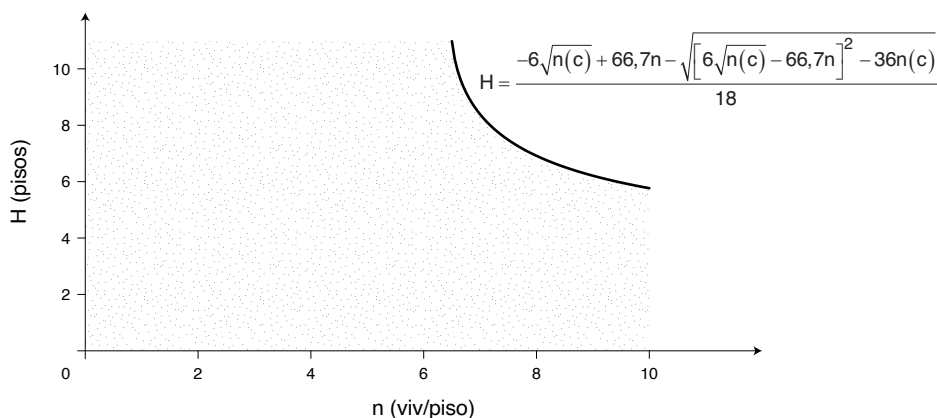
de donde:

$$n = 0,032367(c)$$

Calculando n para $c = 80 \text{ m}^2$, $n = 2,58$

Igualmente, si se incrementa c , la edificación requerida aumenta en número de pisos, es el caso del ejemplo en el que la referida constante pasa de 80 a 200 m^2 ; sin embargo, la tendencia se mantiene, esto es, en tanto aumenta n , disminuye H , pero la $DB = 300$ Hab/ha, es viable a partir de $n = 6,47$. Ver Gráfico N° 10.

GRÁFICO N° 10

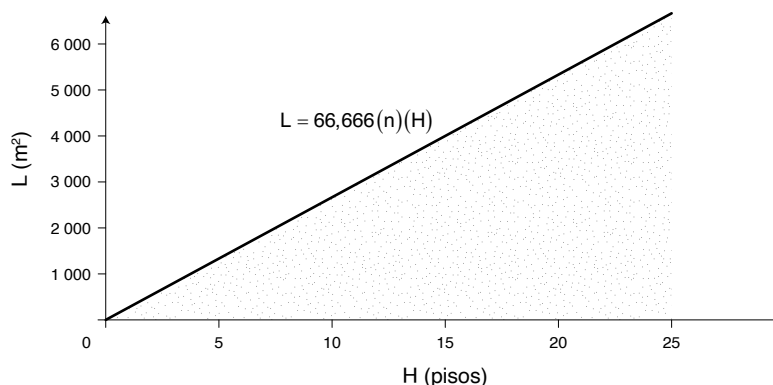


Finalmente, es posible establecer la función que determina el tamaño del lote, observando que $L = (5\,000/300)(Ph)(n)(H)$ y dado que Ph es igual a 4, entonces:

$$L = 66,666(n)(H)$$

Esta función se observa en el Gráfico N° 11 e indica que si se mantiene constante n , por ejemplo igual a 4 asimismo, conforme aumenta H también lo hace L , conservando una relación directamente proporcional.

GRÁFICO N° 11



Los análisis precedentes corresponden como se ha dicho a la norma de la Ley Orgánica de Régimen Municipal que originalmente regulaba la cesión gratuita de suelo para vías y equipamientos, la misma que fue reformada mediante la Ley Orgánica Reformatoria a la Ley de Régimen Municipal —Registro Oficial N° 429 de 27 de septiembre de 2004—, y por la cual se reduce la cesión gratuita de suelo al 35% de la superficie total del terreno. Así el Artículo 237 —nueva numeración de la norma por efectos de la codificación—, señalaba manteniendo el inequívoco mandato de que asimismo todas las clases de división del suelo se sometan a la figura de la cesión obligatoria: *“b) Cuando se trate de parcelaciones a ceder gratuitamente la superficie de terreno para vías, espacios libres y arborizados y de carácter educativo, siempre que no exceda del treinta y cinco por ciento de la superficie total”*.

La reducción al 35% significó una fuerte limitación para la consecución de los propósitos que justifican las cesiones gratuitas de suelo para vías y equipamientos comunitarios, más aún cuando el nuevo texto de la norma mantuvo las limitaciones ya señaladas para su aplicación, y ella en esencia se ha mantenido en el Artículo 424 del COOTAD hasta la fecha, aunque con las siguientes precisiones que ameritan destacarse aquí. Por una parte, que la cesión se calculará sobre el “área útil urbanizable del terreno o predio”; y, por otra, que en el caso del equipamiento no será menor al 15%, dejando, en consecuencia para las vías el máximo del 20%.

En los siguientes modelos se estudia la norma vigente, pero vale advertir entonces que el análisis de la cesión de suelo para vías ya efectuado sobre el Artículo 249 de la Ley Orgánica de Régimen Municipal, es válido también para ella; pues desde el punto de vista teórico justamente y por tanto más allá de que ahora deba establecerse con respecto al “área útil urbanizable del terreno o predio”, en uno y otro caso se considera exclusivamente el suelo con aptitud para la urbanización.

Modelos G2

Comportamiento de las dotaciones de suelo para lotes, vías y equipamientos, de conformidad con las cesiones obligatorias de suelo previstas en el Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización – COOTAD

El COOTAD promulgado en el suplemento del Registro Oficial N° 303 de 19 de octubre de 2010, originalmente en relación a esta materia establecía las siguientes normas en los Artículos 424 y 487.

Artículo 424 “Porcentaje del área verde fraccionada”: “En toda urbanización y fraccionamiento del suelo, se entregará a la municipalidad, mínimo el diez por ciento y máximo el veinte por ciento calculado del área útil del terreno urbanizado o fraccionado, en calidad de áreas verdes y comunales. Tales bienes de dominio y uso públicos no podrán ser cambiados de categoría. Dentro del rango establecido no se considerarán los bordes de quebrada y áreas de protección, zonas de riesgo, playas y áreas de protección ecológica.

“Se prohíbe todo tipo de exoneración a la contribución de áreas verdes y comunales, excepto en función del lote mínimo vigente según la planificación municipal, en cuyo caso se compensará con el pago en dinero según el avalúo catastral”.

Artículo 487.- “Ejecución de proyectos”: “b) Cuando se trate de fraccionamientos a ceder gratuitamente la superficie de terreno para vías, espacios abiertos, libres y arborizados y de carácter educativo, siempre que no exceda del treinta y cinco por ciento de la superficie total”.

Al respecto se debe precisar lo siguiente:

- a) El Artículo 424, contenía disposiciones más específicas para el caso de las cesiones gratuitas de suelo para equipamientos, esta vez bajo la denominación de “*áreas verdes y comunales*”, aunque al referirse con esta obligación únicamente a las “*urbanizaciones*” y “*fraccionamientos*”, omitía a las “*subdivisiones*”, mencionadas en su Artículo 470.

Regulaba esta cesión de suelo en una proporción de mínimo el 10% y máximo el 20%, del “*área útil del terreno urbanizado o fraccionado*”, pero sin señalar explícitamente qué se ha de entender por “*área útil*”. Por el contenido del mismo texto legal en consideración, se podría suponer que ella correspondía a la superficie del “*terreno urbanizado y fraccionado*”, menos “*los bordes de quebrada y áreas de protección, zonas de riesgo, playas y áreas de protección ecológica*”.

Pero en rigor en dicha norma subyace un error conceptual, pues confunde suelo urbanizable con área útil de un predio o terreno. El primero corresponde al suelo con aptitud para la urbanización —y es al cual ella pretende referirse—, en tanto que el segundo corresponde a la proyección de un terreno en el plano horizontal —principio general de la agrimensura—, al margen de su pendiente y que permite obtener su área útil o real.

De esta manera entonces, esta norma en los términos que de todos modos fue concebida, intentaba superar algunas de las omisiones que tenía la Ley Orgánica de Régimen Municipal – LORM, por una parte, buscando garantizar el suelo con vocación para acoger a las “*áreas verdes y comunales*”; y, por otra, fijando un mínimo de cesión de suelo para estos usos, de modo tal que no alcance prelación absoluta la dotación de suelo para vías y por ende el acceso a los lotes.

Si bien lo expuesto en cuanto a la localización del equipamiento en general tiene asidero, vale la pena considerar que las llamadas “*áreas verdes*” y con algunas previsiones, pueden habilitarse en las llanuras de inundación o márgenes de protección de ríos, aprovechando sus valores paisajísticos y en suma su calidad ambiental; ahí están los parques lineales en algunas ciudades ecuatorianas, cuyo suelo ha sido el producto de las cesiones gratuitas de suelo de los terrenos ribereños.

Esta norma, por otro lado, expresamente disponía que no habrá exoneración alguna de la cesión gratuita de suelo para “*áreas verdes y comunales*”, exceptuando cuando ella corresponda a superficies menores al respectivo “*lote mínimo*”, situación en la cual procedía la compensación en dinero por un monto igual al avalúo catastral de tales superficies de suelo. Nótese que este artículo inconsultamente señala en el inciso que regulaba este asunto, que se trata de una “*contribución de áreas verdes y comunales*”, pero en rigor no es tal —vale decir, un acto voluntario—, sino una obligación de carácter legal.

- b) Por su parte el Artículo 487 aludía exclusivamente a los “*fraccionamientos*”, dejando de lado las otras dos clases de división del suelo mencionadas en el Artículo 470, pero además tomaba literalmente el texto de la Ley Orgánica Reformatoria a la Ley de Régimen Municipal referido a las “*parcelaciones urbanas*”. Se ratificaba así el “*treinta y cinco por ciento de la superficie total*” para vías y equipamientos, sin perjuicio de que para el cálculo de la cesión de suelo para estos últimos se aplique el Artículo 424, esto es, el rango del 10 al 20% del “*área útil del terreno urbanizado y fraccionado*”.

De esta manera, la cesión de suelo para “áreas verdes y comunales”, se volvió función del “área útil” y en principio, y bajo el supuesto de que se mantenga constante el porcentaje de dotación, por ejemplo 20%, ella aumentaba proporcionalmente al “área útil”. No obstante y considerando que esta área debía también ser aprovechada para el emplazamiento de la red vial y el loteamiento, inevitablemente estos usos alcanzaron prelación y presionaron a la disminución del “área útil” para “áreas verdes y comunales” —observando el mínimo: 10%—, en ausencia sobre todo de una normativa municipal específica o, en su caso, de proyectos de “reestructuración de lotes”, para “distribuir equitativamente entre los propietarios los beneficios y cargas de la ordenación urbana” en materia de equipamientos —COOTAD, Artículo 470—.

La Ley Orgánica Reformatoria al Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización, publicada en el Registro Oficial N° 166 del 21 de enero de 2014, modificó los Artículos 424 y 487, de manera tal que este último dejaba de regular la cesión gratuita en divisiones de suelo, pasando al primero esta tarea y adoptando tales actuaciones las denominaciones de “fraccionamientos” y “urbanizaciones”. El Artículo 424 dice:

“Porcentaje de área verde, comunal y vías. - En la división de suelo para fraccionamiento y urbanización, a criterio técnico de la municipalidad se entregará por una sola vez como mínimo el quince por ciento (15%) y máximo el veinticinco por ciento (25%) calculado del área útil del terreno en calidad de áreas verdes y comunales, de acuerdo con el Plan de Ordenamiento Territorial, destinando exclusivamente para áreas verdes al menos el cincuenta por ciento de la superficie entregada.

“Se exceptúa la entrega de áreas verdes y comunales si la superficie de terreno a dividirse no supera los mil metros cuadrados, en este caso el porcentaje se compensará con el pago en dinero según el avalúo catastral; con estos recursos la municipalidad deberá crear un fondo para la adquisición de áreas verdes, comunales y/o de obras para su mejoramiento. La entrega de la sumatoria de áreas verdes, comunales y de vías no deberá exceder del treinta y cinco por ciento (35%) de la propiedad.

“En las áreas consolidadas, los bienes de dominio y uso público destinados a áreas verdes y comunales, podrán ser cambiados de categoría exclusivamente a favor de instituciones públicas para consolidar equipamientos tales como seguridad, educación y salud de conformidad con los casos y porcentajes, que establezca en su normativa el Gobierno Autónomo Descentralizado. La institución pública beneficiaria tendrá la obligación de compensar el equivalente al valor del bien que recibe.

“Los proyectos habitacionales realizados en función de la Ley de Propiedad Horizontal deberán aplicar los porcentajes de áreas verdes y comunales indicados en esta ley”.

Norma que suscita las siguientes consideraciones:

- a) Se incrementó el porcentaje de cesión de suelo para equipamiento —“áreas verdes y comunales”—, pasando del mínimo 10% y máximo 20%, a la dotación “como mínimo el quince por ciento (15%) y máximo el veinticinco por ciento (25%)...”, por lo que de alguna manera se puso de manifiesto el interés del legislador de ampliar la dotación de reservas de suelo con este fin. Así, la previsión legal sobre las reservas de suelo para equipamiento se incrementó en el 50% en cuanto al mínimo y en el 25% en cuanto al máximo.

- b) Otra modificación que incorpora esta norma respecto de su predecesora, es la que imponía que esta obligación se cumpla *“destinando exclusivamente para áreas verdes al menos el cincuenta por ciento de la superficie entregada”* para equipamiento comunal en general. En este sentido fue clara también la intención del legislador por garantizar concurrentemente la dotación de espacios verdes de alcance local, en general parques infantiles, barriales, vecinales y parroquiales, entre otros.
- c) Modificó asimismo la regulación destinada a exceptuar la obligación de ceder gratuitamente suelo para *“áreas verdes y comunales”* a determinados terrenos y a compensarla en dinero por un monto igual al avalúo catastral de la superficie resultante de la aplicación de la norma. Así, abandonó el buen criterio del *“lote mínimo”* ya comentado y adoptó tal excepción para los terrenos de superficies iguales o menores a mil metros cuadrados que se sometían a división; lo cual supuso también abandonar la posibilidad de contar con lotes, aunque de superficies menores, pero que podían servir para el emplazamiento de algunos equipamientos de alcance local, pero sobre todo como superficies que concurran a la conformación de otras mayores, mediante las *“reestructuraciones parcelarias”* según señalaba la LORM, *“reestructuraciones urbanas”* en los términos del COOTAD y *“reajustes de tierras”* en los de la Ley de Ordenamiento Territorial, Uso y Gestión del Suelo —LOOTUGS.

Esta reforma señalaba que *“con estos recursos la municipalidad deberá crear un fondo para la adquisición de áreas verdes, comunales y/o de obras para su mejoramiento”*; disposición confusa porque literalmente no cabe tal *“adquisición”*, pero sí la de terrenos para tales fines, aunque sin mayor viabilidad si los montos de expropiación de éstos se incrementaban significativamente en relación a los avalúos catastrales. Sin duda, finalmente, el fondo en cuestión habrá servido en las municipalidades para cofinanciar las obras de mejoramiento de los equipamientos ya existentes.

- d) Mantenía constante el máximo porcentaje de cesión de suelo para vías y equipamientos con respecto a la superficie total del predio sometido a división: *“La entrega de la sumatoria de áreas verdes, comunales y de vías no deberá exceder del treinta y cinco por ciento (35%) de la propiedad”*; cuestión que acentuó la prelación del trazado de la red vial y del loteamiento, en el aprovechamiento del *“área útil”* de los predios, hasta cumplir con el mínimo para *“áreas verdes y comunales”*: el 15%. Más aun, no resulta difícil pensar que en el propio trazado vial habría alcanzado preferencia el acceso a los lotes sobre su capacidad, esto es, sobre las secciones transversales de las vías colectoras y locales.
- e) Esta modificación permitía el cambio de categoría de bien de las cesiones gratuitas de suelo —que originalmente este mismo código lo prohibía expresamente—, bajo las siguientes condiciones: *“En las áreas consolidadas, los bienes de dominio y uso público destinados a áreas verdes y comunales, podrán ser cambiados de categoría exclusivamente a favor de instituciones públicas para consolidar equipamientos tales como seguridad, educación y salud de conformidad con los casos y porcentajes, que establezca en su normativa el Gobierno Autónomo Descentralizado”*.

Así, se observará que el cambio en referencia —que de por sí ya entraña algunas conflictividades—, se permitía, contradictoriamente, solo en las áreas consolidadas de las ciudades, en las cuales generalmente los suelos destinados a *“áreas verdes y comunales”* han recibido en el tiempo trabajosos proyectos de largo plazo, pero que debían dar paso a equipamientos en los sectores de la seguridad, educación y salud

—a cargo de instituciones del Gobierno central, luego de la enmienda hecha en el año 2015 al Numeral 7 del Artículo 264 de la Constitución—, con el curioso argumento de “consolidarlos”; pero que seguramente llevó en especial a la ocupación de espacios verdes ya constituidos como tales, con edificaciones para los usos en cuestión. Sin duda y así se señale que “...La institución pública beneficiaria tendrá la obligación de compensar el equivalente al valor del bien que recibe”, se trata de una política pública muy cuestionable, que evidenció la debilidad del Estado ecuatoriano en su conjunto, para contar con el suelo necesario para satisfacer las dotaciones de equipamientos públicos en todos los órdenes.

No es clara esta reforma a qué se refería, cuando afirmaba que tal “consolidación” se realizará “de conformidad con los casos y porcentajes, que establezca en su normativa el Gobierno Autónomo Descentralizado”.

- f) Finalmente y con buen criterio, vuelve obligatoria la cesión gratuita de suelo para equipamientos y en las proporciones ya revisadas, en “...Los proyectos habitacionales realizados en función de la Ley de Propiedad Horizontal”, pero no explicita si estos espacios son o no bienes de dominio y uso público, asunto de extrema importancia.

La segunda modificación que sufre la normativa del COOTAD en cuanto a los porcentajes de cesión para vías y equipamientos, se concreta a través de la Disposición Reformatoria Primera, Numeral 4, de la LOOTUGS, al Artículo 424, en los siguientes términos:

“Se entregará como mínimo el quince por ciento (15%) calculado del área útil urbanizable del terreno o predio a urbanizar en calidad de áreas verdes y equipamiento comunitario, de acuerdo a lo establecido por la planificación municipal, destinando exclusivamente para áreas verdes al menos el cincuenta por ciento de la superficie entregada.

“La entrega de áreas verdes, comunitarias y de vías no excederá del treinta y cinco por ciento (35%) del área útil urbanizable del terreno o predio”.

Este nuevo tenor amerita las siguientes observaciones:

- a) Ratifica el mínimo del 15% ya previsto en la Ley Orgánica Reformatoria al Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización, de 2014, para equipamientos, pero deja de lado la imprecisa denominación de “áreas verdes y comunales” y la reemplaza por la de “áreas verdes y equipamiento comunitario”. Se entiende que las “áreas verdes” forman parte del equipamiento comunitario y quizás su explicitación se justifica por cuanto tales espacios son motivo nuevamente de una regulación específica.
- b) Pero nótese la falta de rigurosidad en la construcción de la norma cuando en el siguiente inciso —al regular el porcentaje máximo total de cesión de suelo—, ya no se mantiene la denominación de “equipamiento comunitario”, sino que éste es llamado: “áreas” ... “comunitarias”.
- c) Dicho porcentaje, manteniendo el espíritu de la norma antes indicada, debe calcularse en relación al “área útil urbanizable del terreno”, pero se introduce el término “urbanizable”, el cual mejora la referencia al suelo con aptitud para ser urbanizado por sus características geológicas y geotécnicas, pendientes y valores ambientales —ecológicos, funcionales, productivos, paisajísticos y científico-culturales—, en la

medida que éstos no impongan su conservación, vale decir su sustracción al sellado definitivo que supone la construcción de obras de infraestructura y edificaciones. Debió ser llamada simplemente —pero con mayor propiedad—, como “área urbanizable del terreno”.

- d) Elimina el máximo del 25% para equipamiento, seguramente para volver más flexible la dotación de suelo para vías, sobre todo porque en esta modificación el conjunto de cesiones de suelo —esto es, para vías y equipamientos—, vale observar, están referidas a porcentajes del “*área útil urbanizable del terreno*”.
- e) Se ratifica también la disposición por la cual al menos el 50% de la superficie de esta cesión se destinará a “*áreas verdes*”, y cuya probable justificación fue ya motivo de comentario.
- f) En lo concerniente a la cesión de suelo para vías, esta reforma al igual que su inmediata predecesora, la incluye en el máximo del 35%, conjuntamente con la destinada a equipamiento comunitario; pero este porcentaje, como se advirtió, ya no se refiere a la superficie total del predio, sino que, en los mismos términos establecidos para el equipamiento, su cálculo es con respecto al “*área útil urbanizable del terreno*”.
- g) Es muy probable que el legislador haya establecido el 20% en tanto superficie máxima para vías —considerando que la dotación mínima para equipamiento es del 15% y que el total de las cesiones de suelo no debe superar el 35%—, con sustento en el criterio de que generalmente en estos proyectos tal porcentaje es el que se destina al emplazamiento de la red vial local.
- h) De hecho, es técnicamente correcto que las vías también estén calculadas sobre el “*área útil urbanizable del terreno*” —más propiamente, en relación al suelo urbanizable—, para impedir el emplazamiento de esta infraestructura en suelo sin aptitud para la urbanización, cuya falta de control en el pasado ha sido causa de trazados sin mayor funcionalidad y generadores de riesgos para los asentamientos, cuando no de incrementos en sus costos de dotación y en los de otras obras de infraestructura.
- i) Al haberse eliminado el porcentaje máximo de cesión gratuita de suelo para equipamientos, la norma no aclara que en las actuaciones o proyectos de división de terrenos en los cuales no se requiera la apertura de vías, la cesión gratuita de suelo para equipamiento podría llegar a ser del 35% del “*área útil urbanizable del terreno*”.

La reforma en estudio también dispone que: “*En el caso de predios con una superficie inferior a tres mil metros cuadrados, la municipalidad o distrito metropolitano, podrá optar entre exigir la entrega del porcentaje establecido en los incisos previos de áreas verdes y equipamiento comunitario del área útil del terreno o su compensación en dinero según el avalúo catastral del porcentaje antes indicado, de conformidad con lo establecido en la ordenanza municipal correspondiente. Con estos recursos la municipalidad deberá crear un fondo para la adquisición de áreas verdes, equipamiento comunitario y obras para su mejoramiento*”.

Corresponde asimismo las siguientes observaciones:

- a) Nuevamente se modifica la norma que exceptúa la obligación de ceder gratuitamente suelo para equipamiento: “*áreas verdes y equipamiento comunitario*”, pues si bien se mantiene el enfoque por el cual se establece una superficie de terreno referente para

su aplicación, esta acción se vuelve opcional para las administraciones municipales, pues podría ser compensada en dinero por un monto igual al avalúo catastral de la superficie resultante.

- b) Así, tal excepción considera a los terrenos de superficies menores a tres mil metros cuadrados que se sometan a división, pero en la medida que su aplicación es optativa, abre la posibilidad de que las municipalidades puedan contar con lotes pequeños y de tamaño medio que —ratificando lo dicho—, se destinen al emplazamiento de algunos equipamientos de alcance local, pero sobre todo como superficies que concurren a la conformación de otras mayores, mediante la figura del “*reajuste de tierras*” regulada por la LOOTUGS.
- c) Esta reforma conserva el criterio de que “*con estos recursos la municipalidad deberá crear un fondo para la adquisición de áreas verdes, equipamiento comunitario y obras para su mejoramiento*”; disposición que mantiene la confusión ya comentada en líneas anteriores, al igual que sobre las dificultades para su viabilidad y el destino que seguramente viene teniendo este fondo, esto es, el cofinanciamiento de las acciones de mejoramiento de los equipamientos ya existentes.

En cuanto a que: “*En las áreas consolidadas, los bienes de dominio y uso público destinados a áreas verdes, podrán ser cambiados de categoría exclusivamente a favor de instituciones públicas para consolidar y construir equipamientos públicos de conformidad con lo que establezca en su normativa el Gobierno Autónomo Descentralizado. La institución pública beneficiaria tendrá la obligación de compensar el equivalente al valor del bien que recibe, en base al avalúo realizado por el Gobierno Autónomo Descentralizado municipal o metropolitano*”; debe señalarse:

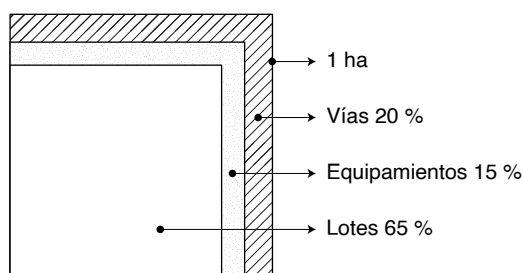
- a) En el marco de las observaciones ya formuladas sobre la versión de esta norma contenida en la Ley Orgánica Reformatoria al Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización, la modificación introducida por la LOOTUGS, dispone que exclusivamente “*los bienes de dominio y uso público destinados a áreas verdes, podrán ser cambiados de categoría*”, excluyendo de esta manera a otros equipamientos. En cuanto a la finalidad, ésta se amplía, pues se podrá aplicar para “*consolidar y construir equipamientos públicos*” en general; por último, y superando la confusión ya comentada, en esta reforma se dispone que tales acciones se produzcan “*de conformidad con lo que establezca en su normativa el Gobierno Autónomo Descentralizado*”.
- b) Vale la pena insistir, pese a los cambios vigentes, la inconsulta política pública que subyace en el conjunto de esta modificación, pues si bien, por una parte, se establece la obligatoriedad de que en las actuaciones o proyectos de división de suelo urbano, se efectúe una cesión gratuita de suelo para equipamientos de al menos el 15% del suelo urbanizable de los predios o terrenos —del “*área útil urbanizable del terreno*”—, y de la cual al menos la mitad debe destinarse a “*áreas verdes*”; por otra, estos espacios pueden, sin más, ser cambiados de categoría para “*consolidar y construir*” otros “*equipamientos públicos*”.

Por esto mismo, si bien el 1 de agosto de 2018, la Corte Constitucional derogó entre otras la enmienda al Numeral 7 del Artículo 264 de la Constitución, restituyendo a los gobiernos municipales la competencia de “*Planificar, construir y mantener la infraestructura física y los equipamientos de salud y educación...*”, la aplicación de esta disposición aunque no es imperativa, debe ser desalentada en cualquier caso.

- c) Finalmente, en esta reforma desaparece toda alusión a la cesión gratuita de suelo para equipamientos en proyectos habitacionales sujetos a la Ley de Propiedad Horizontal, en los cuales, si bien por su naturaleza no existe división alguna de suelo, no es menos cierto que la población residente en ellos demanda la dotación de equipamientos de carácter básico, que por otra parte deben ser inventariados y aprovechados en tanto bienes de dominio y uso público, incluyendo las vías de estas actuaciones.

En este marco y puesto que el COOTAD establece en buena medida las proporciones en los que se dividirá para vías y equipamientos el 35% de cesión gratuita de suelo, para fines del análisis este total se divide así: 20% para vías, magnitud —ya se dijo—, generalmente aceptada en el orden técnico y fijada como máxima por el Artículo 424 de dicho código, y 15% para equipamientos, determinada en cambio en calidad de mínima por esta misma norma. Bajo estas condiciones, de conformidad con la ilustración adjunta que considera una hectárea de suelo urbanizable —es decir de suelo con aptitud para la urbanización en atención por lo menos a su relieve y características geológicas y geotécnicas—, y llamando asimismo:

- DB = densidad bruta
 DN = densidad neta
 P₁ = población de la DB
 P₂ = población de la DN
 L₁ = dotación de suelo para lotes/ habitante
 V₁ = dotación de suelo para vías/ habitante
 E₁ = dotación de suelo para equipamiento/ habitante



Entonces:

$$L_1 = \frac{6\,500}{P_1}$$

$$V_1 = \frac{2\,000}{P_1}$$

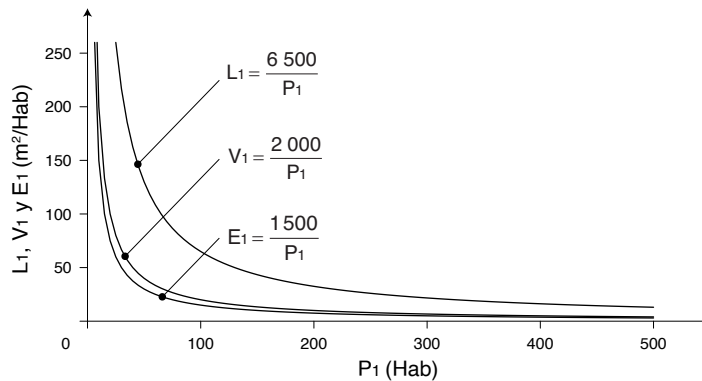
y,

$$E_1 = \frac{1\,500}{P_1}$$

La expresión de estas funciones se observa en el Gráfico N° 1. Los ejes de las ordenadas L₁, E₁ y V₁, son asíntotas verticales; pues igualando a cero el denominador, P₁ es asimismo igual a cero. A su vez, el eje P₁, también es asíntota horizontal de la función, en la medida que:

$$\lim_{P_1 \rightarrow +\infty} f(P_1) = \lim_{P_1 \rightarrow +\infty} \frac{6\,500}{P_1} = 0$$

GRÁFICO N° 1



1.- Análisis de la dotación de suelo para lotes

Para el estudio de la dotación de suelo para lotes por habitante y por tanto de la viabilidad de los diferentes tipos de vivienda que procura la normativa en estudio, se adopta nuevamente la ya señalada composición familiar promedio establecida por el INEC. Así llamando:

Ph = promedio de personas por hogar = 4, por fines prácticos; y,
L = tamaño de lote, entonces:

$$L = L_1 (Ph)$$

Por otra parte y a fin de contar con un rango de consideración muy amplio, se fijan igualmente como DB extremos 25 y 500 Hab/ha; por tanto, los tamaños de lotes variarían de 52 m² —(6 500/500)4— a 1 040 m² —(6 500/25)4—. Las respectivas densidades netas se pueden establecer considerando que por la disposición legal se destinan 3 500 m² a vías y equipamientos por cada hectárea ocupada, por lo que la función es la siguiente:

$$P_2 = \frac{10\,000P_1}{6\,500}$$

En consecuencia, a las densidades brutas antes señaladas les corresponde en su orden las DN de 38 y 769 Hab/ha, menores a las obtenidas con la aplicación de la norma de la Ley Orgánica de Régimen Municipal – LORM, en la medida que el suelo destinado a lotes pasa de 5 000 a 6 500 m².

Analizando la dotación de suelo para lotes por habitante, se tiene:

- Para la vivienda unifamiliar la DB podría variar desde 25 Hab/ha, en tanto que para el límite superior se toma el ya señalado tamaño mínimo de lote igual a 90 m²; siendo así, L₁ = 22,5 m² y DB = 290 Hab/ha, densidad relativamente superior a la mitad del extremo 500 Hab/ha y mayor en algo más del 30% a la alcanzada por la norma de la LORM. Por tanto, los tamaños de lotes variarían entre 90 y 1 040 m².
- En el caso de la vivienda bifamiliar, si bien la DB tendría como límite inferior asimismo 25 Hab/ha, el superior podría duplicar al establecido para el tipo de vivienda unifamiliar,

esto es 580 Hab/ha, con $L_1 = 22,5 \text{ m}^2/2$ y $L = 90 \text{ m}^2 - (22,5/2)8$; no obstante esta opción supone extremar aún más la intensidad de uso –a más de que supera el límite de 500 Hab/ha–, por lo que se puede optar por las consideraciones ya formuladas en los modelos anteriores, por el punto medio entre 290 y 580 Hab/ha, esto es, DB = 435 Hab/ha –densidad otra vez mayor en algo más del 30% a la obtenida con la norma de la LORM–, en cuyo caso y en un sentido práctico, nuevamente $L_1 = 15 \text{ m}^2$ y $L = 120 \text{ m}^2$, superficie que permite incrementar el área construida a $25 \text{ m}^2/\text{persona}$. Así, en este caso los tamaños de lotes variarían entre 120 y $2\,080 \text{ m}^2$.

- c) Para la vivienda multifamiliar se ratifican, por una parte, las observaciones formalizadas en los modelos anteriores sobre las dificultades que entraña la concreción de las densidades extremas de 25 y 500 Hab/ha; y, por otra, la indagación sobre la viabilidad del tipo de vivienda multifamiliar con la “edificación en altura” y el tipo de implantación aislada. De esta última se toman sus resultados para calcular la población de la densidad bruta y por último este indicador, observando esta vez la normativa constante en el COOTAD.

Volviendo entonces a la función $L_1 = 6\,500/P_1$ y recordando que:

n = número de viviendas por piso en un bloque edificado

c = superficie de construcción por vivienda, y

H = altura de la edificación en número de pisos, con una altura de 3 metros por piso; se tiene:

$$P_1 = \frac{6\,500}{\frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{(n)(H)(Ph)}}$$

en consecuencia:

$$P_1 = \frac{6\,500(n)(H)(Ph)}{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}$$

La expresión de esta función, manteniendo $n = 4$ y $c = 80 \text{ m}^2$, se presenta en el Gráfico N° 2, y su examen da paso asimismo a las siguientes consideraciones:

- a) Como resultado del incremento del suelo destinado a lotes por cada hectárea de suelo ocupado, esto es, de $5\,000$ a $6\,500 \text{ m}^2$, P_1 manteniendo el comportamiento de la familia de curvas a la que pertenece, alcanza valores más altos en comparación con los ya vistos en los modelos anteriores.
- b) Así, es posible hallar similares conductas en los intervalos: menos de 2 pisos, entre 2 y 6 pisos, más de 6 y hasta 18 pisos y los superiores a esta altura.
- c) Por lo dicho, en este caso también P_1 tiende a incrementarse en el intervalo de H entre 2 y 6 pisos, llegando la DB al máximo nuevamente en las inmediaciones de los 6 pisos, esto es prácticamente a 480 Hab/ha, superior nuevamente en más del 30% a la obtenida con los $5\,000 \text{ m}^2$ fijados por la norma de la LORM –370 Hab/ha–. Así, se ratifican nuevamente las innegables ventajas de este rango observando las

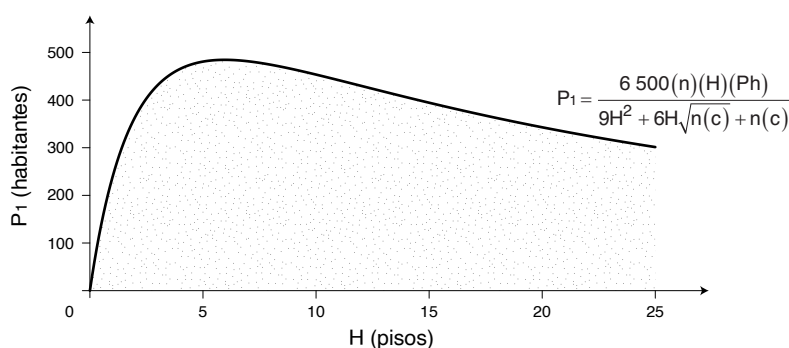
formalidades impuestas de partida, pues en él se alcanzan las densidades de población más altas con edificaciones de alturas que podrían ser estimadas como “modestas”.

- d) Por lo dicho, la abscisa H en la que P_1 se vuelve máximo es la misma que la establecida en los modelos anteriores, esto es:

$$H_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{n(c)}}{3}$$

Ya se reemplazó en esta ecuación los valores de 4 y 80 para n y c , respectivamente —cuatro viviendas por piso y 80 m² de superficie de construcción por vivienda—, obteniéndose $H = 5,96$ pisos. Reemplazando $H = 5,96$ pisos en la función, se obtiene que exactamente P_1 o la DB máxima corresponde a 484 Hab/ha.

GRÁFICO N° 2



En consecuencia para la vivienda multifamiliar —al igual que para los otros tipos de vivienda—, el mayor beneficio que otorga la norma vigente —Artículo 424 del COOTAD—, respecto de la originalmente prevista por la LORM —Artículo 249—, al incrementarse la superficie destinada a lotes de 5 000 a 6 500 m², es el aumento de la densidad poblacional que en términos de la DB máxima supone pasar de 370 a 480 Hab/ha, adoptando los valores $n = 4$ y $c = 80$ m², válidos por ejemplo para programas de vivienda de interés social. Pero es igualmente importante destacar que este incremento de la densidad se produce con la misma altura de la edificación, en el caso considerado 6 pisos, cuyas bondades han sido ya expuestas.

2.- Análisis de la dotación de suelo para vías

Puesto que de conformidad con la norma contemplada en el COOTAD debe destinarse para vías máximo el 20% del suelo urbanizable, magnitud ya considerada en los modelos anteriores al estudiar la norma establecida en la LORM, y por cuanto en éstos se demostró que con la DB = 200 Hab/ha se ocupa la totalidad de la superficie en cuestión —observando las dotaciones asumidas—; corresponde efectuar su confrontación con las densidades máximas insinuadas para los diferentes tipos de vivienda en el apartado anterior para la norma prevista en el COOTAD. En esta perspectiva se tiene que:

- a) Para la vivienda unifamiliar, la DB en cuestión se distancia de la máxima 290 Hab/ha, generando una brecha cercana a un tercio de ésta; por tanto, la demanda de suelo para vías colectoras y locales a la que dé lugar la población asentada en el suelo destinado a lotes, no podría ser atendida.

- b) En cuanto a la vivienda bifamiliar, la DB máxima es de 435 Hab/ha, y entonces se produce una brecha de mayores proporciones, en más de la mitad de ésta; la cual limita las posibilidades de densificación con este tipo de vivienda.
- c) Con respecto a la DB máxima de 480 Hab/ha, para la vivienda multifamiliar, tal brecha se acentúa, volviendo también técnicamente inviable la densificación, la cual podría alcanzarse solamente sub-dimensionando gravemente el suelo para las vías colectoras y locales.

Análogamente a los modelos anteriores, profundizando el estudio de la DB = 200 Hab/ha, en cuanto al aprovechamiento que procura del suelo destinado a lotes de conformidad con la disposición legal, esto es 6 500 m² por cada hectárea de suelo ocupada, es necesario plantear la siguiente igualdad a fin de conocer en un primer momento el comportamiento de la altura de la edificación:

$$\frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{(n)(H)} = \frac{6\,500}{\frac{200}{Ph}}$$

y puesto que Ph es igual a 4, se tiene:

$$9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c) = 130n(H)$$

de modo que:

$$9H^2 + H[6\sqrt{n(c)} - 130n] + n(c) = 0$$

Esta ecuación puede resolverse mediante $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

y entonces:

$$H = \frac{-6\sqrt{n(c)} + 130n - \sqrt{[6\sqrt{n(c)} - 130n]^2 - 36n(c)}}{18}$$

Manteniendo constante c y su valor en 80 m² y volviendo a n variable independiente, la función obtiene la expresión que muestra el Gráfico N° 3, cuyo análisis conduce a las siguientes conclusiones bajo las determinantes de partida:

- a) La DB = 200 Hab/ha, ya es viable con valores de n incluso menores a 1, requiriendo de inicio alturas de la edificación cercanas a dos y medio pisos.
- b) Conforme aumenta n alcanzando valores próximos a 4, la altura de la edificación decrece precipitadamente con valores que van de mayores a menores cercanamente a un piso.
- c) Aproximadamente a partir de n = 4, dicha altura va disminuyendo lentamente, tendiendo matemáticamente a cero.
- d) Así, en teoría y cumpliendo la DB = 200 Hab/ha, se requiere menos de un piso edificado para los valores de n de 2 a 10, situación que se explica por cuanto el valor L₁ —dotación de suelo para lotes/habitante—, que corresponde a 6 500/200 = 32,5

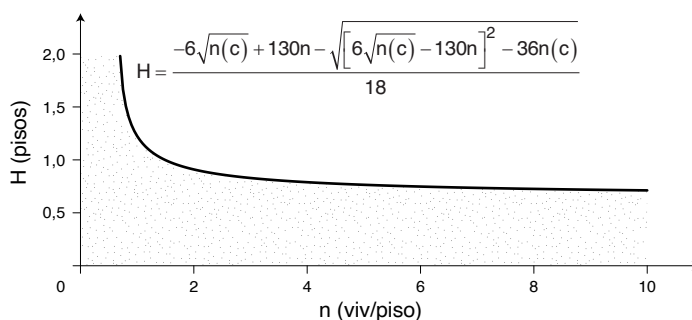
m², genera para n = 4, por ejemplo —por tanto, también para los demás valores de n mencionados—, un tamaño de lote mayor al requerido por la superficie de emplazamiento de la edificación con c = 80 m².

Efectivamente, si H = 1, $L = 6\,500/200(Ph)(n)(H) = 32,5(4)(4)(1) = 520$ m². A su vez, si la superficie de emplazamiento de la edificación = (4)(80) = 320 m² asume una forma cuadrada y un retiro lateral de 1,5 m. —teórico, para cumplir las condiciones impuestas—, demanda un lote de 436 m² —menor a 520 m²—, y da lugar a una densidad de 238 Hab/ha —6 500(16)/436—, mayor a 200 Hab/ha.

La función para cumplir la densidad de partida, mantiene c en 80 m² y L₁ en 32,5 m², pero reduce el número de habitantes del lote de 16 a 12,64, por tanto $L = 12,64(32,5) = 410,8$ m². Si en este tamaño de lote se inserta la superficie de emplazamiento de la edificación, se genera un retiro lateral de 1,185 m, que cumpliendo la determinante de partida es igual a 3H/2, por lo que H = 0,79 y la altura de la edificación = 3(0,79) = 2,37 m.

- e) En términos prácticos esto supone edificaciones de un piso, pero a condición de incrementar el valor de c de 80 a 98 m², pues con esta dotación de superficie de construcción por vivienda, la superficie de emplazamiento de la edificación suma 392 m² —4(98)—, el retiro lateral corresponde a 1,5 m y la superficie de lote llega a 520 m², observando la densidad de 200 Hab/ha. Desde esta perspectiva del análisis, incrementos como el señalado constituye uno de los beneficios de la norma contenida en el COOTAD al pasar de 5 000 a 6 500 m² la superficie destinada a lotes por hectárea de suelo ocupado; asunto nuevamente a considerar particularmente en el caso de la vivienda de interés social.

GRÁFICO N°3



Para averiguar con precisión el valor de n a partir del cual es viable la DB = 200 Hab/ha, basta con tomar el radicando:

$$[6\sqrt{n(c)} - 130n]^2 - 36n(c)$$

de la función que calcula H, igualar sus términos y despejar n; por tanto:

$$[6\sqrt{n(c)} - 130n]^2 = 36n(c)$$

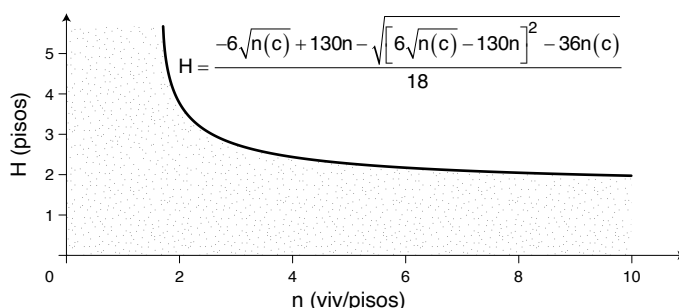
de donde:

$$n = 0,008522(c)$$

Calculando n para $c = 80 \text{ m}^2$, $n = 0,682$.

Al incrementarse c la edificación requerida aumenta en número de pisos, es el caso del ejemplo en el que dicha constante pasa de 80 a 200 m^2 ; no obstante, la tendencia se mantiene, esto es, en tanto aumenta n , disminuye H aunque con variaciones fuertes antes de $n = 4$, pero la DB = 200 Hab/ha, es factible a partir de $n = 1,704$. Ver Gráfico N° 4.

GRÁFICO N° 4

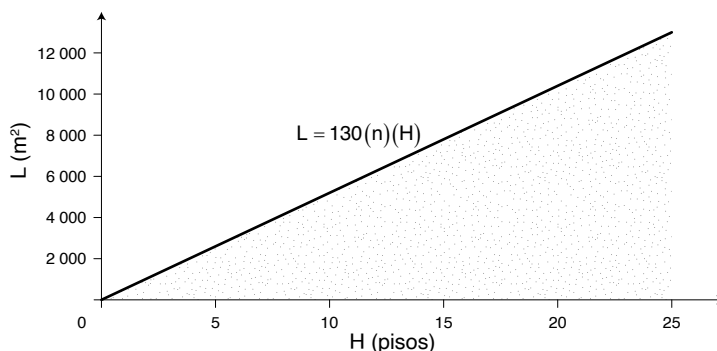


Finalmente, es posible conocer la función que calcula el tamaño del lote, considerando que $L = (6\,500/200)(Ph)(n)(H)$ y puesto que Ph es igual a 4, entonces:

$$L = 130(n)(H)$$

Esta función se muestra en el Gráfico N° 5 e indica que manteniendo constante n , por ejemplo igual a 4 asimismo, conforme aumenta H también lo hace L , guardando una relación directamente proporcional.

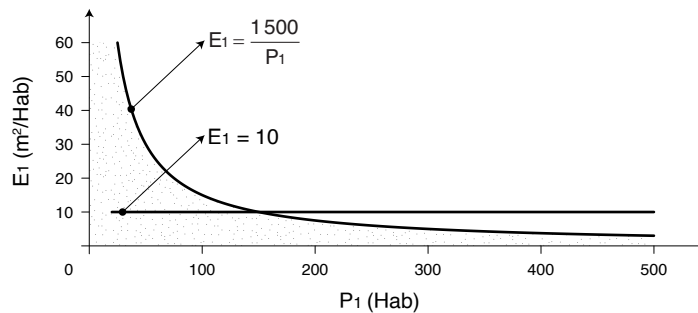
GRÁFICO N° 5



3.- Análisis de la dotación de suelo para equipamiento

Con sustento en las argumentaciones ya expuestas en el modelo anterior, en ésta se parte manteniendo la dotación —en m^2 —, de suelo para equipamiento por habitante $E_1 = e = 10$. La expresión de esta función se observa en el Gráfico N° 6, conjuntamente con la de $E_1 = 1\,500/P_1$, ya vista en líneas anteriores. Su examen permite señalar que:

GRÁFICO N° 6



- Las gráficas de las dos funciones se intersectan en el punto de coordenadas $P_1 = 150$ habitantes y $E_1 = 10 \text{ m}^2$, por tanto con esta DB se ocupa la totalidad de la superficie reservada a equipamiento por cada hectárea de suelo urbanizable, advirtiendo la dotación elegida.
- Si se incrementa la población —esto es, la DB—, con $E_1 = e$ la superficie para equipamiento supera los $1\,500 \text{ m}^2$, a costa de mantener constante la dotación; en cambio en $E_1 = 1\,500/P_1$ ella disminuye y conforme P_1 tiende al infinito, se aproxima a cero.
- Si disminuye la población, en $E_1 = e$ la superficie para equipamiento asimismo se reduce pasando de $1\,500$ a 250 m^2 cuando P_1 es igual a 25 habitantes; por lo que si la densidad disminuye al $16,6\%$ —esto es, a la sexta parte—, la dotación de suelo para equipamiento en relación a una hectárea de suelo urbanizable baja del 15 al $2,5\%$.

Por último, igualmente cuando P_1 disminuye, E_1 se mantiene constante en $E_1 = e$ y aumenta en $E_1 = 1\,500/P_1$; de manera que si en la primera función es igual a 10 m^2 , en la segunda llega a 60 m^2 , siendo también notoria la diferencia.

Si se confronta la DB = 150 Hab/ha , con las máximas insinuadas para los diferentes tipos de vivienda en el primer apartado, se tiene que:

- Para la vivienda unifamiliar, la DB en cuestión es menor a la máxima 220 Hab/ha y en consecuencia la demanda de suelo para equipamientos comunitarios de alcance local generada por la población asentada en el suelo destinado a lotes, no podría ser atendida con la dotación sugerida de 10 m^2 .
- En cuanto a la vivienda bifamiliar, la DB máxima es de 330 Hab/ha , por lo que la demanda en cuestión tampoco sería susceptible de cobertura en los términos de dotación propuestos, pues la brecha supera a la mitad de la máxima.
- Con respecto a la DB máxima de 370 Hab/ha , para la vivienda multifamiliar, se genera una brecha mucho más significativa, próxima a los dos tercios de ésta; imposibilitando técnicamente la densificación con este tipo de vivienda, la cual podría alcanzarse únicamente sub-dimensionando de modo extremo el suelo para equipamientos.
- Cabe concluir manifestando que la reforma sufrida por la normativa que regulaba originalmente la cesión gratuita de suelo para vías y equipamientos, esto es la

contemplada en la LORM antes del año 2004, impacta muy negativamente en la constitución de reservas de suelo para el equipamiento urbano menor o local, pues tal cesión se ha reducido del 30 al 15%, esto es, a la mitad; lo cual significa que con la dotación asumida de 10 m²/habitante, se pasa de una capacidad de cobertura máxima de 300 Hab/ha a una de 150 Hab/ha.

En general, esto es perjudicial para el conjunto de la ciudad ecuatoriana, habida cuenta que estas cesiones han sido y son la concreción de la política pública más idónea para que las municipalidades puedan contar con reservas de suelo para equipamientos, más aún si de por medio están significativas limitaciones financieras para la expropiación de suelo en cantidades suficientes para alcanzar al menos indicadores de dotación como el sugerido en esta obra. Pero sobre todo es perjudicial pensando en los asentamientos de vivienda para las familias de estratos socio-económicos bajos, en la medida que buenas dotaciones de suelo para equipamientos comunitarios —particularmente de áreas verdes—, deben compensar su ausencia en el espacio intrafamiliar.

Ahondando igualmente el estudio de la DB = 150 Hab/ha, en cuanto al aprovechamiento que procura del suelo destinado a lotes previsto en la disposición legal, esto es 6 500 m² por cada hectárea de suelo ocupada, se debe formular la siguiente igualdad a fin de conocer en primera instancia el comportamiento de la altura de la edificación:

$$\frac{9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c)}{(n)(H)} = \frac{6\,500}{\frac{150}{Ph}}$$

y puesto que Ph es igual a 4, se tiene:

$$9H^2 + 6H\sqrt{n(c)} + n(c) = 173,3n(H)$$

de modo que:

$$9H^2 + H[6\sqrt{n(c)} - 173,3n] + n(c) = 0$$

Esta ecuación puede resolverse mediante $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

y entonces:

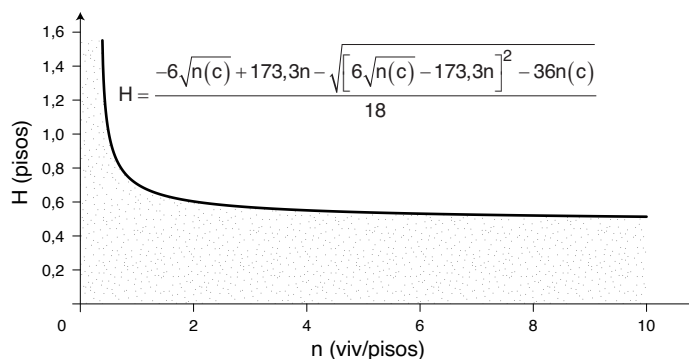
$$H = \frac{-6\sqrt{n(c)} + 173,3n - \sqrt{[6\sqrt{n(c)} - 173,3n]^2 - 36n(c)}}{18}$$

Otra vez manteniendo constante c y su valor en 80 m² y volviendo a n variable independiente, la función adquiere la expresión que muestra el Gráfico N° 7, cuyo análisis lleva a las siguientes conclusiones en el marco de las determinantes de partida:

- a) La DB = 150 Hab/ha, es viable a partir de que n sea próximo a 0,4, requiriendo una altura de la edificación cercana a 1,7 pisos, descendiendo luego precipitadamente conforme n se acerca a 1 y con menor pendiente a 2; a partir de este valor la referida altura se sitúa próxima a 0,6 pisos hasta llegar a n = 10.

- b) Ni más ni menos que el comportamiento del intervalo que más interesa, el de n mayor a 2 hasta 10, es análogo al ya visto para el caso de la red vial local en el apartado anterior, pero obviamente al tratarse de una densidad menor —pues el suelo disponible para tal infraestructura puede cubrir la demanda de hasta la $DB = 200$ Hab/ha—, la distancia entre el tamaño de L que genera L_1 y la superficie de emplazamiento de la edificación con $c = 80$ m², se acentúa notoriamente; pues L_1 pasa de 32,5 a 43,3 m², L de 520 a 693 m², manteniéndose constante dicha superficie en 320 m².
- c) En sentido práctico, al igual que para el caso de las vías, deberá alcanzarse un piso manteniendo la $DB = 150$ Hab/ha, lo cual supone incrementar la superficie de construcción de 80 a 136 m², tamaño que por ejemplo se aleja de los considerados generalmente pertinentes para la vivienda de interés social; sin perjuicio, obviamente, de que esta opción pueda ser válida para la de otros estratos socio-económicos.

GRÁFICO N° 7



Se puede conocer con exactitud el valor de n a partir del cual es viable la $DB = 150$ Hab/ha, igualando los términos del radicando:

$$\left[6\sqrt{n(c)} - 173,3n \right]^2 - 36n(c)$$

de la función que calcula H y despejando n ; por tanto:

$$\left[6\sqrt{n(c)} - 173,3n \right]^2 = 36n(c)$$

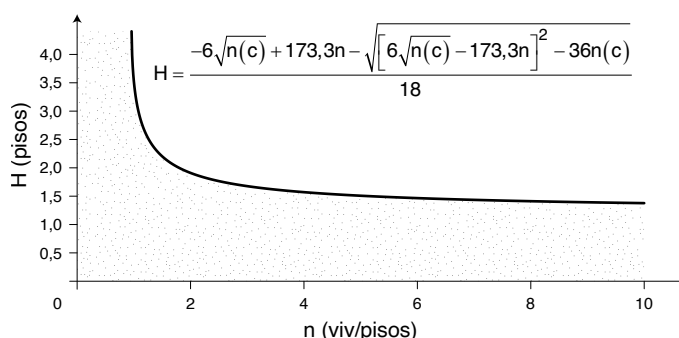
de donde:

$$n = 0,004812(c)$$

Calculando n para $c = 80$ m², $n = 0,385$.

Si se incrementa c , la edificación requerida aumenta en número de pisos, es el caso del ejemplo en el que tal constante pasa de 80 a 200 m²; sin embargo, la tendencia se mantiene, esto es, en tanto aumenta n , disminuye H aunque con cambios fuertes antes de $n = 4$. La $DB = 150$ Hab/ha, es viable a partir de $n = 0,96$. Ver Gráfico N° 8.

GRÁFICO N° 8

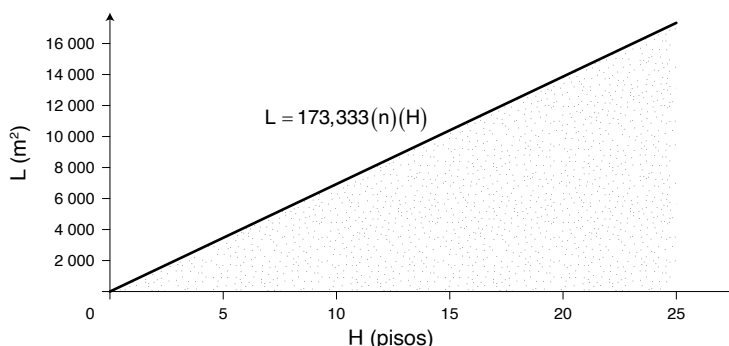


Por último, es posible establecer la función que determina el tamaño del lote, observando que $L = (6\,500/150)(Ph)(n)(H)$ y puesto que Ph es igual a 4, entonces:

$$L = 173,333(n)(H)$$

Esta función se observa en el Gráfico N° 9 e indica que si se mantiene constante n, por ejemplo igual a 4 asimismo, conforme aumenta H también lo hace L, conservando una relación directamente proporcional.

GRÁFICO N° 9



4.- Recomendaciones para mejorar la normativa vigente

Con sustento en los análisis precedentes, se formulan las siguientes recomendaciones destinadas a mejorar la política pública de cesión gratuita de suelo en proyectos de parcelación urbana, contenida en el Artículo 424 del COOTAD.

- a) Es necesario que la norma en consideración empiece adoptando una denominación genérica —que podría ser la misma de “*parcelación urbana*”—, para referirse a todas las actuaciones públicas, privadas y de otro orden, que tengan como propósito la división de predios urbanos y que dependiendo de su tamaño, forma, ubicación con respecto a la red vial preexistente y de la normativa urbanística en vigencia, puede demandar la apertura de vías y la consecuente ejecución obligatoria de obras de urbanización; sin perjuicio, en cualquier caso, de que estas actuaciones también contemplen cesiones

gratuitas de suelo para equipamiento comunitario, de conformidad con la normativa nacional y local.

- b) Convendrá referirse a las reservas de suelo para equipamiento como “áreas verdes y otros equipamientos comunitarios”, mejorando el texto vigente: “*áreas verdes y equipamiento comunitario*”. Manteniendo el espíritu del legislador, se ratifica entonces la referencia explícita a las “*áreas verdes*”, en la medida que son motivo de una regulación específica.
- c) Debe preferirse la denominación de “área urbanizable del terreno” a la de “*área útil urbanizable del terreno*”, entendiéndose que ésta es el suelo que de conformidad con la normativa nacional y local tiene aptitud para ser urbanizado por sus características geológicas y geotécnicas, pendientes y valores ambientales —ecológicos, funcionales, productivos, paisajísticos y científico-culturales—, en la medida que éstos no impongan su conservación, vale decir su sustracción al sellado definitivo que supone la construcción de obras de infraestructura y edificaciones.
- d) Si bien los porcentajes de cesión gratuita de suelo para vías y equipamientos, se aplican al “*área útil urbanizable del terreno*”—más correctamente, como se ha dicho, al suelo urbanizable—, esto es: mínimo el 15% para “*áreas verdes y equipamiento comunitario*”, y máximo el 35% para “*áreas verdes, comunitarias y vías*”; a fin de garantizar la dotación de reservas de suelo para equipamiento urbano menor o local en general, cumpliendo normas o estándares mínimos, es necesario que la cesión gratuita de suelo se incremente al menos al 40% —y deseablemente al 45%—, de la superficie de suelo urbanizable del terreno o predio.
- e) En esta misma línea de reflexión debe aclararse la disposición por la que en las actuaciones o proyectos de división de terrenos en los cuales no se requiera la apertura de vías, la cesión gratuita de suelo para equipamiento podría llegar a ser del 35% del “*área útil urbanizable del terreno*”, y de aceptarse la reforma sugerida, al 40%.
- f) El suelo sin vocación para la urbanización, debe destinarse a la conservación o a la explotación con actividades productivas primarias compatibles con la vivienda, siendo lo más deseable su integración a los lotes, pues constituye la mejor opción para su manejo.
- g) Sin perjuicio de lo anterior y tratándose de las divisiones de suelo de terrenos ribereños, las cesiones de suelo para “*áreas verdes*”, con las previsiones que correspondan, pueden emplazarse en las llanuras de inundación o márgenes de protección de ríos, a fin de aprovechar sus valores paisajísticos y consecuente calidad ambiental.
- h) La norma por la cual se exceptúa la obligación de ceder gratuitamente suelo para equipamiento: “*áreas verdes y equipamiento comunitario*” y ser compensada en dinero por un monto igual al avalúo catastral de la superficie resultante, debe recuperar la versión constante en la Ley Orgánica Reformatoria al Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización, pero con el carácter de opcional; esto es, que tal excepción se aplique exclusivamente a los terrenos de superficies iguales o menores a mil metros cuadrados y siempre que el suelo potencialmente a ceder, afecte técnicamente al proyecto de parcelación urbana y a sus normas, lo cual permitirá que las municipalidades ecuatorianas:

- Dispongan de un mayor número y superficie de reservas de suelo para equipamiento comunitario, a fin de atender las demandas de la población de las ciudades y áreas urbanas en general, en el marco de la normativa de dotación nacional y local.
 - Indemnicen, con aquellas cesiones de suelo que no cumplan tal normativa —particularmente la relacionada con las superficies—, cambiando previamente su categoría de bien, las expropiaciones de suelo necesarias para garantizar la dotación de equipamientos comunitarios, concretamente la de aquellos de alcance urbano y cantonal, que generalmente requieren superficies de suelo mayores.
 - Estructuren, con las cesiones de suelo que asimismo no cumplan la referida normativa nacional y local, superficies mayores mediante la concurrencia espacial de aquellas, aplicando la figura del “*reajuste de tierras*” regulada por la LOOTUGS.
 - Obviamente, será pertinente que, con los recursos económicos recaudados por la compensación de la cesión gratuita de suelo exceptuada opcionalmente a los terrenos de superficies iguales o menores a mil metros cuadrados, se conforme un fondo para la adquisición de suelo para equipamientos y para mejoramiento de los existentes. De hecho y por los comentarios ya vertidos, se trata de una medida con resultados muy poco importantes, particularmente porque mientras las municipalidades calcularán el dinero que deberán pagar los particulares por la cesión de suelo, en función de su avalúo catastral; la adquisición de suelo por parte de dichos gobiernos locales, pese a la normativa vigente sobre las expropiaciones, no escapará de la influencia del mercado y por lo tanto del riesgo de pagar montos de dinero mayores a dicho avalúo.
- i) Debe eliminarse la inconsulta política pública por la cual las “*áreas verdes*”, esto es, los parques y plazoletas de todo tipo, puedan ser cambiados de categoría de bien para dar paso a equipamientos que suponen el emplazamiento de edificaciones y en general de espacios construidos que alteran al carácter de dichas áreas.
 - j) Es pertinente recuperar la norma que obliga a la cesión gratuita de suelo para equipamientos en proyectos habitacionales sujetos a la Ley de Propiedad Horizontal, en los cuales —como ya se ha dicho—, si bien por su naturaleza no existe división alguna de suelo, no es menos cierto que la población residente en ellos demanda la dotación de equipamientos de carácter básico, que por otra parte deben ser inventariados y aprovechados en tanto bienes de dominio y uso público. Obviamente, esta política debe también aplicarse a las vías de estos proyectos.
 - k) Finalmente, debe explicitarse la obligatoriedad de la cesión gratuita de suelo para vías y equipamientos comunitarios, con independencia del tiempo en el que los terrenos con “*área útil urbanizable*”—de conformidad con las determinaciones de los planes de ordenación urbanística—, sean sometidos a división; obviamente, de existir cesiones de suelo anticipadas, se considerarán en la aprobación de los respectivos proyectos.

$$H''a = H_2 = \text{ABSCISA DEL MÍNIMO} = \frac{6\left(\frac{L}{F} + F\right) + \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)}}{2(27)}$$

$$H''b = H_1 = \text{ABSCISA DEL MÁXIMO} = \frac{6\left(\frac{L}{F} + F\right) - \sqrt{\left[6\left(\frac{L}{F} + F\right)\right]^2 - 4(27)(L)}}{2(27)}$$

GRAFICO N° 1:



- Abarca, F. Campos, F. y Osuna, F. (2019). Urban Shape and Built Density Metrics through the Analysis of European Urban Fabrics Using Artificial Intelligence [Medición de la Forma Urbana y la Densidad Edificatoria mediante el Análisis de Tejidos Urbanos Europeos usando Inteligencia Artificial]. *Sustainability*, 11(23), 6622. <http://hdl.handle.net/10481/59549>
- Adhvaryu, B., y Echenique, M. (2012). SIMPLAN: A SIMplified PLANning Model [SIMPLAN: Un modelo de Planificación Simplificado]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 39(1), 96-119.
- Adúriz-Bravo, A. (2012). Algunas características clave de los modelos científicos relevantes para la educación química. *Educación Química*, 23(2), 248-256.
- Ahmadian, E., Sodagar, B., Mills, G., Byrd, H., Bingham, C., y Zolotas, A. (2019). Sustainable cities: The relationships between urban built forms and density indicators [Ciudades sostenibles: Las relaciones entre las formas urbanas construidas y la densidad]. *Cities*, 95, 102382. <https://doi.org/10.1016/j.cities.2019.06.013>
- Alexander, C. (con Silverstein, M., Angel, S., Ishikawa, S. y Abrams, D.). (1978). *Urbanismo y participación: El caso de la Universidad de Oregón*. (Trad. J. Muntañola i Thornberg). Colección Punto y Línea. Editorial Gustavo Gili. (Trabajo original publicado en 1975).
- Alonso Sarría, F. y Palazón Ferrando, J. A. (2008). *Modelización de sistemas ambientales*. Departamentos de Geografía y Ecología e Hidrología, Facultad de Biología, Universidad de Murcia.
- Armatte, M. (2000). Sociología e Historia de la modelización estadística. *Empiria. Revista de Metodología de Ciencias Sociales*, (3), 11-34. <https://doi.org/10.5944/empiria.3.2000.732>
- Ascher, F. (2004). *Los nuevos principios del urbanismo: el fin de las ciudades no está a la orden del día*. (Trad. M. Hernández Díaz). Alianza Editorial. (Trabajo original publicado en 2001). <https://urbanitasite.files.wordpress.com/2020/01/ascher-los-nuevos-principios-del-urbanismo.pdf>

- Aymerich, À. y Albarracín, L. (2022). Modelización matemática en actividades estadísticas: Episodios clave para la generación de modelos. *UNICIENCIA de la Universidad Nacional de Costa Rica*, 36(1), pp. 1-16. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.16>
- Battelle Institute (1972). *Environmental Evaluation Systems*. US Department of the Interior. Gov. Print. Office. USA.
- Batty, M. (2008). The Size, Scale, and Shape of Cities [Tamaño, Escala y Forma de las Ciudades]. *Science*, 319(5864), 769-771. <https://doi.org/10.1126/science.1151419>
- Batty, M. (2013). *The New Science of Cities* [La Nueva Ciencia de las Ciudades]. The MIT Press.
- Batty, M. (2018). Digital twins [Gemelos digitales]. *Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science*, 45(5), 817-820. <https://doi.org/10.1177/2399808318796416>
- Beckett, H. E. (1942). Population Density and the Height of Buildings [Densidad Poblacional y Altura de los Edificios]. *Transactions of the Illuminating Engineering Society*, 7 (7), 75-80. <https://doi.org/10.1177/147715354200700701>
- Bellomo, N., y Terna, P. (2019). On the Complex Interaction Between Mathematics and Urban Morphology [Sobre la compleja interacción entre matemáticas y morfología urbana]. En L. D'Acci (Ed.), *The Mathematics of Urban Morphology* (pp. 315-333). Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-12381-9_14
- Benenaula Duchi, D. K., Andrango Bravo, J. D., y Pauta Calle, V. F. (28-30 de septiembre de 2020). Aprovechamiento del suelo para la edificación en altura. Caso del Eje Urbano Ordóñez Lasso, Cuenca-Ecuador. En C. Llop, M. Cervera, F. Peremiquel (Eds.), *IV Congreso ISUF-H: Metrópolis en recomposición: prospectivas proyectuales en el Siglo XXI: Forma urbis y territorios metropolitanos*, (pp. 1-37). Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España. https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/329125/tema_4_codcom_252_codcot_238.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Benevolo, L., Melograni, C., y Giura Longo, T. (1978). *La proyectación de la ciudad moderna*. Editorial Gustavo Gili.
- Berghauser Pont, M. Y. y Haupt, P. (2005). *Spacemate: The spatial logic of urban density* [Spacemate: La lógica espacial de la densidad urbana]. Delft University Press
- Berghauser Pont, M. Y. y Haupt, P. (2009). *Space, Density and Urban Form* [Espacio, Densidad y Forma Urbana]. Delft University Press
- Berghauser Pont, M. Y. y Haupt, P. (2021). *Spacematrix: Space, Density and Urban* [Spacematrix: Espacio, Densidad y Forma Urbana]. Nai010 Publishers
- Borja, J. (2013). *Revolución urbana y derechos ciudadanos*. Alianza Editorial.
- Brueckner, J. K., y Singh, R. (2020). Stringency of Land-Use Regulation: Building Heights in US Cities [El rigor de la Regulación del Uso del Suelo: La Altura de los Edificios en las Ciudades de Estados Unidos]. *Journal of Urban Economics*, 116, 103239. <https://doi.org/10.1016/j.jue.2020.103239>

- Bullock, N., Dickens, P. y Steadman, P. (1968). *A Theoretical Basis for University Planning* [Una Base Teórica para la Planificación Universitaria]. Cambridge University School of Architecture. Land Use & Built Form Studies.
- Camargo, F., Casanova, C., Pérez, E. y Schweickardt, G. (2019). Metodología regulatoria para propiciar la eficiencia energética desde el lado de la oferta con penetración de fuentes primarias de energías renovables. Parte 1: Descripción y alcance del modelo de optimización. *Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa*, 27(45), 5-24. Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa. <http://hdl.handle.net/11336/149590>
- Campo, E., Cano, J. y Gómez Montoya, R. (2020). Optimización de costos de producción agregada en empresas del sector textil. *Revista chilena de ingeniería*, 28(3), 461-475. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-33052020000300461>
- Cano Flores, M. y Olivera Gómez, D. (2008). Algunos modelos de planeación. *Revista Ciencia Administrativa*, 2(32), 32-44. <https://www.uv.mx/iiesca/files/2012/12/modelos2008-2.pdf>
- Cárdenas, L., y Uribe Araya, P. (2012). Acceso solar a las edificaciones. El eslabón pendiente en la norma urbanística. *Revista de Urbanismo* (26), 21-42.
- Carvajal Villaplana, Á. (2013). Teorías y modelos: formas de representación de la realidad. *Revista Comunicación*, 12(1), 33-46. <https://doi.org/10.18845/rc.v12i1.1212>
- Castells, M. (2004). *La cuestión urbana*. Editorial Siglo XXI.
- Castells, M. (2014). *Desarrollo insostenible en un planeta urbanizado: La crisis de la cultura urbana en las metrópolis del siglo XXI*. Premio Internacional CGLU- Ciudad de México – Cultura 21. <https://agenda21culture.net/es/premio/ediciones-del-premio/1a-edicion-2013-2014>
- Castells, M. (2001). *La era de la información: Economía, Sociedad y Cultura. La sociedad red*. (Vol. 1). (Trad. C. Martínez Gimeno). Editorial Siglo XXI. (Trabajo original publicado en 1996).
- Castells, M. (2001). *La sociología urbana de Manuel Castells*. En I. Susser (Ed.) (Trad. J. Alborés, I. Castells, R. Gallego, A. Gómez Cedillo, C. Martínez Gimeno y R. Quintana Muñoz). Alianza Editorial.
- Chorley, R. J. (1964). Geography and Analogue Theory [Geografía y Teoría Analógica]. *Annals of the Association of American Geographers*, 54(1), 127-137. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8306.1964.tb00478.x>
- Concarí, S. B. (2001). Las teorías y modelos en la explicación científica: Implicancias para la enseñanza de las ciencias. *Ciência & Educação*, 7(1), pp. 85-94. <https://doi.org/10.1590/S1516-73132001000100006>
- Corso, C., García, A., Ciceri, L. y Romero, F. (2014). Minería de Datos aplicada a la Detección de factores para la prevención de incidentes informáticos. [Conferencia]. En Red de Universidades con Carreras en Informática (RedUNCI), *XVI Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación* (pp. 168-172). Universidad Nacional de La Plata. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/41982>

- Corral y Bécker, C. (1989). *Lineamientos de diseño urbano*. (1ª ed.). Editorial Trillas.
- Cortés, J. A. (2003). El Congreso Internacional de Arquitectura Moderna de 1929: el CIAM de Frankfurt. En C. S. Rivera Echegaray (Ed.), *Un siglo de vivienda social: 1903-2003*, (Vol. 1, pp. 165-167). Nerea. Ayuntamiento de Madrid. Consejo Económico y Social de España.
- D'Acci, L. (Ed.). (con Batty, M.). (2019). *The Mathematics of Urban Morphology* [Las Matemáticas de la Morfología Urbana]. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-12381-9>
- De Esteban Garbayo, J. (2015). *Leslie Martin, Colin St. John Wilson y James Stirling: revisión de la modernidad en la arquitectura británica*. [Tesis publicada, Universidad Politécnica de Madrid]. Archivo digital UPM. <https://oa.upm.es/40505/>
- De Esteban Garbayo, J. (2017). Principios de la forma urbana en el trabajo de Leslie Martin y el LUBFS. *Zarch: Ciudades y formas urbanas*, (8), 170-183. https://doi.org/10.26754/ojs_zarch/zarch.201782154
- De Gracia, F. (1992). *Construir en lo construido*. Editorial NEREA.
- Dee, N., Bell, D., Bureau of Reclamation, U. S., y Columbus Laboratories, B. M. (1972). *Final report on environmental evaluation system for water resource planning* [Informe final sobre el sistema de evaluación medioambiental para la planificación de los recursos hídricos]. (Informe n° 14-06-D-7182). Battelle Columbus Laboratories.
- Denzer, A. (6-10 de julio de 2014). Modern architecture and theories of solar orientation. En American Solar Energy Society (Ed.), SOLAR 2014: 43 Conferencia de la Sociedad Estadounidense de Energía Solar (ASES), (pp. 412-419). San Francisco, California, Estados Unidos. <https://static1.squarespace.com/static/512f8523e4b02ab8ee84fa44/t/590785c3197aea1972797a90/1493665221713/denzer+ases+2014+final.pdf>
- De Torres Curth, M. (Ed.). (2015). Modelos matemáticos en las ciencias (1ª ed.). Los reyes de la pasarela. Fundación de Historia Natural Félix de Azara y Universidad Nacional de Comahue.
- Dos Santos, C. (1990). Una visión diferente. *Revista del Capítulo Latinoamericano de IULA y CELCADEL Democracia Local*, (28A), 28-31.
- Duany, A., y DPZ. (2011). *Garden Cities: Theory & Practice of Agrarian Urbanism* [Ciudades Jardín: Teoría y práctica del Urbanismo Agrario]. Prince's Foundation for the Built Environment.
- Duany, A., Speck, J., y Lydon, M. (2010). *The Smart Growth Manual* [Manual de Crecimiento Inteligente]. The Center for Applied Transect Studies.
- Echenique, M. (1975a). Modelos: una discusión. En L. Martin, L. March y M. Echenique (Eds.), *La estructura del espacio urbano* (pp. 235-248). Colección Ciencia Urbanística. Ediciones Gustavo Gili.

- Echenique, M. (1975b). El concepto de sistemas, modelos y teorías en los estudios urbanos. En M. Echenique (Comp.), *Modelos matemáticos de la estructura espacial urbana: aplicaciones en América Latina* (pp. 13-45). Ediciones S.I.A.P.
- Elliot, T., Bertrand, A., Babí Almenar, J., Petucco, C., Proença, V., y Rugani, B. (2019). Spatial optimisation of urban ecosystem services through integrated participatory and multi-objective integer linear programming [Optimización espacial de los servicios ecosistémicos urbanos mediante participación integral y multi-objetiva integrando programación lineal]. *Ecological Modelling*, 409, 108774. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2019.108774>
- Evies Barco, A. (2013). Los modelos matemáticos: un aporte científico-tecnológico al desarrollo deportivo. *Lecturas Educación Física y Deportes*, 18(179), 1-8.
- Federación Española de Municipios y Provincias. (2012). *Guía para el desarrollo de normativa local en la lucha contra el cambio climático*. Govern Illes Balears. <https://www.caib.es/sacmicrofront/archivopub.do?ctrl=MCRST297ZI75916&id=75916>
- Ferrer Fores, J. (2016). Leslie Martin and the formal order [Leslie Martin y el orden formal]. *Cuadernos de Proyectos Arquitectónicos*, (6), 150-154. http://polired.upm.es/index.php/proyectos_arquitectonicos/article/view/3239/3320
- Fisher, G., Gelfert, A. y Steinle, F. (2021). Exploratory Models and Exploratory Modeling in Science: Introduction [Modelos Exploratorios y Modelización Exploratoria en la Ciencia: Introducción]. *Perspectives on Science*, 29(4), 355-358. https://doi.org/10.1162/posc_e_00374
- Franco Medina, R., y Bright Samper, P. (2016). Acceso solar en la arquitectura y la ciudad. Aproximación histórica. *Revista de Arquitectura*, 18(2), 95-106.
- Fujita, M., Krugman, P., y Venables, A. (2000). *Economía especial: Las ciudades, las regiones y el comercio internacional*. Ariel.
- Galbraith, P., Holton, D. y Turner, R. (2020). Rising to the Challenge: Promoting Mathematical Modelling as Real-World Problem Solving [Aceptar el Reto: Promover la Modelización Matemática como Solución a los Problemas del Mundo Real]. En G. Stillman, G. Kaiser y C. Lampen, C. (Eds.), *Mathematical Modelling Education and Sense-making, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 253-275). Editorial Board IPTL. https://doi.org/10.1007/978-3-030-37673-4_22
- Gallion, A., y Eisner, S. (1981). *Urbanismo. Planificación y diseño*. Cia. Editorial Continental.
- García Parra, A. (2006). *Valoración de los proyectos de geometría en la generación, permanencia y adaptabilidad de algunas tramas urbanas en forma de ensanche: el caso de la Colonia San Miguel Chapultepec en la ciudad de México*. [Tesis publicada, Universidad Politécnica de Cataluña]. UPCommons. <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/94278>
- Geddes, P. (1915). *Cities in Evolution: An Introduction to the Town Planning Movement and to the Study of Civics* [Ciudades en Evolución: Una Introducción al Movimiento Urbanístico y al Estudio del Civismo]. Williams y Norgate. <https://archive.org/details/citiesinevolutio00gedduoft/mode/1up?ref=ol&view=theater>

- Gelfert, A. (2016). *How to Do Science with Models: A Philosophical Primer* [Cómo hacer Ciencia con Modelos: Un Manual Filosófico]. SpringerBriefs in Philosophy. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-27954-1>
- Gelfert, A., Fisher, G., y Steinle, F. (6 de julio de 2018). Exploratory Models and Exploratory Modelling in Science [Modelos Exploratorios y Modelización Exploratoria en la Ciencia]. *Conecta*. <http://conectahistoria.blogspot.com/2018/07/cfp-exploratory-models-and-exploratory.html>
- Gehl, J. (2006). *La humanización del espacio urbano*. Editorial Reverté.
- Gil, B. (2017). Culturas de Investigación en Arquitectura: Anatomía de una investigación. En A. Román Escobar (Ed.), *I Congreso Iberoamericano redfundamentos: Experiencias y métodos de investigación*, (pp. 767-779). Escuela Técnica Superior Arquitectura, Madrid, España.
- Gómez Orea, D. (2013). *Evaluación de Impacto Ambiental*. Ediciones Mundi-Prensa.
- Gómez, L. (2015). Los componentes de los modelos. En G. Cuadrado, J. Redmond, y R. López (Eds.), *Conceptos y Lenguajes en ciencia y tecnología* (1ª ed., Vol. 5, pp. 73-81). Serie Selección de Textos. Instituto e Filosofía de la Facultad de Humanidades, Universidad de Valparaíso.
- Gómez, L., Amicarelli, A., Alvarez, H. y di Sciascio, F. (2004). *El rol de los modelos en el diseño de equipos de proceso y sistemas de control*. [Sesión de conferencia]. VI Congreso de la Asociación Colombiana de Automática, ACA, Colombia. http://ebanov.inaut.unsj.edu.ar/publicaciones/1805_04.pdf
- Gropius, W. (1931). Flach-, Mittel- oder Hochbau? [¿Edificación baja, media o alta?]. *Das neue Frankfurt: internationale Monatsschrift für die Probleme kultureller Neugestaltung*, 22-34. <https://doi.org/10.11588/diglit.17293.22>
- Gropius, W. (2019). *Walter Gropius ¿Qué es Arquitectura? Antología de escritos*. (Trad. M. Santolo y J. Medina Warmburg con la colaboración de C. Herr.). Editorial Reverté. (Obra original publicada en 1931).
- Guerra, L., Rivero, D., Díaz, E. y Arciniegas, S. (2019). Tendencias en modelos informativos sobre la retención-deserción universitaria. *RISTI Revista Ibérica de Sistemas y Tecnologías de Información*, 10(26), 55-68. <https://www.proquest.com/scholarly-journals/tendencias-en-modelos-informativos-sobre-la/docview/2385371096/se-2>.
- Haggett, P. y Chorley, R. J. (1971). Modelos, paradigmas y la nueva geografía. En R. J. Chorley y P. Hagget (Eds.), *La Geografía y los modelos socio-económicos* (pp. 7-43). (Trad. C. Ferrán Alfaro, J. Bosch Siates y E. de la Cruz Alarco). Colección Nuevo Urbanismo. Instituto de Estudios de Administración Local. (Trabajo original publicado en 1967).
- Haggett, P. (1976). *Análisis locacional en la geografía humana*. (Trad. J. M. Obiols). Colección Ciencia Urbanística. Editorial Gustavo Gili. (Trabajo original publicado en 1965).
- Harrouk, C. (31 de agosto de 2019). *Las nuevas reglas para los rascacielos en Londres favorecen a los peatones*. Arch daily. <https://www.plataformaarquitectura.cl/cl/923594/las-nuevas-reglas-para-los-rascacielos-en-londres-favorecen-a-los-peatones>

- Harvey, D. (1979). *Urbanismo y Desigualdad Social*. (Trad. M. González Arenas). Editorial Siglo XXI. (Trabajo original publicado en 1973).
- Harvey, D. (2012). *El enigma del capital y las crisis del capitalismo*. (Trad. J. Madariaga). Ediciones Akal. Cuestiones de antagonismo. (Trabajo original publicado en 2010).
- Harvey, D. (2014). *Diecisiete contradicciones y el fin del capitalismo*. (Trad. J. Madariaga). Traficantes de sueños. (Trabajo original publicado en 2014).
- Heiligenthal, R. (1929). Städtebaurecht und Städtebau [Derecho urbanístico y desarrollo urbano]. *Der deutsche Bauzeitung*.
- Hurtado Vásquez, D. (20 de junio de 2020). *Densificar la ciudad ¡Sí! pero con reglas claras*. Editorial FAU-NO. <https://editorialfau.wordpress.com/2020/06/27/densificar-la-ciudad-si-pero-con-reglas-claras/>
- Inostroza, L. (2015). The new science of cities [La nueva ciencia de las ciudades]. Michael Batty. *EURE (Santiago)*, 41(122), 279-283. <https://dx.doi.org/10.4067/S0250-71612015000100013>
- Jennings, M. y Shah, N. (2013). Workforce planning and technology installation optimisation for utilities [Planificación de personal y optimización de instalaciones tecnológicas para servicios públicos]. *Computers & Industrial Engineering*, 67, 72-81. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2013.10.008>
- Jenks, M., y Dempsey, N. (2005). *Future Forms and Design for Sustainable Cities* [Formas de futuro y Diseño para Ciudades Sostenibles]. Editorial Architectural Press.
- Joshua, S. y Dupin, J. (2004). *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática*. Colección Nuevos caminos. Ediciones Colihue.
- Kenser, E. y Newman, J. (1994). *Matemáticas e imaginación* (Trad. L. Bou). Editorial Salvat. (Trabajo original publicado en 1967).
- Ladrière, J. (1978). *El reto de la racionalidad. La ciencia y la tecnología frente a las culturas* (1ra ed.). Ediciones Sígueme.
- Le Corbusier. (1981). *El urbanismo de los tres establecimientos humanos*. Editorial Poseidon.
- Leal Del Castillo, G. (2004). *Introducción al Ecurbanismo: el nuevo paradigma*. Ecoe Ediciones.
- Laudin, A. (2013). *¿Edificación alta, media o baja? (O todas las formas de hacer ciudad) / Entrevistado por Juan Martín Flores y Celina Artigas*. Revista Arquitectos, (92), 16-23. <https://studylib.es/doc/4969542/baja--media--alta-densidad>
- Lefebvre, H. (1974). *La production de l'espace*. Anthropos.
- Leithold, L. (1982). *El Cálculo con Geometría Analítica* (4ta ed.). (F. Paniagua, Ed.) Harla, S. A.

- León Tejada, P. A. (2020). *Modelos matemáticos para la física soportados en el XPLORE GLX: Experiencias teórico-prácticas para establecer Modelos Matemáticos en Física soportados en el Xplorer GLX*. (1ra ed.). Universidad de la Guajira, Facultad de Ingeniería.
- Lesh, R. y Harel, G. (2003). Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development [Resolución de Problemas, Modelización y Desarrollo Conceptual Local]. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2-3), 157-189. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9679998>
- Leveratto, M. (1995). Torres para vivienda de gran altura. Estudio de su impacto ambiental en áreas urbanas consolidadas. En M. Aloysio Sattler y H. Da Costa (Eds.), *Actas de la 1 Conferencia Confort en el entorno construido* (pp. 197-202). ANTAC.
- Lojkine, J. (1979). *El marxismo, el Estado y la cuestión urbana*. Editorial Siglo XXI.
- López Ramírez, P. (2008). *Modelos geo-espaciales del medio urbano: El caso de la contaminación ambiental*. [Tesis publicada, Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, Gobierno de México]. CentroGeo. <http://centrogeo.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1012/35>
- López Ordoñez, C. F. (2020). *Planificación urbana en ciudades dispersas de clima desértico: la densificación vertical como estrategia para la mejora ambiental: el caso de Hermosillo (México)*. [Tesis publicada, Universidad Politécnica de Cataluña]. UPCommons. <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/334948>
- López Morales, E., y Meza Corvalán, D. (2015). Regulaciones públicas y explotación de renta de suelo: el boom inmobiliario de Ñuñoa, Santiago, 2000-2010. *Economía, sociedad y territorio*, 15 (48), 301-332.
- MacKenzie, S. (2013). *Human-Computer Interaction: An Empirical Research Perspective* [Interacción Persona-Ordenador: Una perspectiva de Investigación Empírica]. Morgan Kaufmann. <https://doi.org/10.1016/C2012-0-02819-0>
- March, L., Echenique, M., Martin, L. (1975). *La estructura del espacio urbano*. (Trad. F. de León Molina). Editorial Gustavo Gili. (Trabajo original publicado en 1972).
- March, L. (1975a). Modelos elementales de formas de la edificación. En L. March, M. Echenique y L. Martin (Eds.), *La estructura del espacio urbano* (pp. 87-139). Editorial Gustavo Gili.
- March, L. (2015). Mathematics and Architecture since 1960 [Matemáticas y Arquitectura desde 1960]. En K. Williams y M. Ostwald (Eds.), *Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future* (Vol. 2, pp. 553-578). Birkhäuser. https://doi.org/10.1007/978-3-319-00143-2_38
- Martín, L. y March, L. (1966). *Land Use and Built Forms* [Uso del suelo y formas construidas]. Cambridge Research.
- Martín, L. y March, L. (1975). Introducción. En L. March, M. Echenique y L. Martin (Eds.), *La estructura del espacio urbano* (pp. 15-20). Editorial Gustavo Gili.
- Martínez de Benito, D. (2019). *Vivienda Social: El programa en la vivienda mínima del siglo XXI*. [Tesis publicada, Universidad Politécnica de Valencia, Escuela Técnica Superior de Arquitectura]. RiuNet repositorio UPV. <http://hdl.handle.net/10251/135236>

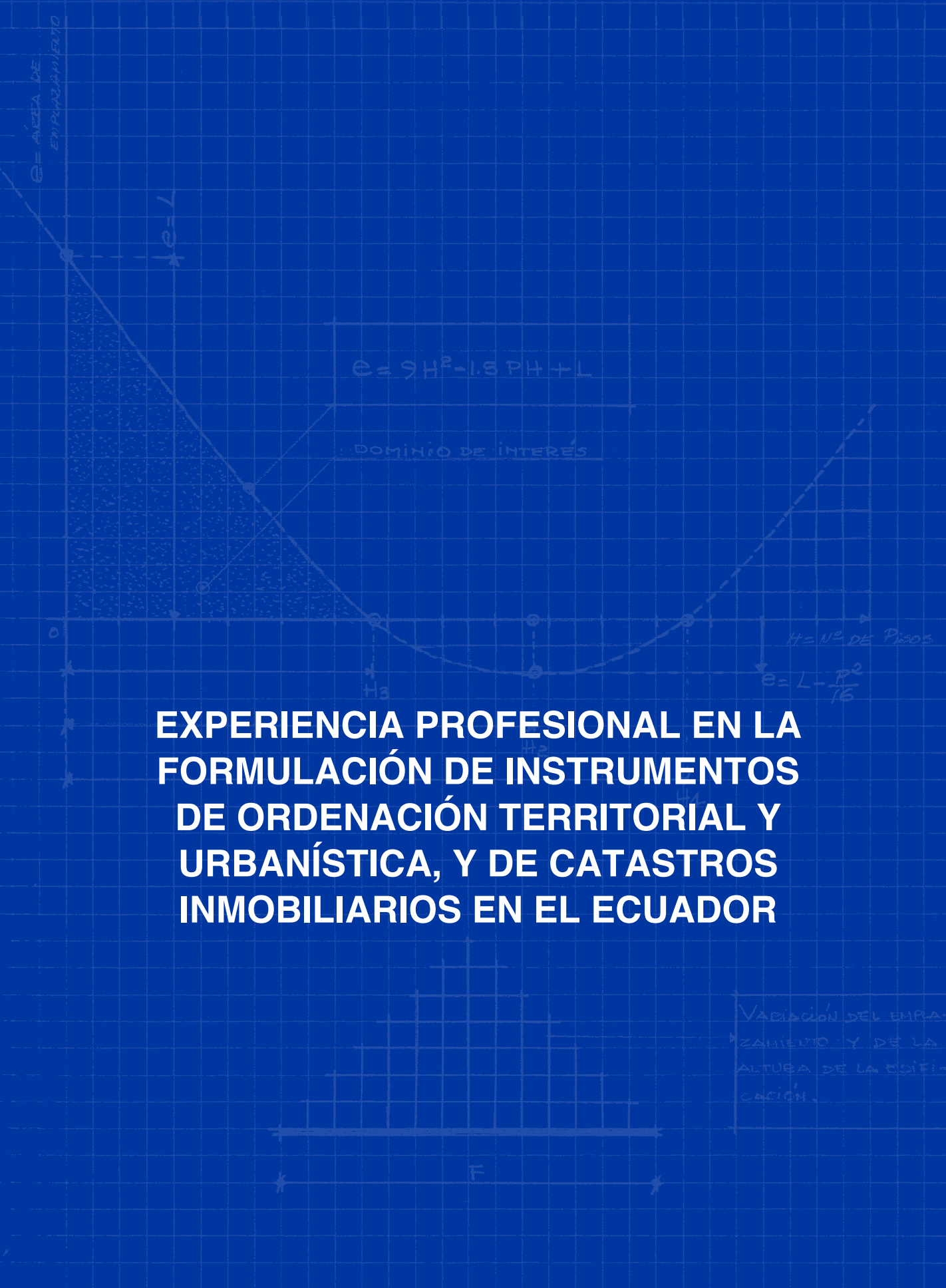
- Martínez Medina, A. y Oliva Meyer, J. (2015). Vértigo de altura: elogio de un rascacielos: La torre Coblanca-1, Juan Guardiola Gaya, Benidorm, 1963-1965. En T. Couceiro Núñez (Coord.), *Actas del II Congreso Nacional Pioneros de la Arquitectura Moderna Española: Aprender de una obra*, (pp. 426-437). Fundación Alejandro de la Sota. <http://hdl.handle.net/10045/53121>
- Massimi, M. (2019). Two kinds of exploratory models [Dos tipos de modelos exploratorios]. *Philosophy of Science*, 86(5), 869-881. <https://doi.org/10.1086/705494>
- Méndez Acosta, M. (2017). *Método para el diseño urbano: un enfoque integral*. (3ª ed.). Editorial Trillas.
- Moore, I., Turner, K., Wilson, J., John & Jenson, S. y Band, L. (1993). GIS and Land-Surface-Subsurface Process Modeling [SIG y modelización de procesos tierra-superficie-subsuperficie]. En M. F. Goodchild, B. O. Parks, L. T. Steyaert, *Environmental modeling with GIS*, (pp. 196-230). Oxford University Press. https://www.researchgate.net/publication/246324435_GIS_and_land-surface-subsurface_process_modeling
- Muñoz Fernández, F. J. (2003). Etxebizitza eta II. Errepublikak Bilbon. Etxebizitzaren gabeziari aurre egiteko zenbait ekimen: 1932-1933. *Zainak. Cuadernos de Antropología-Etnografía*, (23), 377-396.
- Ng, E. (Ed.). (2010). *Designing High-Density Cities for Social and Environmental Sustainability*. Editorial Earthscan.
- Observatorio de Salud y Medio Ambiente de Andalucía. (21 de octubre de 2019). *El Síndrome del Edificio Enfermo*. Consejería de Salud y Consumo. <https://www.osman.es/el-sindrome-del-edificio-enfermo/>
- Ontiveros, E., Vizcaíno, D., y López Sabater, V. (2016). *Las ciudades del futuro: inteligentes, digitales y sostenibles*. Editorial Fundación Telefónica y Editorial Ariel.
- Orellana, O. (2015). Clasificación de los modelos científicos usando una modificación de la teoría de los tres mundos de Karl Popper. En G. Cuadrado, J. Redmond, y R. López (Eds.), *Conceptos y Lenguajes en ciencia y tecnología* (1ª ed., Vol. 5, pp. 121-147). Serie Selección de Textos. Instituto e Filosofía de la Facultad de Humanidades, Universidad de Valparaíso.
- Ortiz, C. y Guzmán, U. (2017). La ciudad y su planeación como un proceso científico. En J. Montejano y C. Caudillo (Coord.), *Densidad, diversidad y policentrismo: ¿planeando ciudades más sustentables?* (pp. 197-213). CentroGeo. <https://centrogeo.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1012/265>
- Oviedo Carrascal, A. y Almendral Jiménez, G. (2018). Estudio sobre Estilos de Aprendizaje mediante Minería de Datos como apoyo a la Gestión Académica en Instituciones Educativas. *RISTI Revista Ibérica de Sistemas y Tecnologías de Información*, 10 (29), 1-13. <https://doi.org/10.17013/risti.29.1-13>
- Pauta Calle, F. (2023). *Algunas consideraciones en torno a la normativa del Plan de Uso y Gestión del Suelo de Cuenca – PUGS/2022, para la edificación en altura y la concesión onerosa de derechos por mayor aprovechamiento de suelo*. Universidad de Cuenca.

- Pauta Calle, F. (2019). La vivienda y la renovación urbana en los centros históricos. Un estudio de caso sobre Cuenca (Ecuador). *Estoa. Revista de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca*, 8(15), 197-228. <https://doi.org/10.18537/est.v008.n015.a10>
- Pauta Calle, F. (2019). ¿Son técnicamente viables los planes de uso y gestión de suelo previstos por la ley ecuatoriana de ordenamiento territorial?. *Eídos*, (13), 39–54. <https://doi.org/10.29019/eidos.v13i1.543>
- Pauta Calle, F. (2018). Marco legal de la ordenación territorial y modelo de gestión para su ejercicio competencial. En Comisión del Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial y Universidad de Cuenca [Eds.], *X Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial “Desequilibrios Territoriales y Gestión Local”*, (pp. 26-53). Cuenca, Ecuador.
- Pauta Calle, F. (2016). Metodología para la construcción de un modelo de gestión de la competencia constitucional “Formular Planes de Ordenamiento Territorial” integrado a la de “Planificar el Desarrollo”. En Comisión del Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial [Eds.], *IX Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial “Autonomías y ordenación territorial y urbanística”*, (pp. 192-207). Cuenca, Ecuador.
- Pauta Calle, F. (2015). Algunas líneas de actuación en torno a las prioridades de Cuenca en materia de Ordenación Urbanística, *Revista Agenda Universitaria*, (27), 28-55.
- Pauta Calle, F. (2015). *Modelo para la gestión de la ordenación territorial en el Ecuador en el marco de su Constitución*. [Tesis de doctorado, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de la Universidad Politécnica de Madrid (antigua denominación).]. Archivo digital UPM. <https://oa.upm.es/33644/>
- Pauta Calle, F. (2015). ¿Quién “diseña” el paisaje? Planificación vs. Poder del mercado. *Estoa. Revista de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca*, 4(6), 49-56. <https://doi.org/10.18537/est.v004.n006.09>
- Pauta Calle, F. (2014). La sostenibilidad en la construcción desde las perspectivas de la ordenación territorial y urbanística en Ecuador. *Estoa. Revista de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca*, 3(4), 55-69. <https://doi.org/10.18537/est.v003.n004.07>
- Pauta Calle, F. (2014). Ecuador: hacia un modelo de gestión de la ordenación territorial enmarcado en la constitución. *Ciudad y Territorio Estudios Territoriales*, 46(182), 711-730. <https://recyt.fecyt.es/index.php/CyTET/article/view/76363>
- Pauta Calle, F. (2013). *Ordenación territorial y urbanística: Un camino para su aplicación en el Ecuador*. Universidad de Cuenca y Asamblea Nacional.
- Pauta Calle, F., y van der Zee, J. (2012). Unidades estructurales y su importancia en la ordenación del territorio ecuatoriano. *Estoa. Revista de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Cuenca*, 1(1), 39-49. <https://doi.org/10.18537/est.v001.n001.06>

- Pauta Calle, F. (2012). Ordenación Territorial, un camino para su aplicación en el Ecuador. En Comisión del Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial [Eds.], *Simposio Nacional de Desarrollo Urbano y Planificación Territorial "Ordenamiento Territorial: Un desafío constitucional"*, (pp. 327-352). Cuenca, Ecuador.
- Pauta Calle, F. (1999). Cuenca: algunas ideas para definir el modelo de ordenación territorial de la ciudad que queremos. *Revista Ciudad Alternativa Pensar en las ciudades*, (14), 57-65. <http://hdl.handle.net/10469/4632>
- Pauta Calle, F. (10-12 de diciembre de 1992). Uso y renta del suelo urbano y sus impactos ambientales: Algunas reflexiones sobre el caso de las ciudades ecuatorianas. [Ponencia]. X Congreso Nacional de Arquitectos del Ecuador "Espacio urbano y medio ambiente". Guayaquil, Ecuador.
- Pauta Calle, F. (1990). El Plan de Desarrollo Urbano de Azogues. Objetivos, contenidos y la participación de la población en su elaboración y aplicación. *Revista Municipal de Azogues Camino al Progreso*, 2(1), 87-90.
- Pauta Calle, F. (1986). *Mejoramiento habitacional en las ciudades secundarias del Ecuador: Manual para la Formulación de Programas*. Junta Nacional de la Vivienda y Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional (AID).
- Pérez de Diego, I., Perlado Hergueta, S. y Hergueta, P. (Eds.). (2007). *Libro Verde de medio ambiente urbano (tomo I)*. Ministerio de Medio Ambiente y Agencia de Ecología Urbana de Barcelona. Perlado Hergueta.
- Pérez Mayo, A. (2018). Epistemología de los modelos de optimización para la toma de decisiones en las organizaciones. *RECAI Revista de Estudios en Contaduría, Administración e Informática*, 7(19), 31-60. <https://recai.uaemex.mx/article/view/9000>
- Pino Romero, N., Melchor Barrionuevo, N. y Mejía Alemán, C. (2022). La experiencia de la construcción de modelos matemáticos aplicado a la ecología: Implementando simulaciones computacionales como punto de inicio. *Revista Campus de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de San Martín de Porres*, 27(33), 131-142. <https://doi.org/10.24265/campus.2022.v27n33.09>
- Purcell, E., Varberg, D., y Rigdon, S. (2007). *Calculo diferencial e integral* (9na ed.). (Trad. E. Quintanar y V. Ibarra). Pearson Educación.
- Rigotti, G. (1967). *Urbanismo: La composición*. Editorial Labor.
- Roldán, N. (3 de enero de 2019). *Modelo matemático*. Economipedia. <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>
- Sala, C. (28-29 de marzo de 2019). Walter Gropius en la Argentina: Publicaciones, Obras y Proyectos. En Lila Bujaldón de Esteves (Coord.), *XVIII Jornadas Universitarias de literatura en lengua alemana de la AAG. Reencuentros con la Literatura en Lengua Alemana: 30 años de la caída del muro de Berlín: 100 años de la Bauhaus*, (pp. 69-80). Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional de Cuyo, Ciudad de Mendoza, Argentina. https://bdigital.uncu.edu.ar/objetos_digitales/13678/carlossalagropius.pdf

- Sánchez Martínez, O., González Couret, D., Enamorado Roselló, C., López García, L., López Méndez, E., y Díaz Hernández, M. (2016). *Usos pasivos y activos del sol y el viento en La Habana* [Sesión de conferencia]. XVII Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura de Medio Ambiente Construido y Desarrollo Sustentable.
- Segura, R. (2021). *Las ciudades y las teorías: Estudios sociales urbanos*. Universidad Nacional de San Martín.
- Schjetnan, M., Calvillo, J., y Peniche, M. (1984). *Principios de diseño urbano/ambiental* (1ra ed.). Concepto.
- Serra, R. (1999). *Climas* (2da ed.). Editorial Gustavo Gili.
- Servicio Interamericano de Información sobre Desarrollo Urbano - SINDU. (1974). Normas mínimas de urbanización y servicios públicos. En Instituto de Crédito Territorial, *Estudio de Normas Mínimas de Urbanización, Servicios Públicos y Servicios Comunitarios*. Programa de Desarrollo Urbano. Departamento de Desarrollo Social e Institucional.
- Sociedad Alemana de Cooperación Técnica / Programa de Gestión Urbana. (1994). *Manejo del Suelo Urbano* (1ra ed., Vol. I). GTZ/PGU.
- Stattner, E. y Collard, M. (2015). Descriptive Modeling of Social Networks. *Procedia Computer Science*, 52, 226-233. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.05.505>
- Steadman, P. (2014). Density and Built Form: Integrating 'Spacemate' with the Work of Martin and March. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 41(2), 341–358. <https://doi.org/10.1068/b39141>
- Steadman, P. (2016). Research in architecture and urban studies at Cambridge in the 1960s and 1970s: what really happened. *The Journal of Architecture*, 21(2), 291-306. <https://doi.org/10.1080/13602365.2016.1165911>
- Tachieva, G. (2010). *Sprawl repair Manual*. Island Press.
- Timarán, S., Hernández, I., Caicedo, S., Hidalgo, A. y Alvarado, J. (2016). El proceso de descubrimiento de conocimiento en bases de datos. En *Descubrimiento de patrones de desempeño académico con árboles de decisión en las competencias genéricas de la formación profesional* (pp. 63-86). Ediciones Universidad Cooperativa de Colombia. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.16925/9789587600490>
- Toniut, H. (2020). El uso del modelo de negocio para la innovación empresarial: aportes de los principales autores. *Palermo Business Review*, (22), 139-156. Fundación Universidad de Palermo. https://www.palermo.edu/negocios/cbrs/pdf/pbr22/PBR_22_08.pdf
- Tudela, F. (1982). *Ecodiseño* (1ra ed.). Universidad Metropolitana de Xochimilco.
- van Nes, A. (2019). Applied Mathematics on Urban Space. En L. D'Acci (Ed.), *The Mathematics of Urban Morphology* (pp. 253-270). Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-12381-9_11

- Velasco, J. M. A., Arregui Lucea, L., Casals Peralta, E., Climent Soto, L., Del Río Mucharaz, J., Enríquez de Salamanca, L., Fernández Pirla, S., Franco Quijada, J. R., García Lanza, J., Larios Tabuenca, F., Mangada Samain, E., Crespo Díaz, J. M., Hernández, P. M., Mingo, A., Ortega García, A., Porto Rey, E., Rodríguez-Abial Llarent, L., Sanz Boixareu, P.J., Trapero Ballesteros, J. J., Uslé Álvarez, J. y Yncenga Acha, B. (1984). *Curso de especialización en planeamiento y gestión*. Comisión de Urbanismo y Vivienda. Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid.
- Viedma, J. (1962). *Introducción al Cálculo Infinitesimal*. Editorial Norma.
- Villa Ochoa, J. (2007). La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo. *Tecno Lógicas*, (19), 63-86. <https://doi.org/10.22430/22565337.505>
- Viscarret Garro, J. (2009). Modelos de intervención en Trabajo Social. En T. Fernández García (Ed.), *Fundamentos del trabajo social* (pp. 293-344). Alianza Editorial.
- Wartofsky, M. (1983). Introducción a la filosofía de la ciencia. (2ª ed.). (Trad. M. Andreu, F. Carmona y V. Sánchez). Alianza editorial. (Trabajo original publicado en 1968).
- Yeang, K. (2001). *El rascacielos ecológico*. (Trad. C. Saenz de Valicourt). Editorial Gustavo Gili. (Trabajo original publicado en 1999).
- Zapatero Santos, M. A. (2017). *La Densidad Urbana: Concepto y Metodología. Análisis Comparativo de los Tejidos de Madrid* [Tesis publicada, Universidad Politécnica de Madrid]. Archivo digital UPM. <https://oa.upm.es/45491/>
- Zapperi, P., Montico, A., Santanafessa, E. (2020). Sellado de suelo y planeamiento urbano: Análisis de su relación en la ciudad de Bahía Blanca. *Revista Geograficando de la Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación*, 16(2), 2-11-2020; 1-12. <https://doi.org/10.24215/2346898Xe075>
- Zoido, F., de la Vega, S., Piñeiro, A., Morales, G., Mas, R., Lois, R. y González, J. (2013). *Diccionario de Urbanismo. Geografía Urbana y Ordenación del Territorio*. Ediciones Cátedra.



EXPERIENCIA PROFESIONAL EN LA FORMULACIÓN DE INSTRUMENTOS DE ORDENACIÓN TERRITORIAL Y URBANÍSTICA, Y DE CATASTROS INMOBILIARIOS EN EL ECUADOR

Integrando la firma consultora C+C Consulcentro Cía. Ltda. en calidad de director, codirector o consultor

- Plan de Renovación Urbana de “El Barranco del Río Tomebamba de la ciudad de Cuenca”. Instituto de Patrimonio Cultural - Subdirección del Austro/Banco Central del Ecuador, 1983. Premio Bienal de Arquitectura de Quito.
- Plan Especial de Urbanismo del “Área Arqueológica de Pumapungo de la ciudad de Cuenca”. Instituto de Patrimonio Cultural-Subdirección del Austro/Banco Central del Ecuador, 1984.
- Sistema Catastral Urbano Multifinanciero de Sucúa. Municipalidad de Sucúa, 1982
- Estudios de Mejoramiento Habitacional en el Ecuador, en 78 Barrios de 16 ciudades intermedias. Junta Nacional de la Vivienda/ Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional (AID), 1985-1986.
- Plan de Ordenamiento Urbano de Loja. Municipalidad de Loja/FONAPRE, 1985-1987
- Catastro de Patrimonio Arquitectónico Monumental del Centro Histórico de Loja. Municipalidad de Loja/FONAPRE, 1985-1986.
- Sistema Catastral Urbano Multifinanciero de Loja. Municipalidad de Loja/ FONAPRE, 1985-1987.
- Estudios de crecimiento urbano y producción de viviendas. Los sistemas formal e informal de Quito, Guayaquil y Cuenca. Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional (AID), 1988.
- Sistema Catastral Urbano Multifinanciero de General Plaza. Municipalidad de Limón-Indanza, 1985-1987.
- Sistema Catastral de la parroquia San Juan Bosco. Municipalidad de Limón Indanza, 1985-1986.
- Sistema Catastral Urbano Multifinanciero de Gualaceo y Catastro Urbano Parroquial de Chordeleg. Municipalidad de Gualaceo/FONAPRE, 1987-1988.

- Plan de Conservación del Centro Histórico de Gualaceo. Municipalidad de Gualaceo/ FONAPRE, 1987-1988.
- Plan Parcial de Urbanismo del Sector San Francisco de la ciudad de Gualaceo. Municipalidad de Gualaceo/FONAPRE, 1987-1988.
- Estudios de crecimiento urbano y producción de viviendas. Los sistemas formal e informal de Quito, Guayaquil y Cuenca. Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional (AID), 1988.
- Sistema Catastral Urbano Multifinalitario de Pucará. Municipalidad de Pucará, 1990
- Sistema Catastral Urbano Multifinalitario de Nabón. Municipalidad de Nabón, 1991
- Plan de Ordenamiento Urbano de Azogues. Municipalidad de Azogues/FONAPRE, 1990-1992.
- Encauzamiento del Río Burgay de la ciudad de Azogues. Municipalidad de Azogues/ FONAPRE, 1992.
- Parque Urbano Río Burgay de la ciudad de Azogues. Municipalidad de Azogues/ FONAPRE, 1992.
- Sistema Catastral Urbano Multifinalitario de Azogues. Municipalidad de Azogues/ FONAPRE, 1990-1992.
- Sistema Catastral Urbano Multifinalitario de Riobamba. Municipalidad de Riobamba/ FONAPRE, 1990-1993.
- Sistema de Parques en las Márgenes de los Ríos de Cuenca. Banco del Estado, 1992-1993
- Plan de Ordenamiento Urbano de Riobamba. Municipalidad de Riobamba/ FONAPRE, 1990-1993.
- Planes Reguladores de 25 asentamientos en el occidente de la Provincia de Pichincha. Consejo Provincial de Pichincha/BID, 1994-1996.

- Sistema Catastral Urbano Multifinalitario de la ciudad de Quevedo. Municipalidad de Quevedo/Banco del Estado, 1997-1999.
- Sistema de Catastro Urbano de Sucúa. Municipalidad de Sucúa, 2005
- Plan de Ordenamiento Urbano de Sucúa. Municipalidad de Sucúa, 2005- 2006
- Estudios de Evaluación Social y Técnica y Plan de Mejoramiento de los Barrios Veinticinco de Diciembre y Catorce de Junio de Santo Domingo de los Colorados. Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda -MIDUVI y Banco Mundial, 2006.
- Estudios de Evaluación Social y Técnica y Plan de Mejoramiento del Barrio Divino Niño de Manta. Ministerio de Desarrollo Urbano y Vivienda -MIDUVI y Banco Mundial, 2006-2007.
- Sistema de Catastro Rural Multifinalitario de Girón. Municipalidad de Girón-Prolocal, 2006-2008.
- Actualización del Sistema de Catastro Urbano de Girón. Municipalidad de Girón, 2007-2008
- Planes Parciales de Ordenación Territorial de las Parroquias Nayón y Zámbriza del Distrito Metropolitano de Quito. Programa de Saneamiento Ambiental de la EMAAP-Q, Municipio de Quito y BID, 2008.
- Plan Especial de Urbanismo del Mirador de Turi de Cuenca. Junta Parroquial Rural de Turi, 2008-2009.
- Estudios Ambientales del Proyecto Mirador de Turi de Cuenca. Junta Parroquial Rural de Turi, Ministerio de Turismo, 2011.
- Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial del Cantón La Troncal. Municipalidad de La Troncal, 2011-2012.
- Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial del Cantón Santa Isabel, Municipalidad de Santa Isabel, 2012-2013.
- Actualización del Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial de la Parroquia Rural de Paccha. Junta Parroquial de Paccha, 2015-2016.

Integrando la Secretaría General de Planificación de la Municipalidad de Cuenca en el período 1996-2000

- Director del Plan de Ordenamiento Territorial del Cantón Cuenca, 1998. Municipalidad de Cuenca.
- Elaboración de la Propuesta de Inscripción del Centro Histórico de Cuenca-Ecuador, en la Lista de Patrimonio Mundial.
- Alcance a la Propuesta de Inscripción del Centro Histórico de Cuenca-Ecuador, en la Lista de Patrimonio Mundial.
- Planes parciales de urbanismo de 13 sectores de planeamiento
- Proyectos de reordenamiento vial, de reservas de suelo para equipamientos y de reestructuraciones parcelarias.
- Planes especiales de ordenación de 12 unidades territoriales conformadas por márgenes de protección de ríos y quebradas y suelos destinados a la agricultura urbana.

Integrando equipos de consultoría de la Universidad de Cuenca

- Plan de Ordenamiento Territorial del Corredor Cuenca-Azogues. Consejo de Programación de Obras Emergentes en la Cuenca del río Paute, 1995-1996.
- Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial del Cantón Girón. Municipalidad de Girón, 2019-2021.
- Actualización General de la Valoración del Suelo de los Predios Urbanos de la ciudad de Cuenca para el Bienio 2024-2025. Municipalidad de Cuenca, 2023.

Este es un libro singular ya que hay pocos, especialmente en castellano, que traten con rigurosidad matemática los temas de diseño urbanístico. Son particularmente útiles las representaciones que permiten evaluar bajo distintas hipótesis el aprovechamiento del suelo y sus implicaciones en las densidades edificatoria y poblacional, la calidad ambiental urbana y las normas de ordenación urbanística. Claro está que para muchos les será difícil aceptar conclusiones basadas en criterios matemáticos y por eso la cita de Leonardo da Vinci es especialmente apropiada cuando dice que *"aquellos que condenan la certeza suprema de las matemáticas alimentan confusión, y no pueden silenciar las contradicciones de las argumentaciones sofisticadas que conducen al eterno charlatanismo"*.

MARCIAL ECHENIQUE

Universidad de Cambridge

El uso de la modelización matemática en la ordenación de las ciudades marca un punto de inflexión en el análisis de la forma urbana, constituyéndose en un instrumento poderoso para entender lo concreto-real y posibilitar estudios específicos sobre fenómenos complejos. El cuidadoso orden pedagógico de la obra introduce al lector en la temática, explorando con detalle los diferentes modelos y sentando las bases para la comprensión de su aplicabilidad y limitaciones. Las herramientas propuestas se insertan en el estudio del óptimo aprovechamiento del suelo, las intensidades de ocupación y utilización de este recurso, la organización de la red vial, y las relaciones de las densidades poblacional y edificatoria en la calidad ambiental, trascendiendo los límites convencionales de la disciplina urbanística.

Sus páginas reflejan años de experiencia e investigación y ofrecen un marco analítico robusto y versátil para la toma de decisiones. Invitamos a los lectores, sean académicos, autoridades, profesionales en ejercicio o estudiantes, a sumergirse en los modelos con curiosidad y espíritu crítico. Sin duda alguna, el libro está destinado a convertirse en una referencia indispensable y duradera para todos aquellos comprometidos con la mejora sustancial de la calidad de vida urbana en el siglo XXI.

Grupo de Investigación **TERRITORIUM**

Universidad de Cuenca



UCUENCA